

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC TOÁN 3

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC TOÁN 3

Bản quyền © thuộc về tác giả, 2020

Không phần nào trong xuất bản phẩm này được phép sao chép hay phát hành dưới bất kỳ hình thức hoặc phương tiện nào mà không có sự cho phép trước bằng văn bản của tác giả. Chúng tôi luôn mong muốn nhận được những ý kiến đóng góp của quý vị độc giả để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Biên mục trên xuất bản phẩm của Thư viện Quốc gia Việt Nam

Phương pháp dạy học toán 3/Kiều Mạnh Hùng (cb) – Phan Bá Lê Hiền –
Bùi Thị Phương Thảo – Trần Quỳnh Mai – Nguyễn Thị Phương Đông –
Bùi Trần Tuyết Hạnh (bs) - H.:

Đại học Quốc gia, 2020. – 200tr. ; 14.5 cm. 978-604-315-889-2

1. Tham khảo 2. Khoa học tự nhiên. 3. Việt Nam. 4. Sách tiếng Việt
808.83 - dc23

PNF0098p

KIỀU MẠNH HÙNG (Chủ biên)
PHAN BÁ LÊ HIỀN – BÙI THỊ PHƯƠNG THẢO – TRẦN QUỲNH MAI-
NGUYỄN THỊ PHƯƠNG ĐÔNG – BÙI TRẦN TUYẾT HẠNH (Biên soạn)

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC TOÁN 3

(Sách tham khảo)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Chương 1:

NHỮNG YÊU CẦU CƠ BẢN ĐỐI VỚI GIÁO VIÊN KHI DẠY HỌC GIẢI CÁC BÀI TẬP TOÁN CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

Mục tiêu

– *Kiến thức*: Sinh viên có những hiểu biết:

+ Học sinh tiểu học học toán như thế nào? Cần chú ý gì trong dạy học môn toán ở tiểu học;

+ Mục tiêu dạy học môn toán ở tiểu học? Mối quan hệ về mục tiêu của từng lớp và của cả cấp học;

+ Các quan điểm cơ bản của việc lựa chọn, sắp xếp nội dung môn toán ở tiểu học;

+ Chuẩn học tập môn toán ở tiểu học.

– *Kỹ năng*: Hình thành và phát triển một số kỹ năng:

+ Quan sát và phân tích sự phát triển tư duy toán học của học sinh tiểu học, biết vận dụng những hiểu biết vào quá trình dạy học;

+ Xác định đúng, đủ mục tiêu bài học;

+ Phân tích mối quan hệ và sự kết hợp giữa các nội dung từng mạch kiến thức, từng lớp;

+ Biết thiết kế bài kiểm tra kết quả học tập của học sinh sau một giai đoạn học tập.

– *Thái độ*: + Thái độ chu đáo, tận tình, chăm lo đúng cách việc học của học sinh;

- + Tinh thần trách nhiệm trong dạy học toán;
- + Tác hại của việc nhận thức sai hoặc không đầy đủ quan điểm cơ bản xây dựng chương trình;
- + Ý thức kỉ luật trong lao động dạy học, dạy học theo chuẩn nội dung chủ đề.

1.1. Những yêu cầu cơ bản đối với giáo viên

1.1.1. Năm vũng đặc điểm tâm sinh lí của học sinh Tiểu học

a) Học sinh Tiểu học học toán như thế nào?

Giáo viên cần trả lời được câu hỏi “Học sinh tiểu học học toán như thế nào và những điểm cần chú ý trong dạy học toán ở tiểu học”. Các công trình nghiên cứu gần đây chỉ ra rằng học sinh tiểu học thường tri giác trên tổng thể. Các hoạt động tri giác phát triển và được hướng dẫn bởi các hoạt động nhận thức khác nên chính xác. Giáo viên chú ý không được chủ định chiếm ưu thế ở học sinh tiểu học. Sự chú ý của học sinh tiểu học còn phân tán, dễ bị lôi cuốn vào các trực quan, gợi cảm, thường hướng ra bên ngoài vào hành động, chưa có khả năng hướng vào bên trong, vào tư duy.

Trí nhớ trực quan, hình tượng và trí nhớ máy móc phát triển hơn trí nhớ logic; hiện tượng hình ảnh cụ thể dễ nhớ hơn các câu chữ trừu tượng, khô khan.

Trí tưởng tượng còn chịu tác động nhiều của hứng thú, kinh nghiệm sống, mẫu vật đã biết.

Lứa tuổi Tiểu học (6 - 7 tuổi đến 11 - 12 tuổi) là giai đoạn mới của phát triển tư duy, giai đoạn tư duy cụ thể. Trong một chừng mực nào đó, hành động trên các đồ vật, sự kiện bên ngoài còn là chỗ dựa hay điểm xuất phát cho tư duy. Các thao tác tư duy

đã liên kết với nhau thành tổng thể nhưng sự liên kết đó chưa hoàn toàn tổng quát. Học sinh có khả năng nhận thức về cái bất biến và hình thành khái niệm bảo toàn, tư duy có bước tiến rất quan trọng, phân biệt được phương diện định tính với định lượng – điều kiện ban đầu cần thiết để hình thành khái niệm “số”. *Chẳng hạn*: học sinh lớp 1 đã nhận thức cái bất biến là sự tương ứng 1 – 1 không thay đổi khi thay đổi cách sắp xếp các phần tử (dựa vào lớp các tập hợp tương đương), từ đó hình thành khái niệm bảo toàn “số lượng” của các tập hợp trong lớp các tập hợp đó; phép cộng có phép toán ngược trong tập hợp các số tự nhiên.

Học sinh cuối cấp học có những tiến bộ về nhận thức không gian như phối hợp cách nhìn một hình hộp từ các phía khác nhau, nhận thức được các quan hệ giữa các hình với nhau ngoài các quan hệ trong nội bộ một hình.

Học sinh tiểu học bước đầu có khả năng thực hiện việc phân tích tổng hợp, trừu tượng hoá – khái quát hoá và những hình thức đơn giản của sự suy luận, phán đoán. Ở học sinh tiểu học, phân tích và tổng hợp phát triển không đồng đều, tổng hợp có khi không đúng hoặc không đầy đủ, dẫn đến khái quát sai trong hình thành khái niệm. Khi giải toán, thường ảnh hưởng bởi một số từ “thêm”, “bớt”, “nhiều gấp”, ... tách chúng ra khỏi điều kiện chung để lựa chọn phép tính ứng với từ đó, do vậy dễ mắc sai lầm.

Các khái niệm toán học được hình thành qua trừu tượng hóa và khái quát hóa nhưng không thể chỉ dựa vào tri giác bởi khái niệm toán học còn là kết quả của các thao tác tư duy đặc thù. Có hai dạng trừu tượng hóa: sự trừu tượng hóa từ các đồ vật, hiện tượng cảm tính và sự trừu tượng hóa từ các hành động. Thực hiện

trừu tượng hóa nhằm rút ra các dấu hiệu bản chất. *Chẳng hạn*: Thông qua trừu tượng hóa từ các đồ vật (tập hợp cụ thể) loại bỏ đặc tính màu sắc, kích thước hình thành lớp các tập hợp tương đương, sau đó chỉ quan tâm đến cái chung giữa lớp các tập hợp tương đương đó, đi đến khái niệm “số” (trừu tượng hóa trên các hành động).

Học sinh tiểu học, nhất là các lớp đầu cấp thường phán đoán theo cảm nhận riêng nên suy luận thường mang tính tuyệt đối. Trong học toán, học sinh khó nhận thức về quan hệ kéo theo trong suy diễn. *Chẳng hạn*: Đáng lẽ học sinh hiểu: “ $12 = 3 \times 4$ nên $12 : 3 = 4$ ”, thì các em lại coi đó là hai mệnh đề không có quan hệ với nhau. Các em khó chấp nhận các giả thiết, dù kiện có tính chất hoàn toàn giả định bởi khi suy luận thường gắn với thực tế, phép suy diễn của “hiện thực”. Bởi vậy khi nghe một mệnh đề toán học các em chưa có khả năng phân tích rành mạch các thuật ngữ, các bộ phận của câu mà hiểu nó một cách tổng quát.

b) Những điểm cần chú ý khi dạy học toán ở tiểu học

Trong dạy học môn toán ở tiểu học quan điểm “thống trị” là quan điểm tâm lí học, nhưng trong dạy học toán cần thấy vai trò chủ đạo của quan điểm logic và toán học, coi logic học hình thức là cơ sở quan trọng của nó. Thực tế, quan tâm đến đặc điểm lứa tuổi chính là tăng cường sức mạnh của logic trong quá trình nhận thức ở học sinh tiểu học.

Không thể dạy học toán mà không nắm vững đặc thù của toán học nói chung, không nắm vững những kiến thức toán học cơ bản, cần thiết liên quan đến các kiến thức cần dạy. Lịch sử toán học đã chỉ ra rằng toán học xuất phát từ nhu cầu thực tiễn, toán học còn phát triển theo yêu cầu của nội tại toán học.

Trong dạy học toán cần kết hợp quan điểm logic và quan điểm phát triển tâm lí lứa tuổi. Đối tượng toán học ngay từ đầu là các đối tượng trừu tượng, nên đối với toán học đó là sự trừu tượng hoá trên các trừu tượng hoá liên tiếp trên nhiều tầng bậc. Sự trừu tượng hoá liên tiếp luôn gắn với sự khái quát hoá liên tiếp và với lí tưởng hoá. Toán học sử dụng phương pháp suy diễn, nó là phương pháp suy luận làm cho toán học phân biệt với các khoa học khác.

Tư duy của học sinh tiểu học đang trong giai đoạn “*Tư duy cụ thể*”, chưa hoàn chỉnh, vì vậy việc nhận thức các kiến thức toán học trừu tượng khái quát là vấn đề khó đối với các em. Trong dạy học, cần nắm vững quy luật phát triển tư duy của học sinh, đánh giá đúng khả năng hiện có và khả năng tiềm ẩn của học sinh. Từ đó, có những biện pháp sư phạm thích hợp với trình độ phát triển tâm lí và phù hợp việc nhận thức các kiến thức toán học ở tiểu học.

Trong dạy học môn toán ở tiểu học cần chú ý đến sự tồn tại của ba thứ ngôn ngữ có quan hệ đến nhận thức của học sinh: ngôn ngữ với các thuật ngữ công cụ; ngôn ngữ kí hiệu; ngôn ngữ tự nhiên.

1.1.2. Nắm vững cơ sở lí luận của các phương pháp giải toán

a) Yêu cầu của giáo viên khi dạy học phương pháp giải toán

Trong dạy học giải toán, các yêu cầu cơ bản được sắp xếp có chủ định trong từng lớp, tạo thành một hệ thống các yêu cầu từ thấp đến cao, từ lớp 1 đến lớp 5 trong sự kết hợp chặt chẽ với lí thuyết của chương trình và sách giáo khoa. Nhiều yêu cầu cơ bản của giải toán được trải ra ở nhiều lớp, nên việc nắm chắc yêu cầu ở từng lớp là rất quan trọng. Đặc biệt giáo viên phải nắm vững trình độ chuẩn của dạy học giải toán ở từng lớp.

Chúng ta cần tạo cho trẻ em nói và tư duy theo kiểu toán học vì chỉ đưa ra các biểu tượng và thuật ngữ toán học thì chưa đủ. Trẻ cần có cơ hội và nói chuyện với nhau về toán học. Điều đầu tiên là trẻ phải có các kĩ năng đọc để học toán. Nhiều trẻ gặp khó khăn trong môn toán do sự phức tạp của từ ngữ nhiều hơn là chính các bài toán đó. Nên đối với học sinh các kĩ năng đọc là rất cần thiết giúp các em giải bài toán.

Đọc không phải là yêu cầu học sinh đọc to một từ mà là đọc và hiểu. Học sinh cần phải có khả năng đọc được các câu hỏi về toán, hiểu chúng và cuối cùng là giải các bài toán đó. Vì vậy giáo viên phải giúp học sinh hiểu nội dung bài toán. Giáo viên cần trình bày nội dung bài toán theo trình độ ngôn ngữ mà trẻ có thể đọc và hiểu được. Tuy nhiên việc đọc, nghe, nói của các em chưa đủ để giải toán. Các em cần phải biết những điều các em nói, nghe, đọc và hiểu. Do đó các em cần phải biết dùng bút để viết các con số, các kí hiệu và ghi lại các thao tác giải toán, biết viết các bài toán cũng như biết vẽ hình. Vì vậy giáo viên cần phát triển kĩ năng viết bằng cách khuyến khích các em viết các ý tưởng có sử dụng ngôn ngữ toán học phù hợp.

b) Các chú ý khi dạy học phương pháp giải toán

- Sự hiểu biết của học sinh đối với bài toán.
- Ngôn ngữ toán học dùng trong các bài toán.
- Khả năng đọc của học sinh.
- Khả năng viết của học sinh.

*c) Các mức độ trong tổ chức dạy học phương pháp giải toán
(3 mức độ)*

– *Mức độ 1:* Hoạt động chuẩn bị cho giải toán.

+ Trong nhiều trường hợp học sinh cần được rèn luyện làm quen việc giải toán thông qua hoạt động với nhóm đồ vật, tranh ảnh, hình vẽ.

+ Các bài toán liên quan đến các đại lượng là một phần quan trọng trong giải toán Tiểu học. Vì thế học sinh cần được rèn luyện kỹ năng thao tác đo đại lượng, tính toán trên các số đo đại lượng.

+ Việc giải bài toán hợp thực chất là giải nhiều bài toán đơn. Vì vậy dạy kỹ các bài toán đơn là chuẩn bị tốt cho việc giải các bài toán hợp.

– *Mức độ 2:* Hoạt động làm quen với giải toán.

+ Trong dạy học giải toán ở tiểu học, giáo viên cần giải quyết vấn đề là làm như thế nào để học sinh nắm được các bước cần thiết của quá trình giải toán, kỹ năng thực hiện các bước thành thạo; làm như thế nào để học sinh nắm được và có kỹ năng vận dụng các phương pháp chung cũng như thủ thuật giải toán vào việc giải các bài toán một cách có hiệu quả.

Giải toán ở tiểu học thường được tiến hành theo 4 bước:

Bước 1: Tìm hiểu kỹ đề bài.

Bước 2: Lập kế hoạch giải.

Bước 3: Thực hiện kế hoạch giải.

Bước 4: Kiểm tra lời giải và đánh giá cách giải.

– *Mức độ 3:* Hoạt động hình thành kỹ năng giải toán.

Để hình thành năng lực khái quát hoá và kỹ năng giải toán, rèn luyện năng lực sáng tạo trong học tập, giáo viên cần tiến hành

các hoạt động sau:

+ Giải các bài toán nâng dần mức độ phức tạp trong mối quan hệ giữa các số đã cho và số phải tìm hoặc điều kiện bài toán.

+ Giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau.

+ Giải các bài toán trong đó phải xét tới nhiều khả năng để chọn một khả năng thoả mãn điều kiện bài toán.

+ Lập và biến đổi bài toán bằng cách lập bài toán tương tự; lập bài toán theo tóm tắt hoặc sơ đồ bài toán.

d) Các phương pháp giải Toán ở Tiểu học

Có ít nhất 13 phương pháp giải toán ở tiểu học: Phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng; Phương pháp rút về đơn vị; Phương pháp tỉ số; Phương pháp chia tỉ lệ; Phương pháp thay thế; Phương pháp giả thiết tạm; Phương pháp suy luận logic; Phương pháp ứng dụng nguyên lí Dirichlet; Phương pháp suy ngược từ cuối; ...

Bài tập áp dụng

1. Hãy nêu những điểm cần chú ý khi dạy toán ở Tiểu học.
2. Hãy nêu những yêu cầu của giáo viên khi dạy học phương pháp giải toán.
3. Hãy nêu những chú ý, mức độ khi dạy học phương pháp giải toán.
4. Hãy nêu một số phương pháp giải toán ở tiểu học.

1.1.3. Nắm vững nội dung chương trình, hệ thống kiến thức cơ bản trong chương trình và hệ thống dạng bài tập tương ứng

a. *Đánh giá chung:* Chương trình môn toán ở tiểu học gồm hai giai đoạn: giai đoạn 1 (lớp 1, 2, 3): là giai đoạn học tập cơ bản; giai đoạn 2 (lớp 4, 5): là giai đoạn học tập sâu. Trong giai đoạn 1

chủ yếu giới thiệu số tự nhiên, rèn luyện kỹ năng thực hiện bốn phép tính với số tự nhiên. Sang lớp 4 chủ yếu dạy học sâu hơn, tổng kết về số tự nhiên, dạy học phân số và bốn phép tính về phân số. Lớp 5 chủ yếu dạy học số thập phân, bốn phép tính về số thập phân, tính phần trăm và ôn tập cuối cấp học.

Trong chương trình môn toán ở Tiểu học việc chọn lọc các nội dung đảm bảo tính cơ bản, thiết thực, gắn với trẻ thơ. Trình bày các nội dung theo kiểu đồng tâm, tích hợp giữa các tuyến kiến thức của môn học. Đảm bảo tính thống nhất suốt từ lớp 1 đến lớp 5. Cách trình bày các nội dung theo quan điểm của toán học hiện đại (ẩn tàng) từ trực quan sinh động đến trừu tượng khái quát.

Nội dung được trình bày không dưới dạng có sẵn, tạo điều kiện để học sinh tự phát hiện vấn đề, tự giải quyết vấn đề, tự chiếm lĩnh tri thức một cách linh hoạt, phát triển theo năng lực của từng học sinh.

Chương trình môn toán ở Tiểu học đưa vào một số nội dung có nhiều ứng dụng trong học tập và đời sống. *Chẳng hạn*: dạy học phân số với thời lượng nhiều hơn so với chương trình cải cách giáo dục; giới thiệu thêm về hình bình hành, hình thoi, hình trụ, hình cầu; giới thiệu một số yếu tố thống kê phù hợp với trình độ học sinh tiểu học; bước đầu làm quen với máy tính và sử dụng máy tính đúng mức. Coi trọng công tác thực hành toán học, đặc biệt là thực hành giải quyết vấn đề trong học tập và trong đời sống.

Chương trình được sắp xếp theo nguyên tắc đồng tâm hợp lý, mở rộng và phát triển dần theo các vòng số, từ các số trong phạm vi 10, trong phạm vi 100, 1 000, 100 000 đến các số có nhiều chữ số, phân số, số thập phân đảm bảo tính hệ thống và thực hiện ôn tập, củng cố thường xuyên.

Dạy học số học tập trung vào số tự nhiên và số thập phân. Dạy học phân số chỉ giới thiệu một số nội dung cơ bản phục vụ chủ yếu cho dạy học số thập phân và một số ứng dụng trong thực tế. Các yếu tố đại số được tích hợp trong số học, góp phần làm rõ một số quan hệ số lượng và cấu trúc của các tập hợp số.

Ví dụ: Dạy học giải toán, ngay từ lớp 1 phần bài giải bao gồm đầy đủ: câu giải, phép tính, đáp số, thống nhất với các lớp 2, 3, 4, 5.

b. Chương trình môn toán ở Tiểu học

Tập trung vào năm mạch kiến thức chính: Số học, đại lượng và đo đại lượng, hình học, thống kê mô tả, giải toán có lời văn.

+ Số học là mạch kiến thức lớn nhất, trọng tâm, đóng vai trò “*cái trục chính*” mà bốn “*mạch*” kiến thức kia phải “*chuyển động*” xung quanh nó, phụ thuộc vào nó. Số học bao gồm bảy vòng số: 10, 100, 1 000, 100 000, số tự nhiên (lớp ti), phân số không âm (kèm tỉ số), số thập phân không âm (tỉ số phần trăm). Đọc, viết, so sánh, thực hiện các phép tính.

+ *Đại lượng và đo đại lượng:* Giới thiệu tám đại lượng thông dụng: độ dài, diện tích, thể tích, dung tích, thời gian, khối lượng, tiền Việt Nam, vận tốc.

+ *Hình học:* Chia hai loại, loại một gồm các kiến thức về hình học phẳng như điểm, đoạn thẳng, hình tròn, hình tam giác, tia số, đường thẳng vuông góc, song song, đường gấp khúc, góc, hình tứ giác, hình thang, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông. Loại hai gồm các kiến thức về không gian: hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình trụ, hình cầu.

+ *Thống kê mô tả:* Giới thiệu bảng số liệu, sắp xếp lại bảng

số liệu theo mục đích yêu cầu trước. Lập bảng số liệu và nhận xét bảng số liệu. Giới thiệu ban đầu về số trung bình cộng, giới thiệu biểu đồ, tập nhận xét về biểu đồ, (biểu đồ có hình ảnh, biểu đồ hình cột, hình quạt).

+ *Giải toán có lời văn*: Giới thiệu các loại toán, các dạng toán,... đặc biệt là các bài toán ứng dụng các kiến thức đã học để giải quyết một số vấn đề của đời sống. Nội dung cụ thể của các mạch kiến thức

• *Lớp 1*: $4 \text{ tiết/tuần} \times 35 \text{ tuần} = 140 \text{ tiết}$.

*) Số học

– Các số đến 10, phép cộng và phép trừ trong phạm vi 10.

+ Nhận biết quan hệ số lượng (nhiều hơn, ít hơn, bằng nhau).

+ Đọc, đếm, viết, so sánh các số đến 10.

+ Sử dụng các dấu = (bằng), < (bé hơn), > (lớn hơn).

+ Bước đầu giới thiệu khái niệm về phép cộng.

+ Bước đầu giới thiệu khái niệm về phép trừ. Bảng cộng và trừ trong phạm vi 10.

+ Số 0 trong phép cộng, phép trừ.

+ Mối quan hệ giữa phép cộng và phép trừ.

+ Tính giá trị biểu thức số có đến dấu hai phép tính cộng, trừ.

– Các số đến 100, phép cộng và phép trừ không nhớ trong phạm vi 100.

+ Đọc, đếm, viết, so sánh các số đến 100. Giới thiệu hàng chục, hàng đơn vị. Giới thiệu tia số.

+ Phép cộng và phép trừ không nhớ trong phạm vi 100. Tính nhẩm và tính viết trong phạm vi 100.

+ Tính giá trị biểu thức số có đến hai phép tính cộng, trừ (các trường hợp đơn giản).

***) Đại lượng và đo đại lượng**

– Giới thiệu đơn vị đo độ dài xăng-ti-mét: đọc, viết, thực hiện phép tính với các số đo theo đơn vị đo xăng-ti-mét. Tập đo và ước lượng độ dài.

– Giới thiệu đơn vị đo thời gian: tuần lễ, ngày trong tuần. Bước đầu làm quen với đọc lịch (loại lịch hàng ngày), đọc giờ đúng trên đồng hồ (khi kim phút chỉ vào số 12).

***) Yếu tố hình học**

– Nhận dạng bước đầu về hình vuông, hình tam giác, hình tròn.

– Giới thiệu về điểm, điểm ở trong, điểm ở ngoài một hình; đoạn thẳng.

– Thực hành vẽ đoạn thẳng, vẽ hình trên giấy kẻ ô vuông, gấp, cắt hình.

***) Giải bài toán**

– Giới thiệu bài toán có lời văn.

– Giải các bài toán bằng một phép cộng hoặc một phép trừ, chủ yếu là các bài toán trên, bớt một số đơn vị.

• *Lớp 2*: $5 \text{ tiết/tuần} \times 35 \text{ tuần} = 175 \text{ tiết}$

***) Số học**

– Phép cộng và phép trừ có nhớ trong phạm vi 100

– Giới thiệu tên gọi thành phần và kết quả của phép cộng (số hạng, tổng) và phép trừ (số bị trừ, số trừ, hiệu).

– Bảng cộng và bảng trừ trong phạm vi 20.

– Phép cộng và phép trừ không nhớ hoặc có nhớ trong phạm vi 100. Tính nhẩm và tính viết.

– Tính giá trị biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ.

– Giải bài tập dạng: “*Tìm x biết: $a + x = b$, $x - a = b$, $a - x = b$ (với a, b là các số có đến hai chữ số)*” bằng PP sử dụng mối quan hệ giữa thành phần và kết quả của phép tính.

– Các số đến 1 000 – Phép cộng và phép trừ trong phạm vi 1 000.

– Đọc, viết, so sánh các số có ba chữ số. Giới thiệu hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm.

– Phép cộng các số có đến ba chữ số, tổng không quá 1 000, không nhớ. Tính nhẩm và tính viết.

– Phép trừ các số có đến ba chữ số, không nhớ.

– Tính giá trị các biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ, không có dấu ngoặc.

– Phép nhân và phép chia.

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về phép nhân: lập phép nhân từ tổng các số hạng bằng nhau. Giới thiệu thừa số và tích.

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về phép chia: lập phép chia từ phép nhân có một thừa số chưa biết khi biết tích và thừa số kia. Giới thiệu số bị chia, số chia, thương.

– Lập bảng nhân với 2, 3, 4, 5 có tích không quá 50.

– Lập bảng chia cho 2, 3, 4, 5 có số bị chia không quá 50.

– Nhân với 1 và chia cho 1.

– Nhân với 0. Số bị chia là 0. Không thể chia cho 0.

– Nhân, chia nhằm trong phạm vi các bảng tính. Nhân số có đến hai chữ số với số có một chữ số không nhớ. Chia số có đến hai chữ số cho số có một chữ số, các bước chia trong phạm vi các bảng tính.

– Tính giá trị biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ hoặc nhân, chia. Giải bài tập dạng: “*Tìm x biết: $a \times x = b$; $x : a = b$ (với a là số có một chữ số, khác 0; b là số có hai chữ số)*”.

– Giới thiệu các phần bằng nhau của đơn vị

*) Đại lượng và đo đại lượng

– Giới thiệu đơn vị đo độ dài đề-xi-mét, mét và ki-lô-mét, mi-li-mét. Đọc, viết các số đo độ dài theo đơn vị đo mới học. Quan hệ giữa các đơn vị đo độ dài: $1\text{m} = 10\text{dm}$, $1\text{dm} = 10\text{cm}$, $1\text{m} = 100\text{cm}$, $1\text{km} = 1\,000\text{m}$, $1\text{m} = 1\,000\text{mm}$. Tập chuyển đổi các đơn vị đo độ dài, thực hiện phép tính với số đo độ dài (các trường hợp đơn giản). Tập đo và ước lượng độ dài.

– Giới thiệu về lít. Đọc, viết, làm tính với các số đo theo đơn vị lít. Tập đo, ước lượng theo lít.

– Giới thiệu đơn vị đo khối lượng ki-lô-gam. Đọc, viết, làm tính với các số đo theo đơn vị ki-lô-gam. Tập cân và ước lượng theo ki-lô-gam.

Giới thiệu đơn vị đo thời gian: giờ, tháng. Thực hành đọc lịch (loại lịch hàng ngày), đọc giờ đúng trên đồng hồ (khi kim phút chỉ vào số 12) và đọc giờ khi kim phút chỉ vào số 3, 6. Thực hiện phép tính với các số đo theo đơn vị giờ, tháng.

– Giới thiệu tiền Việt Nam (trong phạm vi các số học). Tập đổi tiền trong trường hợp đơn giản. Đọc, viết, làm tính với các số đo đơn vị đồng.

***) Yếu tố hình học**

- Giới thiệu về đường thẳng. Ba điểm thẳng hàng.
- Giới thiệu đường gấp khúc. Tính độ dài đường gấp khúc.
- Giới thiệu hình tứ giác, hình chữ nhật. Vẽ hình trên giấy ô vuông.
- Giới thiệu khái niệm ban đầu về chu vi của một hình đơn giản. Tính chu vi hình tam giác, hình tứ giác.

***) Giải bài toán**

– Giải các bài toán đơn về phép cộng và phép trừ (trong đó có bài toán về nhiều hơn hoặc ít hơn một số đơn vị), phép nhân và phép chia.

• *Lớp 3:* $5 \text{ tiết/tuần} \times 35 \text{ tuần} = 175 \text{ tiết}$

***) Số học**

- Phép nhân và phép chia trong phạm vi 1 000 (tiếp)
- củng cố các bảng nhân với 2, 3, 4, 5 (tích không quá 50) và các bảng chia cho 2, 3, 4, 5 (số bị chia không quá 50). Bổ sung cộng, trừ số ba chữ số có nhớ không quá một lần).

Lập các bảng nhân với 6, 7, 8, 9, 10 (tích không quá 100) và các bảng chia với 6, 7, 8, 9, 10 (số bị chia không quá 100).

Hoàn thiện các bảng nhân và bảng chia.

Nhân, chia ngoài bảng trong phạm vi 1 000: nhân số có hai, ba chữ số với số có một chữ số có nhớ không quá một lần, chia số có hai, ba chữ số cho số có một chữ số. Chia hết và chia có dư.

Thực hành tính: tính nhẩm trong phạm vi các bảng tính; nhân

nhằm số có hai chữ số với số có một chữ số không nhớ; chia nhằm số có hai chữ số với số có một chữ số không có số dư ở từng bước chia. Cũng cố về cộng, trừ, nhân, chia trong phạm vi 1 000 theo các mức độ đã xác định.

- Làm quen với biểu thức số và giá trị biểu thức.

- Giới thiệu thứ tự thực hiện các phép tính trong biểu thức số có đến hai dấu phép tính, có hoặc không có dấu ngoặc.

- Giải các bài tập dạng: “*Tìm x biết: $a : x = b$ (với a, b là số trong phạm vi đã học)*”.

- Giới thiệu các số trong phạm vi 100 000. Giới thiệu hàng nghìn, hàng vạn, hàng chục vạn.

- Phép cộng và phép trừ có nhớ không liên tiếp, không quá 2 lần, trong phạm vi 100 000. Phép chia số có đến 5 chữ số có một chữ số (chia hết và chia có dư).

- Tính giá trị các biểu thức số có đến ba dấu phép tính, có hoặc không có dấu ngoặc.

- Giới thiệu các phần bằng nhau của đơn vị. Thực hành so sánh các phần bằng nhau của đơn vị trên hình vẽ và trong trường hợp đơn giản.

- Giới thiệu bước đầu về chữ số La Mã.

*) Đại lượng và đo đại lượng

- Bổ sung và lập bảng các đơn vị đo độ dài từ mi-li-mét đến ki-lô-mét. Nêu mối quan hệ giữa hai đơn vị nối liền nhau, giữa mét và ki-lô-mét, giữa mét và xăng-ti-mét, mi-li-mét. Thực hành đo và ước lượng độ dài.

– Giới thiệu đơn vị đo diện tích: xăng-ti-mét vuông.

– Giới thiệu gam. Đọc, viết, làm tính với các số đo theo đơn vị gam. Giới thiệu $1\text{kg} = 1\,000\text{g}$.

– Ngày, tháng, năm. Thực hành xem lịch.

– Phút, giờ. Thực hành xem đồng hồ, chính xác đến phút. Tập ước lượng khoảng thời gian trong phạm vi một phút.

– Giới thiệu tiếp về tiền Việt Nam. Tập đổi tiền với các trường hợp đơn giản.

*) Yếu tố hình học

– Giới thiệu góc vuông và góc không vuông. Giới thiệu êke. Vẽ góc bằng thước thẳng và êke.

– Giới thiệu đỉnh, góc, cạnh của các hình đã học.

– Tính chu vi hình chữ nhật, hình vuông.

– Giới thiệu compa. Giới thiệu tâm và bán kính, đường kính của hình tròn. Vẽ đường tròn bằng compa.

–Thực hành vẽ trang trí hình tròn.

– Giới thiệu diện tích của một hình. Tính diện tích hình chữ nhật và diện tích hình vuông.

*) Yếu tố thống kê

– Giới thiệu bảng số liệu đơn giản.

– Tập sắp xếp lại các số liệu của bảng theo mục đích, yêu cầu cho trước.

*) Giải bài toán

– Giải các bài toán có đến hai bước tính với các mối quan hệ trực tiếp và đơn giản.

– Giải bài toán quy về đơn vị và các bài toán có nội dung hình học.

• *Lớp 4*: $5 \text{ tiết/tuần} \times 35 \text{ tuần} = 175 \text{ tiết}$

*) Số học

– Số tự nhiên. Các phép tính về số tự nhiên

– Lớp triệu. Đọc, viết, so sánh các số đến lớp triệu. Giới thiệu lớp tỉ.

– Tính giá trị các biểu thức chứa chữ dạng: $a + b$; $a - b$; $a \times b$; $a : b$; $a + b + c$; $a \times b \times c$; $(a + b) \times c$.

– Tổng kết về số tự nhiên và hệ thập phân.

– Phép cộng và phép trừ các số có đến năm, sáu chữ số không nhớ và có nhớ tới ba lần. Tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng các số tự nhiên.

– Phép nhân các số có nhiều chữ số với số có không quá ba chữ số, tích có không quá sáu chữ số. Tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân các số tự nhiên, tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng.

– Phép chia các số có nhiều chữ số cho số có không quá ba chữ số, thương có không quá bốn chữ số.

– Dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9.

– Tính giá trị các biểu thức số có đến bốn dấu phép tính. Giải các bài tập dạng: “*Tìm x biết: $x < a$; $a < x < b$ (a, b là các số bé)*”.

*) Phân số. Các phép tính về phân số:

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về các phân số đơn giản. Đọc, viết, so sánh các phân số; phân số bằng nhau.

– Phép cộng, phép trừ hai phân số có cùng hoặc không có cùng mẫu số (trường hợp đơn giản, mẫu số của tổng hoặc hiệu không quá 100).

– Giới thiệu về tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng các phân số.

– Giới thiệu quy tắc nhân phân số với phân số, nhân phân số với số tự nhiên (trường hợp đơn giản, mẫu số của tích có không quá hai chữ số).

– Giới thiệu về tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân các phân số. Giới thiệu nhân một tổng hai phân số với một phân số.

– Giới thiệu quy tắc chia phân số cho phân số, chia phân số cho số tự nhiên khác 0.

– Thực hành tính: tính nhằm về cộng, trừ hai phân số có cùng mẫu số, phép tính không có nhớ, tử số của kết quả tính có không quá hai chữ số; tính nhằm về nhân phân số với phân số hoặc với số tự nhiên, tử số và mẫu số của tích có không quá hai chữ số, phép tính không có nhớ.

– Tính giá trị các biểu thức có không quá ba dấu phép tính với các phân số đơn giản (mẫu số chung của kết quả tính có không quá hai chữ số).

*) Tỉ số

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về tỉ số.

– Giới thiệu về tỉ lệ bản đồ.

*) Đại lượng và đo đại lượng

Bổ sung và hệ thống hoá các đơn vị đo khối lượng. Chủ yếu nêu mối quan hệ giữa ngày và giờ; giờ và phút, giây; thế kỉ và năm; năm và tháng ngày.

– Giới thiệu về diện tích và một số đơn vị đo diện tích (dm^2 , m^2 , km^2). Nêu mối quan hệ giữa m^2 và cm^2 ; m^2 và km^2 .

– Thực hành đổi đơn vị đo đại lượng (cùng loại), tính toán với các số đo. Thực hành đo, tập làm tròn số đo và tập ước lượng các số đo.

*) Yếu tố hình học

– Góc nhọn, góc tù, góc bẹt.

– Nhận dạng góc trong các hình đã học.

– Giới thiệu hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau, song song với nhau.

– Giới thiệu về hình bình hành và hình thoi.

– Giới thiệu công thức tính diện tích hình bình hành (đáy, chiều cao) hình thoi.

– Thực hành vẽ hình bằng thước và êke; cắt, ghép, gấp hình.

*) Yếu tố thống kê

– Giới thiệu bước đầu về số trung bình cộng.

– Lập bảng số liệu và nhận xét bảng số liệu.

– Giới thiệu biểu đồ. Tập nhận xét trên biểu đồ.

*) Giải bài toán

– Giải các bài toán có đến hai hoặc ba bước tính, có sử dụng phân số.

– Giải các bài toán có liên quan đến: tìm hai số biết tổng hoặc hiệu và tỉ số của chúng; tìm hai số biết tổng và hiệu của chúng; tìm số trung bình cộng; các nội dung hình học đã học.

• *Lớp 5:* $5 \text{ tiết/tuần} \times 35 \text{ tuần} = 175 \text{ tiết}$

*) Số học

– Ôn tập về phân số: bổ sung về phân số thập phân, hỗn số; các bài toán về tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch.

– Số thập phân. Các phép tính về số thập phân.

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về số thập phân.

– Đọc, viết, so sánh các số thập phân.

– Viết và chuyển đổi các số đo đại lượng dưới dạng số thập phân.

– Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân.

– Phép cộng, phép trừ các số thập phân có đến ba chữ số ở phần thập phân. Cộng, trừ không nhớ và có nhớ đến ba lần.

– Phép nhân các số thập phân có tới ba tích riêng và phần thập phân của tích không có ba chữ số.

– Phép chia các số thập phân với số chia có không có ba chữ số (cả phần nguyên và phần thập phân) và thương có không quá bốn chữ số, với phần thập phân có không quá ba chữ số.

– Tính chất giao hoán của phép cộng và phép nhân, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng các số thập phân.

– Thực hành tính nhân.

– Cộng, trừ không nhớ hai số thập phân có không quá hai chữ số.

– Nhân không nhớ một số thập phân có không quá hai chữ số với một số tự nhiên có một chữ số.

– Chia không có dư một số thập phân có không quá hai chữ số cho một số tự nhiên có một chữ số.

– Giới thiệu bước đầu về cách sử dụng máy tính bỏ túi.

– Tỉ số phần trăm.

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về tỉ số phần trăm.

– Đọc, viết tỉ số phần trăm.

– Cộng, trừ các tỉ số phần trăm; nhân, chia tỉ số phần trăm với một số.

– Mối quan hệ giữa tỉ số phần trăm với phân số thập phân, số thập phân và phân số.

*) Đại lượng và đo đại lượng

– Đo thời gian. Vận tốc, thời gian chuyển động, quãng đường đi được.

– Các phép tính cộng, trừ các số đo thời gian có đến tên hai đơn vị đo.

– Các phép tính nhân, chia số đo thời gian với 1 số.

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về: vận tốc, thời gian chuyển động, quãng đường đi được và mối quan hệ giữa chúng.

– Đo diện tích. Đo thể tích.

– Đề-ca-mét vuông, héc-tô-mét vuông, mi-li-mét vuông; bảng đơn vị đo diện tích.

– Giới thiệu các đơn vị đo diện tích ruộng đất: a và ha. Mối quan hệ giữa m^2 , a và ha.

– Giới thiệu khái niệm ban đầu về thể tích và một số đơn vị đo thể tích: xăng-ti-mét khối (cm^3), đề-xi-mét khối (dm^3), mét khối (m^3).

– Thực hành đo diện tích ruộng đất và đo thể tích.

*) Yếu tố hình học

Tính diện tích hình tam giác, hình thoi và hình thang. Tính chu vi và diện tích hình tròn.

Giới thiệu hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình trụ, hình cầu.

Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương. Giới thiệu công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích hình trụ, hình cầu.

*) Yếu tố thống kê

– Nêu nhận xét một số đặc điểm đơn giản của một bảng số liệu hoặc một biểu đồ thống kê.

– Thực hành lập bảng số liệu và vẽ biểu đồ dạng đơn giản.

*) Giải bài toán

– Giải bài toán, chủ yếu là các bài toán có đến ba bước tính, trong đó có:

+ Các bài toán đơn giản về tỉ số phần trăm.

+ Tìm tỉ số phần trăm của hai số.

+ Tìm một số, biết tỉ số phần trăm của số đó so với số đã biết.

+ Tìm một số biết một số khác và tỉ số phần trăm của số đã biết so với số đó.

– Các bài toán đơn giản về chuyển động đều, chuyển động ngược chiều và cùng chiều.

– Tìm vận tốc biết thời gian chuyển động và độ dài quãng đường.

– Tìm thời gian chuyển động biết độ dài quãng đường và vận tốc chuyển động.

– Tìm độ dài quãng đường biết vận tốc và thời gian chuyển động.

– Các bài toán ứng dụng các kiến thức đã học để giải quyết một số vấn đề của đời sống.

c) *Nhận xét*: Chương trình tiểu học môn toán đưa vào một số nội dung có nhiều ứng dụng trong học tập và đời sống. *Chẳng hạn*: dạy học phân số hoàn chỉnh hơn với thời lượng nhiều hơn so với chương trình cải cách giáo dục đã điều chỉnh; giới thiệu thêm về hình bình hành, hình thoi, hình trụ, hình cầu; giới thiệu một số yếu tố thống kê phù hợp với trình độ học sinh tiểu học; bước đầu làm quen với máy tính và sử dụng máy tính đúng mức. Coi trọng công tác thực hành toán học, đặc biệt là thực hành giải quyết vấn đề trong học tập và trong đời sống.

Chương trình được sắp xếp theo nguyên tắc đồng tâm hợp lí, mở rộng và phát triển dần theo các vòng số, từ các số trong phạm vi 10, trong phạm vi 100, 1000, 100 000 đến các số có nhiều chữ số, phân số, số thập phân đảm bảo tính hệ thống và thực hiện ôn tập, củng cố thường xuyên.

Dạy học số học tập trung vào số tự nhiên và số thập phân.

Dạy học phân số chỉ giới thiệu một số nội dung cơ bản và đơn giản nhất phục vụ chủ yếu cho dạy học số thập phân và một số ứng dụng trong thực tế. Các yếu tố đại số được tích hợp trong số học, góp phần làm nổi rõ dần một số quan hệ số lượng và cấu trúc của các tập hợp số. Bài tập áp dụng

Bài tập áp dụng

1. Hãy nêu những nội dung chính trong chương trình môn toán ở Tiểu học

1.1.4. Nắm vững các dạng bài tập, các bài toán đặc thù và phương pháp giải của từng loại một cách chặt chẽ

a. Vị trí, vai trò của bài tập toán

Bài tập toán có một vị trí quan trọng thể hiện ở bốn chức năng sau:

– *Chức năng dạy học*: Củng cố, rèn luyện kỹ năng, kỹ xảo, những vấn đề lý thuyết đã học. Giúp học sinh giải quyết bài tập vào tình huống cụ thể.

– *Chức năng giáo dục*: Hình thành cho học sinh thế giới quan duy vật biện chứng, phẩm chất đạo đức của con người.

– *Chức năng phát triển*: Giúp học sinh phát triển tư duy, trí tuệ, ngôn ngữ.

– *Chức năng kiểm tra*: Giúp học sinh đánh giá mức độ, kết quả học của học sinh qua đó điều chỉnh quá trình dạy của giáo viên cho phù hợp.

b. Phân chia một bài toán ở Tiểu học: Ở tiểu học một bài toán chia ba phần.

– *Các dữ kiện*: Là những cái đã cho.

– *Các ẩn số*: Là những cái chưa biết cần phải tìm.

– *Các điều kiện*: Là những mối quan hệ (toán học) đã cho giữa các dữ liệu và ẩn số.

Ví dụ 1: Minh có 3 quyển sách, Lan có nhiều hơn Minh 2 quyển sách. Hỏi cả hai bạn có bao nhiêu quyển sách?

Tóm tắt: Đề cho: Minh có 3 quyển sách, Lan có số sách bằng số sách của Minh cộng thêm 2.

Đề yêu cầu: Tính tổng số sách của hai bạn

Phân tích: Các dữ kiện: 3 quyển sách, nhiều hơn 2 quyển sách.

Các ẩn số: Tìm tổng số sách của hai bạn.

Các điều kiện: Nhiều hơn ta dùng phép cộng, tìm tổng số sách của hai bạn ta dùng phép cộng.

Giải: Số sách của Lan là: $3 + 2 = 5$ (quyển)

Tổng số sách của hai bạn là: $5 + 3 = 8$ (quyển)

c. Các loại bài tập toán ở Tiểu học: Gồm ba loại: toán đơn, toán hợp, toán điền hình.

• *Toán đơn*:

Là loại toán mà khi giải ta chỉ dùng một phép tính. Ở lớp 1: Thêm, bớt, nhiều hơn, ít hơn; ở lớp 2: Tìm số bị trừ, số trừ, so sánh hơn kém đơn vị, tìm số hạng chưa biết; ở lớp 3: Gấp hơn một số lần, chia làm các nhóm, ...

Ví dụ 2: Bố cho An 3 quyển vở. Mẹ cho An thêm 1 quyển vở nữa. Hỏi An có mấy quyển vở?

Giải: An có số quyển vở là: $3 + 1 = 4$ (quyển)

Đáp số: 4 quyển.

Ví dụ 3: Trên bàn có 7 cái chén và 5 cái đĩa. Hỏi số chén nhiều hơn số đĩa là bao nhiêu?

Giải: Số chén nhiều hơn số đĩa là: $7 - 5 = 2$ (cái)

Đáp số: 2 đĩa.

• *Toán hợp:* Là loại toán mà khi giải ta phải dùng từ hai phép tính trở lên. Bắt đầu học từ Lớp 2, ta chỉ xét bài tập cộng, trừ. Gồm các loại: $a + b + c$; $a + b - c$; $a - b - c$; $a + (b - c)$; $a + (a + b)$; ở Lớp 3 bài tập có hai, ba phép tính trở lên trong đó có mặt phép tính cộng, trừ, nhân, chia; ...

Ví dụ 4: Mẹ mua 20 quả trứng. Ngày hôm qua ăn hết 5 quả, hôm nay ăn hết 4 quả. Hỏi còn lại bao nhiêu quả trứng?

Giải: Số trứng ăn hết hôm qua và hôm nay là: $5 + 4 = 9$ (quả)

Số trứng còn lại là: $20 - 9 = 11$ (quả)

Đáp số: 11 quả.

Ví dụ 5: Ba thùng như nhau đựng 27 lít mật. Hỏi hai thùng đựng bao nhiêu lít mật?

Giải: Số lít mật trong một thùng là: $27 : 9 = 3$ (lít)

Số lít mật đựng trong hai thùng là: $9 \times 2 = 18$ (lít)

Đáp số: 18 lít.

Ví dụ 6: Một người thợ mộc cưa một cây gỗ dài 12m thành những đoạn dài 15dm. Mỗi lần cưa hết 6 phút, thời gian nghỉ giữa hai lần cưa là 2 phút. Hỏi người ấy cưa xong cây gỗ hết bao nhiêu thời gian?

Giải: $12m = 120dm$. Số đoạn gỗ chia được là: $120 : 15 = 8$ (đoạn)

Số lần cưa là: $8 - 1 = 7$ (lần)

Do cưa xong thì không cần phải nghỉ nên thời gian cưa xong cây gỗ là:

$$7 \times (6 + 2) - 2 = 54 \text{ (phút).}$$

Nhận xét: Đối với bài toán các dữ kiện chưa đưa về cùng đơn vị, ta đưa chúng về cùng một đơn vị đo rồi giải.

• *Toán điển hình:* Là loại toán hợp có cùng một cấu trúc và cùng một cách giải nhất định. Thường xuất hiện ở lớp 4, 5 như: Tìm số trung bình cộng của hai hay nhiều số, tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của chúng, tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của chúng, hai tương quan tỉ lệ thuận, hai tương quan tỉ lệ nghịch, ...

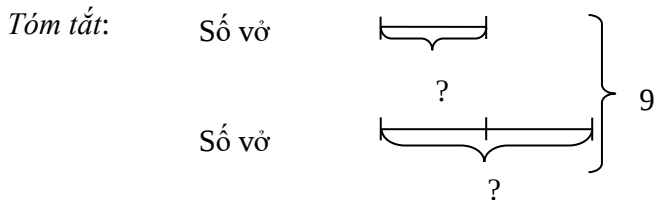
Ví dụ 7: Xe một chở 15 tấn cát, xe hai chở 17 tấn cát. Hỏi trung bình mỗi xe chở được bao nhiêu tấn cát?

Giải: Tổng số cát hai xe chở được là: $15 + 17 = 32$ (tấn)

Trung bình mỗi xe chở được là: $32 : 2 = 16$ (tấn)

Đáp số: 16 tấn.

Ví dụ 8: Cô giáo thưởng 9 quyển vở cho hai bạn An và Hòa. Số vở của An gấp hai lần số vở của Hòa. Hỏi mỗi bạn được thưởng mấy quyển?



Giải: Tổng số phần bằng nhau: $1 + 2 = 3$ (phần)

Số vở của Hòa là: $9 : 3 \times 1 = 3$ (quyển)

Số vở của An là: $9 : 3 \times 2 = 6$ (quyển)

Đáp số: An: 6 quyển vở; Hòa: 3 quyển vở.

d) Phương pháp giải các bài toán điển hình

• *Các bài toán áp dụng*

- Thực hiện phép tính (cộng, trừ, nhân, chia). Thực hiện thành thạo bốn phép tính là yêu cầu cơ bản của chương trình môn toán ở Tiểu học. Giáo viên cần làm tốt các công việc sau:

+ Dạy học sinh học thuộc các bảng cộng, trừ, nhân, chia.

+ Dạy đặt tính đúng.

+ Dạy học sinh học thuộc quy tắc tính: So sánh hai số. So sánh hai số cũng là kiến thức và kỹ năng rất cơ bản trong chương trình môn toán ở Tiểu học. Để so sánh hai số học sinh cần: thuộc thứ tự các số có một chữ số, thuộc quy tắc so sánh (so sánh hai số tự nhiên có nhiều chữ số, so sánh hai phân số, so sánh hai số thập phân).

- Tính giá trị của biểu thức. Tính giá trị của một biểu thức (không có chữ) cũng có nghĩa là thực hiện một dãy các phép tính. Để giải được loại toán này, ngoài việc thực hiện thành thạo các phép tính, cần nắm được thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức. Thứ tự này được trình bày mạch lạc nhất nếu chia thành các trường hợp:

+ Biểu thức không chứa dấu ngoặc: chỉ có các phép tính cộng trừ; chỉ có các phép tính nhân và chia; có cả các phép tính cộng và trừ lẫn các phép tính nhân và chia.

+ Biểu thức có dấu ngoặc.

– Tính các giá trị thường dùng trong thống kê: Trung bình cộng, tỉ số phần trăm.

– Tính chu vi, diện tích.

Chú ý: Các công thức tính được áp dụng: tính vận tốc, tính quãng đường, tính thời gian trong chuyển động đều.

+ Công thức xuất phát: $v = s : t$

+ Hai công thức dẫn xuất $s = v \times t$ và $t = s : v$

Ví dụ 9: Một con thuyền đi với vận tốc 7,2km/h khi nước lặng, vận tốc của dòng nước là 1,6km/h. Nếu thuyền đi xuôi dòng thì sau 3,5 giờ sẽ đi được bao nhiêu ki-lô-mét. Nếu thuyền đi ngược dòng thì cần bao nhiêu thời gian để đi được quãng đường như khi xuôi dòng trong 3,5 giờ.

• *Các bài toán về ý nghĩa của phép cộng*

- Các bài toán đơn về ý nghĩa của phép cộng số tự nhiên.

Ví dụ 10: Anh có 3 quả cam, em có 5 quả cam. Hỏi cả hai anh em có bao nhiêu quả cam.

Giải: Số quả cam của hai anh em là: $3 + 5 = 8$ (quả)

Đáp số: 8 quả cam.

- Các bài toán đơn về ý nghĩa của phép cộng phân số và số thập phân.

Phân số và số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn chỉ là hai cách ghi khác nhau của cùng một loại số hữu tỉ. Mỗi số hữu tỉ là một lớp tương đương các cặp số nguyên. Điều đó rất khó giải thích cho học sinh tiểu học. Chương trình môn toán ở Tiểu học chỉ

giới thiệu đến phân số không âm và số thập phân hữu hạn. Theo cách hình thành khái niệm phân số ở Tiểu học, phân số được hình thành như trong ví dụ sau:

Chia cái bánh thành 4 phần, lấy 3 phần ta có số bánh đã lấy là một phân số $\frac{3}{4}$.

• *Các bài toán về ý nghĩa của phép trừ*

Trong toán học, hiệu $m - n$ của hai số tự nhiên có nhiều cách định nghĩa. Ở Tiểu học định nghĩa gắn liền với thao tác bớt.

Trong ngôn ngữ thông thường có thể hiểu hiệu $m - n$ là: Nếu một nhóm có m phần tử và ta lấy bớt đi n phần tử, thì phần tử còn lại là $m - n$ phần tử.

Ví dụ 11: Lan có 5 quả cam, Lan cho em 2 quả. Hỏi Lan còn mấy quả cam?

Ví dụ 12: Lan có 5 quả cam. Hà có ít hơn Lan 2 quả. Hỏi Hà có bao nhiêu quả cam?

Ví dụ 13: Lan có 5 quả cam, Hồng có 2 quả cam. Hỏi Lan có nhiều hơn Hồng bao nhiêu quả cam.

• *Các bài toán về ý nghĩa của phép nhân*

- Các bài toán đơn về ý nghĩa của phép nhân.

Trong toán học, tích $m \times n$ của hai số tự nhiên được định nghĩa bằng nhiều cách.

Nếu tập hợp A có n phần tử, tập hợp B có m phần tử, thì $m \times n$ là số phần tử của tập tích Descartes $A \times B$. Nếu định nghĩa như thế rất khó đối với học sinh tiểu học, nên người ta chọn cách khác để hình thành khái niệm phép nhân.

- Gấp một số lần: *Ví dụ:* Anh có 12 chiếc kẹo, số kẹo của em nhiều gấp 4 lần anh. Hỏi em có bao nhiêu chiếc kẹo?

- Giảm một số lần: *Ví dụ:* Xã Đồng Tâm năm 1990 có 12 em bé 4 tuổi bị bại liệt. Năm 1995 số em bé 4 tuổi bị bại liệt giảm đi 4 lần so với năm 1990. Tính số em bé 4 tuổi bị bại liệt năm 1995?

- Kém một số lần: *Ví dụ:* Giá một ki-lô-gam thịt là 60 000 đồng, giá gạo kém giá thịt 5 lần. Hỏi giá một ki-lô-gam gạo là bao nhiêu đồng?

- So sánh gấp, kém một số lần: *Ví dụ:* Giá một ki-lô-gam thịt là 60 000 đồng, giá một ki-lô-gam gạo là 12 000 đồng. Hỏi thịt đắt hơn gạo bao nhiêu lần?

• *Các bài toán đơn về quan hệ giữa các thành phần và kết quả trong phép tính*

- Trong phép cộng: Một số hạng = tổng – số hạng kia

- Trong phép trừ: Số bị trừ = hiệu + số trừ; Số trừ = số bị trừ – hiệu.

- Trong phép nhân: Một thừa số = tích : thừa số kia.

- Trong phép chia: Số bị chia = số chia $\times$ thương; Số chia = số bị chia : thương

• *Các bài toán cơ bản về tỉ số và tỉ số phần trăm*

- Tỉ số và các bài toán cơ bản về tỉ số. *Ví dụ:* Biết tỉ số của một số so với số 8 là 3 : 2. Tìm số đó.

Ví dụ: Biết tỉ số của số 12 so với một số là 3 : 2. Tìm số đó.

Ví dụ: Tìm 2 phần 3 của số 9.

Ví dụ: Tìm một số biết 2 phần 3 của nó là 6.

- Tỷ số của số thứ nhất so với số thứ hai là $x\%$: Số thứ nhất : số thứ hai = $x : 100$. Có thể hiểu nếu đem số thứ nhất chia thành 100 phần thì số thứ hai bằng x phần đó.

- Tìm tỉ số phần trăm: Ví dụ: Tìm tỉ số phần trăm của hai số 12 và 60.

Giải: Ta có $(12 : 60) \times 100 = 20$. Vậy tỉ số phần trăm của 12 và 60 là 20%.

- Tìm số thứ nhất khi biết tỉ số phần trăm: Ví dụ: Biết tỉ số phần trăm của một số so với 50 là 70%. Tìm số đó?

Giải: Số cần tìm là: $(50 : 100) \times 70 = 35$.

- Tìm số thứ hai khi biết tỉ số phần trăm: VD: Biết tỉ số phần trăm của 35 so với một số là 70%. Tìm số đó?

Giải: Số cần tìm là: $(35 : 70) \times 100 = 50$

Chú ý: Chúng ta có thể gắn vào các bài toán có tính thực tế.
Ví dụ: Diện tích của hình vuông sẽ tăng thêm bao nhiêu phần trăm, nếu tăng mỗi cạnh lên 20%.

• Các bài toán tìm hai số khi biết kết quả hai phép tính.

- Biết tổng và hiệu; Biết tổng và tỉ số; Biết hiệu và thương; Biết tổng và tích; Biết hiệu và tích;

Ví dụ: a) Một tờ giấy hình vuông có cạnh $\frac{2}{5}$ m. Tính chu vi và diện tích tờ giấy hình vuông đó.

b) Bạn An cắt tờ giấy đó thành các ô vuông có cạnh $\frac{2}{25}$ m thì cắt được tất cả bao nhiêu vuông.

c) Một tờ giấy hình chữ nhật có chiều dài $\frac{4}{5}$ m và có cùng diện tích với tờ giấy hình vuông đó. Tìm chiều rộng tờ giấy hình chữ nhật.

- Bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

- Bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của chúng. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

- Bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của chúng. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

• *Các bài toán tổng hợp giải bằng hai phép tính cộng và trừ*

- Bài toán giải bằng hai phép tính cộng. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

- Bài toán giải bằng hai phép tính cộng và trừ (cộng trước, trừ sau). Trình bày bài toán và phương pháp giải.

- Bài toán giải bằng hai phép tính trừ và cộng (trừ trước, cộng sau). Trình bày bài toán và phương pháp giải.

- Bài toán giải bằng hai phép tính trừ. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

• *Bài toán cơ bản về hai đại lượng tỉ lệ*

- Bài toán cơ bản về hai đại lượng tỉ lệ thuận. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

- Bài toán cơ bản về hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Trình bày bài toán và phương pháp giải.

• *Các bài toán về ý nghĩa của phép chia*

- Nếu một tập hợp gồm m phần tử được chia đều thành n bộ phận thì thương $m : n$ là số phần tử của mỗi bộ phận đó. Giả sử tập A có m phần tử và A được chia thành một số bộ phận và mỗi bộ phận đều có n phần tử. Thế thì thương $m : n$ là số bộ phận đó.

Có thể phát biểu lại như sau:

- Nếu một nhóm có m phần tử mà được chia đều thành n phần thì mỗi phần có $m : n$ phần tử.

- Nếu một nhóm có m phần tử mà được chia đều thành một số phần, mỗi phần có n phần tử, thì số phần bằng $m : n$.

- Chia đều, tìm số phần tử: *Ví dụ:* Có 36 chiếc kẹo, chia đều cho 12 em. Hỏi mỗi em được bao nhiêu chiếc kẹo?

- Chia đều, tìm số phần: *Ví dụ:* Có 36 chiếc kẹo chia đều cho một số học sinh sao cho mỗi học sinh được 3 chiếc kẹo. Hỏi có bao nhiêu học sinh?

• *Một số bài toán điển hình khác*

- Bài toán về trồng cây.

- Các bài toán cơ bản về chuyển động đều.

- Bài toán tính tuổi.

- Bài toán trung bình cộng.

- Bài toán phân số nằm giữa hai số.

- Bài toán về phép chia có dư.

- Bài toán dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9.

Bài tập áp dụng

1. Trình bày ví dụ, vai trò của bài tập toán ở Tiểu học

2. Hãy nêu các loại bài tập toán ở tiểu học

3. Hãy nêu một số bài toán điển hình ở tiểu học.

4. Tìm hiểu một số khó khăn hoặc sai lầm học sinh có thể

mắc phải trong quá trình giải một số bài toán điển hình. Cách ngăn ngừa và khắc phục những khó khăn, sai lầm.

1.2. Các dạng bài tập cơ bản trong chương trình môn toán ở Tiểu học

1.2.1. Các dạng toán ở tiểu học

a. Các dạng toán về số học

Dạng toán thực hiện một dãy các phép tính; dạng toán tìm một số khi biết kết quả sau một dãy các phép tính liên tiếp; dạng toán tìm số trung bình cộng; dạng toán tìm hai số khi biết tổng, hiệu hoặc tỉ số của chúng; dạng toán cấu tạo thập phân của số; dạng toán định tính.

b. Các dạng toán về hình học

Dạng toán nhận dạng các hình hình học; dạng toán cắt ghép hình; dạng toán dùng đoạn thẳng để xếp hình hình học; dạng toán chia một hình theo yêu cầu nào đó; dạng toán liên quan đến các đại lượng hình học.

c. Các dạng toán về thống kê

Dạng toán làm quen với dãy số liệu thống kê và bảng số liệu thống kê; dạng toán về biểu đồ; dạng toán thực hành luyện tập các yếu tố thống kê.

d. Các dạng toán về đại lượng và phép đo đại lượng

Dạng toán thực hành đo các đại lượng; dạng toán chuyển đổi đơn vị đo; dạng toán so sánh hai số đo; dạng toán thực hiện phép tính trên số đo; dạng toán chia đại lượng; dạng toán chuyển động đều.

1.2.2. Các hoạt động dạy học giải bài tập

a. Tìm hiểu nội dung bài toán: - Đề cho gì? Tìm gì? Mối liên hệ giữa cho và tìm?

- Có 7 cách tóm tắt gồm:

Ví dụ 1: Một lớp có 30 học sinh, số bạn nam nhiều gấp đôi số bạn nữ. Tính số bạn nam, bạn nữ trong lớp?

Bạn nữ:  

Bạn nam: 

Hỏi có bao nhiêu bạn nam, bạn nữ?

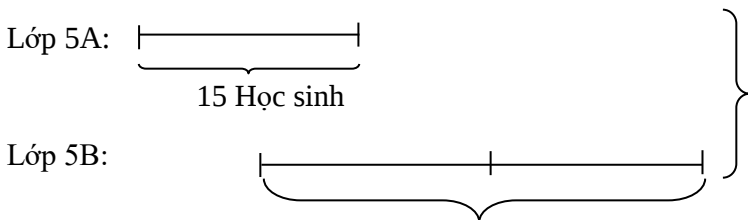
41

Ví dụ 2: Lớp 5A có 15 học sinh. Lớp 5B có nhiều gấp 2 số học sinh lớp 5A. Hỏi cả 2 lớp có bao nhiêu học sinh?

Tóm tắt: Lớp 5A: 15 học sinh; Lớp 5B: gấp 2 số học sinh lớp 5A

Cả hai lớp:... học sinh?

Hoặc:



Hai lớp có bao nhiêu học sinh?

• Dùng phương pháp trực quan

Ví dụ 3: Minh có 3 ngôi sao, Lan có 5 ngôi sao. Hỏi hai bạn có mấy ngôi sao?

Tóm tắt: Minh: 

Lan: 

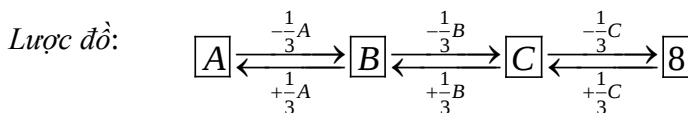
Hỏi cả Minh và Lan có mấy ngôi sao?

Chú ý: Cách này thường dùng cho học sinh lớp 1.

• Dùng graph: Đây là PP khá tiện lợi và hiệu quả. Giúp học sinh giải được một số bài toán tương đối dễ dàng. Thường dùng cho bài toán suy ngược về cuối.

VD: Nhà bạn An có nuôi một số thỏ. Đợt 1 bán $\frac{1}{3}$ số thỏ.
Đợt 2 bán $\frac{1}{3}$ số thỏ còn lại. Đợt 3 bán $\frac{1}{3}$ số thỏ còn lại sau hai đợt

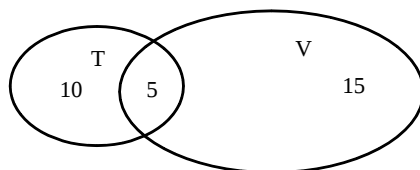
bán. Cuối cùng còn lại 8 con thỏ. Hỏi nhà bạn An nuôi được bao nhiêu con?



• *Dùng sơ đồ Ven:* Ta vẽ các nhóm đối tượng trong đề toán thành đường khép kín và ghi các số liệu hay câu hỏi vào trong các đường khép kín đó.

Ví dụ 5: Lớp 5A có 10 học sinh giỏi toán, 15 học sinh giỏi văn, 5 học sinh giỏi cả toán lẫn văn. Hỏi lớp 5A có bao nhiêu học sinh?

Tóm tắt: Ta có sơ đồ Ven.



• *Dùng bảng kẻ ô:* Cách này dùng trong bài toán có các nhóm đối tượng có chung với nhau những đặc tính nào đây hoặc các đại lượng có giá trị tương ứng với nhau một cách chặt chẽ.

VD 6: Lớp 3A có 35 học sinh trong đó có 20 bạn nam. Ngày mùng 1 tháng 6 lớp tổ chức đi công viên có 8 bạn nữ tham gia và 11 bạn nam không tham gia. Hỏi có bao nhiêu bạn không tham gia?

Tóm tắt: Ta có bảng tóm tắt

	Nam	Nữ	Tất cả
Tham gia	9	8	17
Không tham gia	11	7	18
Tổng cộng	20	15	35

• *Dùng chữ (công thức chữ)*

VD 7: Tìm số có ba chữ số biết rằng nếu xóa chữ số hàng trăm

thì số đó giảm đi 7 lần.

Tóm tắt: Gọi số cần tìm $\overline{abc}$, ta có $\overline{abc} : 7 = \overline{bc}$ ($a, b, c < 10, a > 0$). Tìm $\overline{abc}$.

Chú ý: Chỉ dùng trong các bài toán về số và chữ số không dùng giải bài toán có lời văn.

VD 8: Trong vườn có 27 cây cam và số quýt kém số cam là 3 lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu cây cam và quýt?

- *Phân tích:* Đề cho: số 27 và 3; Tìm: số cây cam và quýt.

- *Mối liên hệ:* Kém một số lần (số cây quýt kém số cây cam 3 lần); Nhiều hơn một số đơn vị (số cây trong vườn lớn hơn số cây quýt 27 cây).

b. Xây dựng chương trình giải: Thực chất hoạt động này là phép phân tích, tìm mối liên hệ giữa cái cho và cái phải tìm, dùng phép phân tích nếu cần phải xét các trường hợp trung gian. Trả lời được các câu hỏi:

- Gặp bài toán lần nào chưa?
- Nghiên cứu cái phải tìm, có tương tự như bài trước không?
- Có thể phát biểu bài toán dưới dạng khác không? Hãy thay các khái niệm bằng các định nghĩa của chúng.
- Có thể biến đổi cái phải tìm bằng cái đã cho hay cả hai để chúng gần nhau hơn không?
- Đã sử dụng hết giả thiết đã cho chưa, đã xét hết các điều kiện chưa? Đã chú ý hết khái niệm có trong đề chưa?

VD 1: Giải bài toán trong VD 8 ở trên.

Ta có

$$27 : 9 = 3 \text{ (cây)} \quad (1)$$

$$27 + 9 = 36 \text{ (cây)} \quad (2)$$

Phép tính (1) thì 27 và 3 là các số đã cho, 9 là cái trung gian phải tìm. Quan hệ hơn kém nhau (+, -), gấp kém ($\times$, $:$). Sử dụng hết giả thiết đưa ra, chẳng hạn dấu “:” biểu thị quan hệ kém một số lần, dấu “+” biểu thị quan hệ “*nhiều hơn một số đơn vị*”.

c. Thực hiện chương trình giải: Hãy kiểm tra từng bước thực hiện, đây là phép tổng hợp (đã có kết quả).

d. Kiểm tra và nghiên cứu bài giải: Kiểm tra:

- *Về hình thức:* Chữ viết rõ ràng, trình bày đúng, đẹp. Dùng dấu chấm, phẩy đúng chỗ.

- *Về nội dung:* Đúng chưa, thử lại kết quả.

- *Nghiên cứu:* Cách giải khác; khái quát dạng, khái quát cách giải; bài toán ngược; bài toán mới tương tự.

Bài tập áp dụng

1. Hãy nêu các dạng toán cơ bản ở Tiểu học.
2. Trình bày các hoạt động cơ bản trong DH giải bài tập toán
3. Chọn một, hai bài tập trong sách giáo khoa để từ đó nêu tóm tắt, xây dựng chương trình giải, tiến hành giải và kiểm tra và nghiên cứu bài giải.

Chương 2:

THỰC HÀNH GIẢI TOÁN TIỂU HỌC ĐỐI VỚI GIÁO VIÊN

Mục tiêu

- *Kiến thức*: Sinh viên hiểu và nắm được một số kiến thức liên quan đến các phương pháp giải toán ở tiểu học gồm nội dung; phương pháp giải; một số ví dụ minh họa; các chú ý;...

- *Kỹ năng*: Sinh viên vận dụng linh hoạt các phương pháp này vào giải các bài toán cụ thể, liên hệ với các bài toán trong thực tiễn và thiết kế dạy học.

- *Thái độ*: Sinh viên hình thành tính cẩn thận, kiên nhẫn, yêu thích toán học, có khả năng tự học, tự bồi dưỡng,...

2.1. Một số phương pháp giải toán ở tiểu học

2.1.1. Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng

a. Khái niệm

- Là phương pháp dùng đoạn thẳng biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng đã cho và đại lượng phải tìm.

- Việc lựa chọn độ dài các đoạn thẳng để biểu diễn các đại lượng và sắp thứ tự của đoạn thẳng trong sơ đồ hợp lý sẽ giúp học sinh đi đến lời giải một cách tường minh.

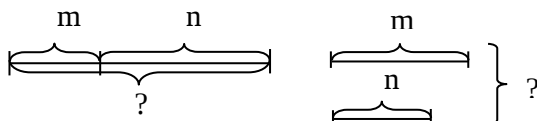
- Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng được dùng thường xuyên và rộng rãi trong dạy học toán.

- Đây là phương pháp có tính trực quan trong dạy học đặc biệt dạy học toán ở tiểu học.

- Áp dụng phương pháp này vào giải được nhiều dạng toán khác nhau chẳng hạn: các bài toán đơn, các bài toán hợp và một số dạng toán có lời văn điển hình, dạy hình thành khái niệm về số trung bình cộng và xây dựng công thức tìm số trung bình cộng của hai hay nhiều số.

b. Ứng dụng

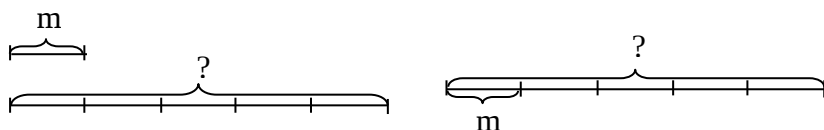
+ Sơ đồ phép cộng:



+ Sơ đồ phép trừ:



+ Sơ đồ phép nhân:



+ Các bước cơ bản giải bài toán bằng PP sơ đồ đoạn thẳng
(Có 4 bước)

- **Bước 1:** Tìm hiểu đề bài. Đây là bước phân tích đề toán, về ý nghĩa bài toán, nội dung bài toán, yêu cầu bài toán.

- **Bước 2:** Lập luận để vẽ sơ đồ. Ở đây cần thiết lập mối quan hệ và phụ thuộc giữa các đại lượng trong bài toán. Khi vẽ sơ đồ đoạn thẳng cần chọn độ dài, sắp xếp các đoạn thẳng đó một cách thích hợp để thấy mối quan hệ giữa các đại lượng.

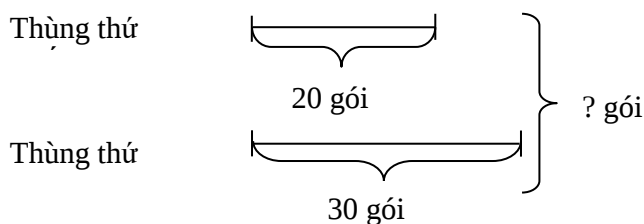
- *Bước 3:* Lập kế hoạch giải toán. Dựa vào sơ đồ đoạn thẳng chúng ta đặt câu hỏi “*Từ các số đã cho và điều kiện bài toán có thể biết gì? Có thể làm gì? Phép tính nào có thể giúp chúng ta trả lời câu hỏi của bài toán không?*”

- *Bước 4:* Giải và kiểm tra các bước. Thực hiện các phép tính theo tuần tự đã thiết lập để tìm ra đáp số. Mỗi khi thực hiện phép tính cần kiểm tra tính đúng. Giải xong phải thử xem đáp số có phù hợp với điều kiện bài toán không?

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Thùng thứ nhất đựng 20 gói bánh, thùng thứ hai đựng 30 gói bánh. Hỏi cả hai thùng đựng bao nhiêu gói bánh?

Ta có sơ đồ sau:

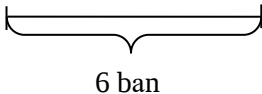


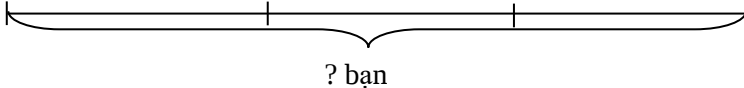
Giải: Số gói bánh mà cả hai thùng đựng là: $20 + 30 = 50$
(gói bánh)

Đáp số: 50 gói bánh.

VD 2: Một buổi tập múa có 6 bạn nam, số bạn nữ gấp 3 lần số bạn nam. Hỏi buổi tập múa có bao nhiêu bạn nữ?

Ta có sơ đồ sau:

Số bạn nam 

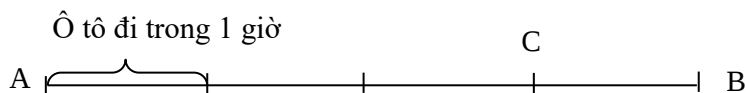
Số bạn nữ 

Giải: Số bạn nữ tham gia buổi tập múa là: $6 \times 3 = 18$ (bạn)

Đáp số: 18 bạn.

VD 3: Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B hết 4 giờ, nếu trong mỗi giờ chiếc ô tô này đi thêm được 12km thì thời gian đi từ A đến B chỉ mất 3 giờ. Tính quãng đường AB.

Ta có sơ đồ:



Đi hết 4 giờ:

Giải: Vì ô tô đi từ A đến B hết 4 giờ, ta chia quãng đường AB làm 4 phần bằng nhau, mỗi phần biểu thị quãng đường ô tô đi trong 1 giờ.

Nếu ô tô chạy với vận tốc ban đầu sau 3 giờ chỉ mới đến được C.

Nếu trong mỗi giờ chiếc ô tô này đi thêm được 12km thì đến B chỉ mất 3 giờ, khi đó ô tô đi thêm được số km là: $12 \times 3 = 36$ (km)

Vậy C cách B là 36km.

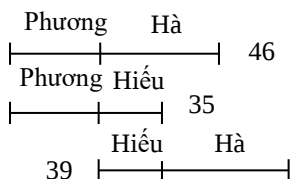
Khoảng cách AB là: $4 \times 36 = 144$ (km)

Đáp số: 144km.

Ví dụ 4: Ba bạn Hà, Phương, Hiếu cùng tham gia trồng cây. Hà và Phương trồng được 46 cây, Phương và Hiếu trồng được 35 cây,

Hiếu và Hà trồng được 39 cây. Hỏi mỗi bạn trồng được bao nhiêu cây?

Ta có sơ đồ tóm tắt:



Hai lần số cây của 3 bạn trồng là:

$$46 + 35 + 39 = 120 \text{ (cây)}$$

$$\text{Số cây của 3 bạn trồng là: } 120 : 2 = 60 \text{ (cây)}$$

$$\text{Số cây bạn Hiếu trồng là: } 60 - 46 = 14 \text{ (cây)}$$

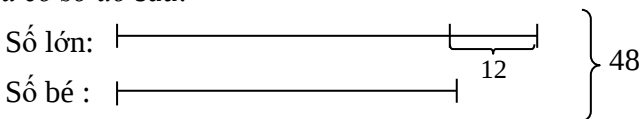
$$\text{Số cây bạn Hà trồng là: } 39 - 14 = 25 \text{ (cây)}$$

$$\text{Số cây bạn Phương trồng là: } 60 - 39 = 21 \text{ (cây)}$$

Đáp số: Hà: 25 cây; Phương: 21 cây; Hiếu: 14 cây.

VD 5: Tổng hai số là 48, hiệu hai số là 12. Tìm hai số đó.

Ta có sơ đồ sau:



Giải: Cách 1: Hai lần số bé là: $48 - 12 = 36$

$$\text{Số bé là: } 36 : 2 = 18$$

$$\text{Số lớn là: } 18 + 12 = 30$$

Cách 2: Hai lần số lớn là: $48 + 12 = 60$

$$\text{Số lớn là: } 60 : 2 = 30$$

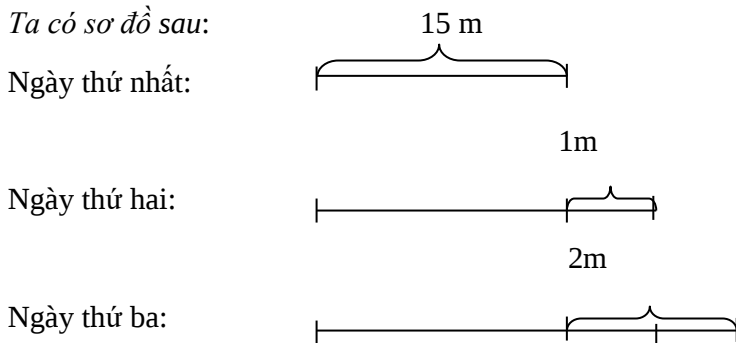
$$\text{Số bé là: } 30 - 12 = 18$$

Đáp số: Số lớn: 30; Số bé: 18.

Ví dụ 6: Một tổ công nhân đường sắt sửa đường, ngày thứ

nhất sửa được 15m đường, ngày thứ hai sửa được nhiều hơn ngày thứ nhất 1m, ngày thứ ba sửa được nhiều hơn ngày thứ nhất 2m. Hỏi trung bình mỗi ngày sửa được bao nhiêu mét đường?

Ta có sơ đồ sau:



Giải: Ngày thứ hai sửa được là:

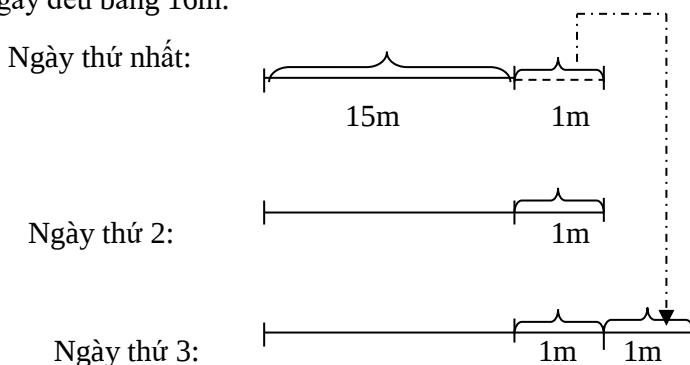
$$15 + 1 = 16 \text{ (m)}$$

Ngày thứ 3 sửa được là: $15 + 2 = 17 \text{ (m)}$

Trung bình mỗi ngày sửa được là: $(15 + 16 + 17) : 3 = 16 \text{ (m)}$

Đáp số: 16m.

Nhận xét: Quan sát kĩ sơ đồ ta thấy nếu chuyển một mét từ ngày thứ 3 sang ngày thứ nhất thì số mét đường sửa được trong các ngày đều bằng 16m.



Ta thấy ngay trung bình mỗi ngày tổ đó sửa được 16m đường.

Như vậy, sơ đồ giúp ta hình dung rõ khái niệm, đôi khi sơ đồ còn giúp ta tính nhẩm nhanh kết quả.

d. Chú ý: Một bài toán có thể có nhiều cách vẽ sơ đồ khác nhau, mỗi sơ đồ sẽ tương ứng với một lời giải. Giáo viên nên hướng dẫn học sinh lựa chọn sơ đồ đơn giản, dễ giải; để vẽ sơ đồ chính xác giáo viên hướng dẫn học sinh đọc kỹ đề, phân tích mối liên hệ giữa cái đã cho và cái cần tìm. Như vậy, vẽ sơ đồ đoạn thẳng giúp ta hình dung rõ khái niệm, đôi khi nó còn giúp ta tính nhẩm nhanh kết quả.

Bài tập áp dụng

1. Gia đình bác Tư có hai thửa ruộng. Thửa thứ nhất thu hoạch được 425kg thóc và bằng 4 số thóc thu được ở thửa thứ hai. Hỏi thửa ruộng thứ hai thu hoạch được mấy tạ thóc?

2. Trong ngày chủ nhật, một cửa hàng bán được 1600kg gạo. Hỏi trong tuần lễ đó của hàng bán được bao nhiêu tấn gạo, biết rằng số gạo bán trong cả tuần gấp 5 lần số gạo bán ngày chủ nhật?

3. Tám năm về trước tuổi ba cha con cộng lại là 45. Tám năm sau, cha hơn con lớn 26 tuổi và hơn con nhỏ 34 tuổi. Tính tuổi của mỗi người hiện nay?

4. Giá tiền một con gà và một con vịt là 45000 đồng, giá một con vịt và một con ngỗng là 65000 đồng, giá một con ngỗng và một con gà là 70000 đồng. Tính giá tiền của một con vật mỗi loại.

5. Nhà An nuôi được 16 con gà, nhà Hùng nuôi được nhiều

hơn nhà An 3 con gà. Hỏi nhà Hùng nuôi được mấy con gà?

6. Nhà An nuôi được 16 con gà, nhà An nuôi được ít hơn nhà Hùng 3 con gà. Hỏi nhà Hùng nuôi được mấy con gà?

7. Lớp 2A có 22 bạn nam và 18 bạn nữ. Hỏi lớp 2A có tất cả bao nhiêu học sinh?

8. Đàn gà nhà Hương có 43 con gà trống và 27 con gà mái. Hỏi nhà Hương có tất cả bao nhiêu con gà?

9. Một ô tô khởi hành từ A, đi về phía B. Giờ thứ nhất đi được $\frac{3}{8}$ quãng đường, giờ thứ 2 đi được $\frac{2}{7}$ quãng đường. Hỏi sau 2 giờ ô tô đi được mấy phần quãng đường đó?

10. Hai vòi nước cùng chảy vào bể. Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{6}$ bể, vòi thứ hai chảy được $\frac{2}{11}$ bể. Hỏi sau giờ đầu cả hai vòi chảy được bao nhiêu phần bể nước?

11. Tuần trước Lan đọc được 162 trang sách. Tuần này Lan đọc được 190 trang. Hỏi tuần trước Lan đọc ít hơn tuần này bao nhiêu trang sách?

2.1.2. Phương pháp rút về đơn vị, phương pháp tỉ số

a. Khái niệm

- Phương pháp rút về đơn vị và phương pháp tỉ số dùng để giải các bài toán đại lượng biến thiên theo tương quan tỉ lệ thuận và đại lượng tỉ lệ nghịch.

- Trong bài toán đại lượng tỉ lệ thuận (hay tỉ lệ nghịch) có ba đại lượng trong đó một đại lượng không đổi, hai đại lượng biến thiên tương quan tỉ lệ thuận (hay tỉ lệ nghịch). Trong hai đại lượng biến thiên, người ta cho biết hai giá trị của đại lượng này và một giá trị của đại lượng kia.

- Bài toán đặt ra là tìm giá trị chưa biết còn lại của đại lượng thứ hai. Để tìm được giá trị đó ta dùng phương pháp rút về đơn vị và phương pháp tỉ số.

- Phương pháp rút về đơn vị và phương pháp tỉ số là hai phương pháp khác nhau nhưng đều dùng để giải dạng toán tương quan tỉ lệ thuận (hoặc tỉ lệ nghịch).

b. Ứng dụng

• *Các bước giải bài toán bằng phương pháp rút về đơn vị*

- *Bước 1*: Tìm xem một đơn vị của đại lượng thứ nhất tương ứng với giá trị nào của đại lượng thứ hai.

- *Bước 2*: Có bao nhiêu đơn vị của đại lượng thứ nhất thì có bấy nhiêu lần giá trị tương ứng của đại lượng thứ hai. Giá trị này của đại lượng thứ hai là giá trị cần tìm.

• *Các bước giải bài toán bằng phương pháp tỉ số*

- *Bước 1*: Tìm tỉ số, tức là xác định trong hai giá trị đã biết của đại lượng thứ nhất, giá trị này gấp hoặc kém mấy lần giá trị kia.

- *Bước 2*: Tìm giá trị chưa biết của đại lượng thứ hai. Trong bước này lấy giá trị của đại lượng thứ hai tương ứng với một đơn vị của đại lượng thứ nhất (vừa tìm được ở bước 1) nhân (hoặc chia cho) giá trị còn lại của đại lượng thứ nhất.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Có 40m vải may được 8 bộ quần áo như nhau. Hỏi phải dùng bao nhiêu mét vải loại đó để may được 5 bộ quần áo như thế?

Phân tích: Trong bài toán này xuất hiện ba đại lượng: Số

mét vải để may 1 bộ quần áo là đại lượng không đổi; Số bộ quần áo và số mét vải là hai đại lượng biến thiên theo tương quan tỉ lệ thuận.

Tóm tắt: 8 bộ $\rightarrow$ 40m

5 bộ $\rightarrow$? m

Giải: Số mét vải để may một bộ quần áo là: $40 : 8 = 5$ (m)

Số mét vải để may một 5 bộ quần áo là: $5 \times 5 = 25$ (m)

Đáp số: 25m.

Ví dụ 2: Mua 9 gói bánh như nhau hết 54 000 đồng. Hỏi dùng 270000 đồng thì mua được bao nhiêu gói bánh cùng loại?

Phân tích: Trong bài toán này xuất hiện ba đại lượng: Số tiền mua 1 gói bánh là đại lượng không đổi. Ta thấy số tiền 270000 đồng gấp 5 lần số tiền 54000 đồng, nên số gói bánh được mua gấp 5 lần số gói bánh ban đầu.

- Số gói bánh và số tiền là hai đại lượng biến thiên theo tương quan tỉ lệ thuận.

Tóm tắt: 9 gói bánh $\rightarrow$ 54000 đồng

? gói bánh $\rightarrow$ 270000 đồng

Giải: Cách 1: Sử dụng phương pháp rút về đơn vị.

Giá tiền mua 1 gói bánh là: $54000 : 9 = 6000$ (đồng)

Số gói bánh mua được là: $270000 : 6000 = 45$ (gói)

Cách 2: Sử dụng phương pháp tỉ số.

Số tiền 270000 đồng gấp 54000 đồng số lần là: $270000 : 54000 = 5$ (lần)

Số gói bánh được mua là: $9 \times 5 = 45$ (gói)

Đáp số: 45 gói.

Nhận xét: Ngoài hai phương pháp rút về đơn vị và phương pháp tỉ số ta có thể giải bài toán trên bằng phương pháp “*quy tắc tam suất thuận*” như sau:

Số gói bánh được mua là: $270000 \times 9 : 54000 = 45$ (gói)

Ví dụ 3: Một đội công nhân chuẩn bị đủ gạo cho 40 người ăn trong 15 ngày. Sau 3 ngày có 20 công nhân được điều đi nơi khác. Hỏi số công nhân còn lại ăn hết số gạo đó trong bao nhiêu ngày? Biết rằng khẩu phần ăn của mọi người là như nhau.

Phân tích: Trong bài toán này xuất hiện ba đại lượng

- Số gạo của một người ăn trong ngày là đại lượng không đổi.

- Số người ăn và số ngày ăn hết số gạo là hai đại lượng biến thiên theo tương quan tỉ lệ nghịch.

Sau khi ăn được 3 ngày thì số gạo còn lại đủ cho 40 người ăn trong 12 ngày, nhưng chỉ có 20 người ăn số gạo còn lại đó. Vậy bài toán tóm tắt như sau.

Tóm tắt: 40 người ăn $\rightarrow$ 12 ngày

20 người ăn $\rightarrow$? ngày

Giải: Cách 1: Số gạo còn lại đủ cho 40 người ăn trong số ngày là:

$$15 - 3 = 12 \text{ (ngày)}$$

Số công nhân còn ở lại là:

$$40 - 20 = 20 \text{ (người)}$$

Một người ăn hết số gạo còn lại trong số ngày là:

$$12 \times 40 = 480 \text{ (ngày)}$$

Thời gian để số công nhân còn lại ăn hết gạo là:

$$480 : 20 = 24 \text{ (ngày)}$$

Cách 2: Số gạo còn lại đủ cho 40 người ăn trong số ngày là:
 $15 - 3 = 12$ (ngày)

Số công nhân còn ở lại là: $40 - 20 = 20$ (người)

Số người trước khi chuyển nhiều hơn số người sau khi chuyển: $40 : 20 = 2$ (lần)

Thời gian để số công nhân còn lại ăn hết gạo là:

$$12 \times 2 = 24 \text{ (ngày)}$$

Đáp số: 24 ngày.

Ví dụ 4: (Bài toán tỉ lệ kép) Một đội vận tải được giao vận chuyển một lô hàng. Nếu huy động 12 xe, mỗi xe chở một chuyến được 5 tấn thì sẽ chở xong lô hàng trong 24 giờ. Hỏi nếu huy động 18 xe, mỗi xe chở một chuyến được 8 tấn thì cần thời gian bao lâu sẽ chở hết lô hàng đó?

Phân tích: Trong bài toán này xuất hiện bốn đại lượng

- Khối lượng hàng phải chở là đại lượng không đổi.
- Số ô tô tham gia vận chuyển.
- Số hàng mỗi ô tô chở được trong một chuyến.
- Thời gian ô tô chở xong lô hàng.

Ta có thể đưa bài toán trên về hai bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch như sau:

Bài toán 1:

12 xe, mỗi xe chở một chuyến được 5 tấn: Chở xong trong 24 giờ

12 xe, mỗi xe chở một chuyến được 8 tấn: Chở xong trong A giờ?

Giải ra ta được A giờ.

Bài toán 2:

12 xe, mỗi xe chở một chuyến được 8 tấn: Chở xong trong A giờ

18 xe, mỗi xe chở một chuyến được 8 tấn: Chở xong trong ... giờ?

Hoặc Bài toán 1:

12 xe, mỗi xe chở một chuyến được 5 tấn: Chở xong trong 24 giờ

18 xe, mỗi xe chở một chuyến được 5 tấn: Chở xong trong B giờ?

Giải ra ta được B giờ.

Bài toán 2:

18 xe, mỗi xe chở một chuyến được 5 tấn: Chở xong trong B giờ

18 xe, mỗi xe chở một chuyến được 8 tấn: Chở xong trong ... giờ?

Giải: Cách 1:

Thời gian để 12 xe loại 8 tấn/chuyến chở xong lô hàng là:

$$24 \times 5 : 8 = 15 \text{ (giờ)}$$

Thời gian để 18 xe loại 8 tấn/chuyến chở xong lô hàng là:

$$15 \times 12 : 18 = 10 \text{ (giờ)}$$

Cách 2:

Thời gian để 18 xe loại 5 tấn/chuyến chở xong lô hàng là:

$$24 \times 12 : 18 = 16 \text{ (giờ)}$$

Thời gian để 18 xe loại 8 tấn/chuyến chở xong lô hàng là:

$$16 \times 5 : 8 = 10 \text{ (giờ)}$$

Đáp số: 10 giờ.

d. *Chú ý:* - Những cặp đại lượng tỉ lệ thường gặp trong bài

toán dạng này là: Thời gian và quãng đường đi được; số lượng một loại hàng và số tiền hàng; số mét vải và số bộ quần áo;...

- Bước rút về đơn vị thực hiện phép chia.

- Bước tìm giá trị chưa biết thực hiện phép nhân khi đại lượng thứ nhất nhỏ hơn đại lượng thứ hai, thực hiện phép chia khi đại lượng thứ hai nhỏ hơn đại lượng thứ nhất.

- PP rút về đơn vị chỉ giải được khi kết quả của phép chia trong bước rút về đơn vị là số tự nhiên; ...

Bài tập áp dụng

1. Một đơn vị bộ đội chuẩn bị được 5 tạ gạo để ăn trong 15 ngày. Sau khi ăn hết 3 tạ thì đơn vị bổ sung thêm 8 tạ gạo nữa. Hỏi đơn vị ăn bao nhiêu ngày nữa thì hết toàn bộ số gạo đó, biết rằng số gạo ăn trong mỗi ngày của đơn vị đó là như nhau.

2. Một người mua 7 gói bánh hết 35000 đồng hỏi mua 20 gói bánh cùng loại hết bao nhiêu tiền.

3. Dùng 50m vải may được 25 chiếc áo như nhau. Hỏi 1000m vải cùng loại thì may được bao nhiêu chiếc áo như thế?

4. Một người đi xe máy trên quãng đường 60km hết 2 giờ. Hỏi cùng vận tốc đó người đó đi hết quãng đường 180m hết bao nhiêu thời gian?

5. Một người đi xe đạp từ nhà đến trường với vận tốc 12km/h thì hết 15 phút. Hỏi nếu người đó đi bằng xe máy với vận tốc 36km/h thì hết thời gian bao lâu?

6. Hai bạn An và Cường được phân công đi mua kẹo về liên hoan. Hai bạn nhằm tính nếu mua loại kẹo 4000 đồng một gói thì mua được 21 gói. Hỏi cùng số tiền đó mà các bạn mua loại kẹo

7000 đồng thì mua được bao nhiêu gói?

7. Một đội công nhân chuẩn bị đủ số gạo cho 40 người ăn trong 15 ngày. Sau 3 ngày có 20 công nhân được điều đi làm việc ở nơi khác. Hỏi số công nhân còn lại ăn hết số gạo trong bao nhiêu ngày? Biết rằng khẩu phần ăn của mỗi người là như nhau.

8. May 5 bộ quần áo như nhau hết 20m vải. Hỏi may 23 bộ quần áo như thế thì hết bao nhiêu m vải cùng loại?

9. Lát $9m^2$ nền nhà hết 100 viên gạch. Hỏi lát $36m^2$ nền nhà cùng loại thì hết bao nhiêu viên gạch?

10. Dùng 32m vải thì may được 8 bộ quần áo như nhau. Hỏi 100m vải cùng loại thì may được mấy bộ quần áo như thế?

11. May 10 bộ quần áo như nhau hết 50m vải. Hỏi có 40m vải cùng loại thì may được bao nhiêu bộ quần áo như thế?

12. Một xe máy đi 3 giờ được 60km. Hỏi xe đó đi trong 6 giờ được bao nhiêu ki-lô-mét? (Coi như vận tốc không thay đổi)

13. Một đơn vị bộ đội đã chuẩn bị gạo ăn cho 120 người trong 50 ngày. Sau đó đơn vị nhận thêm một số người mới, nên đơn vị có tất cả 200 người. Hỏi với số gạo đã chuẩn bị đủ ăn trong bao nhiêu ngày? (Mức ăn của mọi người như nhau).

14. Một nhà trẻ dự trữ gạo ăn cho 120 bé ăn trong 20 ngày. Nay có thêm một số bé mới đến nên số ngày ăn giảm đi 4 ngày. Hỏi có bao nhiêu bé mới đến thêm?

2.1.3. Phương pháp chia tỉ lệ

a. Khái niệm

- Phương pháp chia tỉ lệ là một phương pháp giải toán dùng

để giải các bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số hoặc tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số.

- PP này còn dùng để giải bài toán về cấu tạo số tự nhiên, cấu tạo phân số, cấu tạo số thập phân, các bài toán có nội dung hình học, bài toán về chuyển động đều,...

- Đối với bài toán tìm ba số khi biết tổng (hiệu) và tỉ số của chúng ta cũng dùng phương pháp chia tỉ lệ.

b. Ứng dụng

Có bốn bước giải bài toán bằng PP chia tỉ lệ.

- *Bước 1:* Tóm tắt đề toán bằng sơ đồ đoạn thẳng (số phần bằng nhau của các đoạn thẳng tương ứng với tỉ số của các số cần tìm).

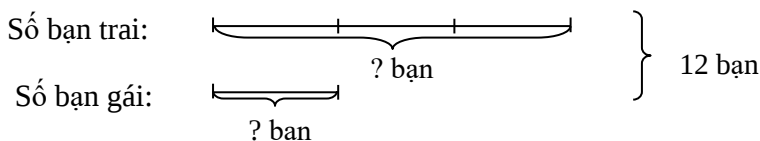
- *Bước 2:* Tìm tổng (hoặc hiệu) số phần bằng nhau.

- *Bước 3:* Tính giá trị của một phần.

- *Bước 4:* Xác định mỗi số cần tìm.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Một đội tuyển học sinh giỏi toán có 12 bạn, trong đó số bạn gái bằng $\frac{1}{3}$ số bạn trai. Hỏi có mấy bạn gái, mấy bạn trai trong đội tuyển đó?



Tóm tắt: Sử dụng sơ đồ biểu thị mối quan hệ về tỉ số:

Phân tích: Từ sơ đồ đoạn thẳng dễ dàng thấy được hai điều kiện của bài toán.

- Cả trai và gái có 12 bạn (biểu thị mối quan hệ về tổng).
- Số bạn trai gấp 3 lần số bạn gái (biểu thị mối quan hệ về tỉ số).

Giải: Tổng số phần bằng nhau là: $1 + 3 = 4$ (phần)

Số bạn gái trong đội tuyển là: $12 : 4 = 3$ (bạn)

Số bạn trai trong đội tuyển là: $12 - 3 = 9$ (bạn)

Đáp số: Trai: 9 bạn;

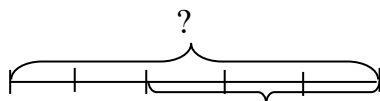
Gái: 3 bạn.

VD 2: Tìm hai số tự nhiên biết hiệu của chúng là 27 và số này bằng $\frac{2}{5}$ số kia.

Phân tích: Để giải bài toán ta cần vẽ sơ đồ vừa biểu thị mối quan hệ về hiệu, vừa biểu thị mối quan hệ về tỉ số.

Từ sơ đồ đoạn thẳng dễ dàng thấy được hai điều kiện của bài toán

Số lớn:



Số bé:



- Hiệu của số lớn và số bé là 27 (biểu thị mối quan hệ về hiệu).

- Số bé bằng $\frac{2}{5}$ số lớn (biểu thị mối quan hệ về tỉ lệ).

Giải: Hiệu số phần bằng nhau là: $5 - 2 = 3$ (phần)

Giá trị của một phần là: $27 : 3 = 9$

Số lớn là: $9 \times 5 = 45$

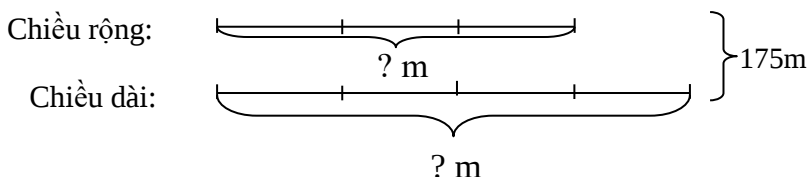
Số bé là: $9 \times 2 = 18$

Đáp số: Số lớn: 45; Số bé: 18.

VD 3: Một hình chữ nhật có chu vi là 350m, chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều dài. Tìm chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Phân tích: Nửa chu vi của hình chữ nhật là: $350 : 2 = 175$ (m)

Ta có sơ đồ sau:



Tổng số phần bằng nhau là: $3 + 4 = 7$ (phần)

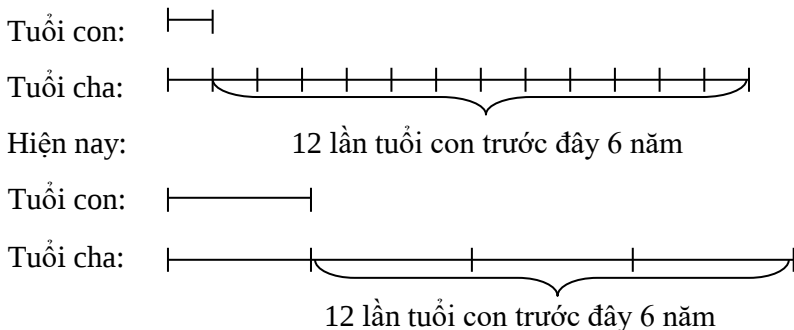
Giải: Chiều rộng của hình chữ nhật là: $175 : 7 \times 3 = 75$ (m)

Chiều dài của hình chữ nhật là: $175 - 75 = 100$ (m)

Đáp số: Chiều rộng:
75m; Chiều dài: 100m.

VD 4: Hiện nay cha gấp 4 lần tuổi con. Trước đây 6 năm tuổi cha gấp 13 lần tuổi con. Tính tuổi cha và tuổi con hiện nay.

Phân tích: Trước đây 6 năm:



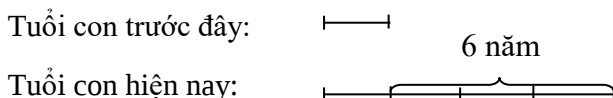
Theo sơ đồ, hiệu số tuổi của cha và con trước đây 6 năm

bằng 12 lần tuổi con lúc đó.

Còn hiệu số tuổi của cha và con hiện nay bằng 3 lần tuổi con hiện nay.

Vì hiệu này không thay đổi nên 3 lần tuổi con hiện nay bằng 12 lần tuổi con trước đây.

Ta vẽ sơ đồ biểu thị tuổi con trước đây và tuổi con hiện nay:



Giải:

$$\text{Tuổi con trước đây là: } 6 : (4 - 1) = 2 \text{ (tuổi)}$$

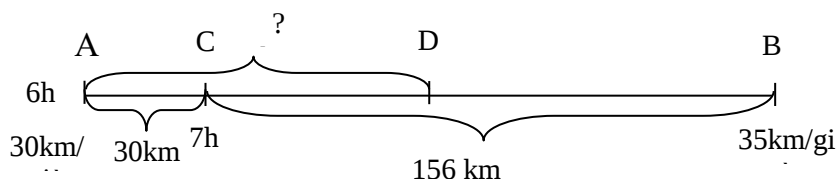
$$\text{Tuổi con hiện nay là: } 2 + 6 = 8 \text{ (tuổi)}$$

$$\text{Tuổi cha hiện nay là: } 4 \times 8 = 32 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Cha: 32 tuổi; Con: 8 tuổi.

Ví dụ 5: Hai thành phố A và B cách nhau 186km, lúc 6 giờ một người đi xe máy từ A với vận tốc 30km/h về B, lúc 7 giờ một người khác đi xe máy từ B với vận tốc 35km/h để đến A. Hỏi hai người sẽ gặp nhau lúc mấy giờ và chỗ gặp nhau cách A mấy ki-lô-mét?

Tóm tắt:



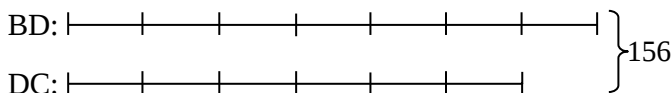
Phân tích:

- Lúc 7 giờ người đi từ A đến C cách B: $186 - 30 = 156$ (km)

- Vì thời gian đi từ C và B đến D không đổi nên quãng đường DC, BD tỉ lệ thuận với vận tốc.

Tỉ số vận tốc: $\frac{v_C}{v_B} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$. Suy ra tỉ số quãng đường DC so với BD là $\frac{6}{7}$.

Ta có sơ đồ:



Giải:

Quãng đường DC dài là: $(156 : (6 + 7)) \times 6 = 72$ (km)

Thời gian 2 người gặp nhau: $72 : 30 = \frac{12}{5}$ (giờ)

Thời điểm gặp nhau: $7 + \frac{12}{5} = \frac{47}{5}$ (giờ). Đổi $\frac{47}{5}$ giờ = 9 giờ 24 phút

Điểm gặp nhau cách A: $30 + 72 = 102$ (km)

Đáp số: 9 giờ 24 phút; 102km.

d. *Chú ý:* Yêu cầu học sinh vẽ các đoạn thẳng bằng nhau, chia tỉ lệ thích hợp trong các ví dụ trên; Trong một số bài toán có

nhiều cách giải, nhưng giải theo PP chia tỉ lệ dễ hiểu, đơn giản. Giáo viên có thể khuyến khích học sinh giải nhiều cách khác nhau;...

Bài tập áp dụng

1. Lớp 1A có 35 học sinh, trong đó số học sinh nữ bằng $\frac{3}{4}$ số Học sinh nam. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ.

2. Tuổi chị và tuổi em hiện nay bằng 32. Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị gấp 3 lần tuổi em. Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

3. Năm nay tổng số tuổi của hai mẹ con là 45. Tìm tuổi của mỗi người, biết rằng hai lần tuổi mẹ bằng bảy lần tuổi con.

4. Hai đội vận tải được huy động chuyên xi măng phục vụ công trình thủy lợi. Đội thứ nhất chở nhiều hơn đội thứ hai 124 tấn và số xi măng của đội thứ nhất chở được bằng $\frac{9}{5}$ số xi măng của đội thứ hai đã chở. Hỏi mỗi đội chở được bao nhiêu tấn xi măng?

5. Mẹ sinh con năm 32 tuổi. Hỏi năm con bao nhiêu tuổi thì ba lần tuổi mẹ bằng bảy lần tuổi con?

6. Khi cộng thêm vào cả tử và mẫu của phân số $\frac{11}{29}$ với cùng một số tự nhiên ta được một phân số mới bằng $\frac{1999}{2002}$. Tìm số tự nhiên đó.

7. Trong phong trào thi đua chào mừng ngày 20 tháng 11, bạn Tú được 24 điểm giỏi (gồm điểm 9 và điểm 10), trong đó số điểm 10 gấp 3 lần số điểm 9, hỏi bạn Tú đã đạt được bao nhiêu điểm mỗi loại?

8. Số cây đào trong vườn nhà Lan gấp 4 lần số cây mận và số cây đào nhiều hơn số cây mận là 12 cây. Hỏi vườn nhà Lan có bao nhiêu cây mỗi loại?

9. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng khi viết thêm chữ số a vào bên trái số đó ta được một số gấp 26 lần số cần tìm.

10. Trong buổi sáng chủ nhật, một cửa hàng bán được 84m vải trắng và vải hoa, trong số đó mét vải trắng bằng $\frac{1}{6}$ số mét vải hoa. Hỏi cửa hàng đã bán được bao nhiêu mét vải mỗi loại?

2.1.4. Phương pháp thay thế

a. *Khái niệm*: Là phương pháp dùng để giải các bài toán tìm hai hay nhiều số khi biết tổng và hiệu của chúng. Khi giải bài toán bằng phương pháp này ta biểu diễn số cần tìm qua các số còn lại. Đưa bài toán về tìm một số, sau khi tìm được số thứ nhất dựa vào cách biểu diễn ta tìm được các số còn lại.

b. *Ứng dụng*: Khi sử dụng PP thay thế ta dùng tính chất:

$$\text{Số bé} = (\text{Tổng} - \text{Hiệu}) : 2; \text{Số lớn} = (\text{Tổng} + \text{Hiệu}) : 2.$$

c. *Ví dụ và thực hành giải toán*

Ví dụ 1: Tổng hai số là 48, hiệu hai số là 12. Tìm hai số đó.

Phân tích:

- Nếu ta giả thiết số lớn giảm đi 12 đơn vị thì hai số sẽ bằng nhau (đều bằng số bé).

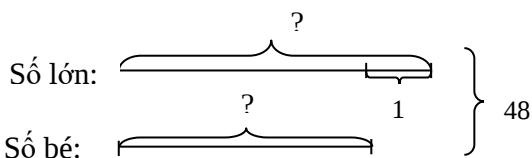
- Như vậy tổng sẽ giảm đi 12 đơn vị và tổng này bằng hai lần số bé.

- Lấy số bé cộng với hiệu của hai số ta sẽ tìm được số lớn.

Tương tự, nếu ta giả thiết số bé tăng thêm 12 đơn vị thì sẽ nhận được cách giải thứ hai.

Ta có sơ đồ sau:

Giải: Cách 1:



Số bé là: $(48 - 12) : 2 = 18$

Số lớn là: $18 + 12 = 30$

Cách 2: Số lớn là: $(48 + 12) : 2 = 30$. Số bé là: $30 - 12 = 18$

Đáp số: Số lớn: 30; Số bé: 18.

Ví dụ 2: Lớp 4B có 30 học sinh, số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam là 6 bạn. Hỏi lớp 4B có bao nhiêu học sinh nữ, bao nhiêu học sinh nam?

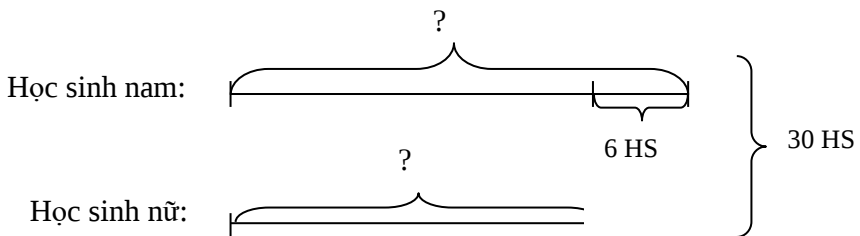
Phân tích: – Nếu ta giả thiết số học sinh nam của lớp 4B bớt đi 6 bạn thì số học sinh nam và học sinh nữ sẽ bằng nhau (đều bằng số học sinh nữ).

- Như vậy tổng số học sinh lớp 4B sẽ giảm đi 6 bạn và tổng này bằng hai lần số học sinh nữ.

- Ta tìm được số học sinh nữ.

- Lấy số học sinh nữ cộng với 6 ta được số học sinh nam.

Tương tự, nếu lấy số học sinh nữ tăng thêm 6 bạn thì được cách giải thứ hai.



Ta có sơ đồ sau:

Giải: Cách 1: Số học sinh nữ là: $(30 - 6) : 2 = 12$

Số học sinh nam là: $6 + 12 = 18$

Cách 2: Số học sinh nam là: $(30 + 6) : 2 = 18$. Số học sinh nữ là: $18 - 6 = 12$

Đáp số: Học sinh nữ: 12; Học sinh nam: 18.

Ví dụ 3: Tổng của ba số chẵn liên tiếp bằng 192. Tìm ba số đó.

Phân tích:

- Nếu ta giả thiết số thứ hai giảm đi 2 đơn vị và số thứ 3 (lớn nhất) giảm đi 4 đơn vị thì ba số đó sẽ bằng nhau (đều bằng số thứ nhất).

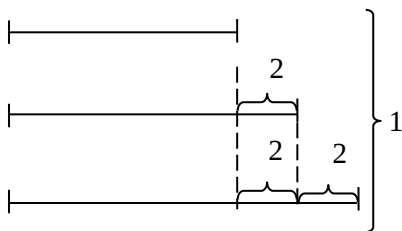
- Như vậy tổng của ba số sẽ giảm đi $2 + 4 = 6$ (đơn vị) và tổng này bằng 3 lần số thứ nhất.

- Từ đây ta tìm được số thứ nhất.

- Lấy số thứ nhất cộng với 2 ta được số thứ hai, cộng với 4 ta được số thứ ba.

Tương tự nếu ta giả thiết số thứ nhất tăng thêm 4 đơn vị, số thứ hai tăng thêm 2 đơn vị thì ta có cách giải thứ hai.

Hoặc nếu ta giả thiết số thứ nhất tăng thêm 2 đơn vị, số thứ ba giảm đi 2 đơn vị thì ta có cách giải thứ ba.



Giải:

Cách 1: Số thứ nhất là:

$$(192 - (2 + 2 + 2)) : 3 = 62$$

Số thứ hai là: $62 + 2 = 64$

Số thứ ba là: $64 + 2 = 66$

Cách 2:

Số thứ ba là: $(192 + 2 + 4) :$

$$3 = 66$$

Số thứ hai là: $66 - 2 = 64$

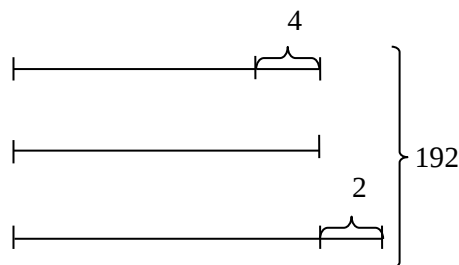
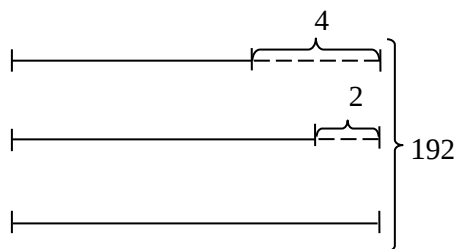
Số thứ nhất là: $64 - 2 = 62$

Cách 3:

Số thứ hai là: $192 : 3 = 64$

Số thứ ba là: $64 + 2 = 66$

Số thứ nhất là: $64 - 2 = 62$



Đáp số: Số thứ nhất: 62; Số thứ hai: 64; Số thứ ba: 66.

Ví dụ 4: Hiệu hai số là 7, nếu gấp số thứ nhất lên 5 lần và giữ nguyên số thứ hai thì hiệu mới là 39. Tìm hai số đó.

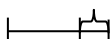
Phân tích:

- Trước hết vẽ hai đoạn thẳng biểu thị hai số mà hiệu của chúng là 7.

- Tiếp theo kéo dài đoạn thẳng biểu thị số thứ nhất để hiển thị số đó được gấp lên 5 lần.

Sơ đồ bài toán:

Số thứ nhất:



7

5 lần số thứ nhất:



Số thứ hai:



Giải:

Bốn lần số thứ nhất là: $39 - 7 = 32$

Số thứ nhất là: $32 : 4 = 8$

Số thứ hai là: $8 - 7 = 1$

Đáp số: Số thứ nhất: 8; Số thứ hai: 1.

d. Chú ý: Khi giải bài toán theo phương pháp này ta đưa về tìm hai số khi biết tổng và hiệu, áp dụng công thức đã có để giải; ở các ví dụ trên có nhiều cách giải, nhưng giải theo công thức tìm hai số khi biết tổng và hiệu sẽ dễ hơn. Giáo viên có thể khuyến khích học sinh giải nhiều cách khác nhau;...

Bài tập áp dụng

1. Tổng của ba số chẵn liên tiếp bằng 18. Tìm ba số đó.

2. Tổng của ba số lẻ liên tiếp bằng 51. Tìm ba số đó.

3. Một cửa hàng có 80 lít dầu đựng trong hai chiếc can. Sau khi chuyển 18 lít dầu từ can thứ nhất sang can thứ hai thì số dầu trong can thứ nhất sẽ ít hơn số dầu trong can thứ hai 18 lít. Tính số dầu đựng trong mỗi can lúc đầu.

4. Tổng hai số bằng 170, hiệu của chúng bằng 20. Tìm hai số đó.

5. Một khu đất hình chữ nhật có chu vi bằng 14m. Nếu tăng chiều rộng thêm 5m và giảm chiều dài đi 3m thì ta được một khu đất hình vuông. Tìm diện tích khu đất hình chữ nhật đó.

6. Lớp 5A có 40 học sinh. Số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam 4 bạn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu bạn nam, bao nhiêu bạn nữ?

2.1.5. Phương pháp giả thiết tạm

a. *Khái niệm*: - Phương pháp giả thiết tạm dùng để giải các bài toán tìm hai số khi biết tổng của hai số mà chúng có những tính chất biểu thị bằng hai số lượng chênh lệch nhau.

- Bài toán liên quan đến hai chuyển động có vận tốc khác nhau, hai công cụ có năng suất khác nhau,...

- Khi giải bằng phương pháp giả thiết tạm ta bỏ qua sự xuất hiện của một đại lượng để tính đại lượng thứ hai, sau đó tính đại lượng còn lại.

b. *Ứng dụng*: - Phương pháp giả thiết tạm thường dùng để giải các bài toán đề cập đến hai đối tượng (người, vật hay sự việc).

- Phương pháp này đòi hỏi người giải toán có năng lực khái quát cao, suy luận linh hoạt, có logic. Vì vậy chủ yếu dành cho học sinh cuối cấp học và ôn thi học sinh giỏi.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Giải bài toán sau:

“Vừa gà vừa chó

Bó lại cho tròn

Ba mươi sáu con

Một trăm chân chẵn

Hỏi mấy gà, mấy chó?”

Giải: Cách 1: Giả sử 36 con đều là gà thì số chân là: $36 \times 2 = 72$ (chân)

Số chân bị thiếu là: $100 - 72 = 28$ (chân)

Sở dĩ số chân bị thiếu như vậy là do khi giả thiết 36 con là gà cả thì mỗi con chó bị thiếu mất 2 chân. Số chó là: $28 : 2 = 14$ (con)

Số gà là: $36 - 14 = 22$ (con)

Cách 2: Giả thiết, mỗi con vật được mọc thêm một cái đầu nữa. Khi đó, mỗi con có hai đầu và tổng số đầu là: $2 \times 36 = 72$ (đầu)

Lúc này, mỗi con gà có hai đầu và hai chân. Mỗi con chó có hai đầu bốn chân. Vậy số chân nhiều hơn số đầu là: $100 - 72 = 28$ (cái)

Đối với gà thì số chân bằng số đầu, còn đối với chó có số chân nhiều hơn số đầu là:

$$4 - 2 = 2 \text{ (cái)}$$

Số chó là: $28 : 2 = 14$ (chó)

Số gà là: $36 - 14 = 22$ (gà)

Đáp số: Con gà: 22; Con chó: 14.

VD 2: Bác An mua 5 cái bàn và 7 cái ghế hết 3010000 đồng. Giá 1 cái bàn đắt hơn 1 cái ghế 170000 đồng. Nếu mua 1 cái bàn và 2 cái ghế hết bao nhiêu tiền?

Giải: Giả sử giá 1 cái ghế tăng 170000 đồng. Khi đó giá 1 cái bàn bằng giá 1 cái ghế.

Tổng số tiền phải trả lúc này là: $3010000 + 170000 \times 7 = 4200000$ (đồng)

Giá của 1 cái bàn là: $4200000 : (5 + 7) = 350000$ (đồng)

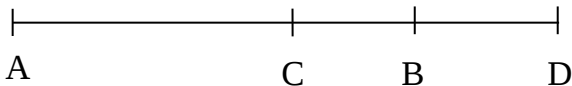
Giá của 1 cái ghế là: $350000 - 170000 = 180000$ (đồng)

Số tiền mua 1 cái bàn và 2 cái ghế là: $350000 \times 1 + 180000 \times 2 = 710000$ (đồng)

Đáp số: 710000 đồng.

Ví dụ 3: Bạn An phải đi từ A đến B trong một thời gian xác định, An nhận thấy rằng nếu cho xe chạy với vận tốc 40km/h thì tới B muộn mất 1 giờ, nếu cho xe chạy với vận tốc 60km/h thì tới B sớm hơn thời gian dự kiến là 1 giờ. Tính quãng đường AB?

Phân tích:



An đi từ A đến B với vận tốc 40km/h thì tới B muộn 1 giờ vậy nếu đi đúng giờ đã định An chỉ mới đến C, từ C đến B còn mất 1 giờ nữa. Nếu An đi với 60km/h thì đến B sớm hơn dự kiến là 1 giờ. Nếu An không dừng lại ở B mà đi hết thời gian dự kiến thì đến D, tức là đi từ B đến D mất 1 giờ.

Ta giả sử như sau, có thêm bạn Anh cũng đi từ A đến B. Trong thời gian dự kiến bạn An đi với vận tốc 40km/h nên chỉ đến C, bạn Anh đi với 60km/h nên đi đến được D. Khi này ta giả sử tiếp cả hai bạn cùng quay ngược lại và cùng xuất phát từ C về A và từ D về A trong thời gian dự kiến. Như vậy, ta đưa bài toán về dạng chuyển động đều cùng chiều với quãng đường từ D đến C và với hai vận tốc 40km/h và 60km/h.

Giải: Giả sử khi đi với vận tốc 40km/h trong thời gian dự kiến

người đó đến C và dừng lại, quãng đường CB dài là: $40 \times 1 = 40$ (km)

Giả sử khi đi với vận tốc 60km/h đến B người đó đi tiếp 1 giờ nữa cho đến giờ đã định thì dừng lại ở D, quãng đường BD dài là: $60 \times 1 = 60$ (km)

Quãng đường chênh lệch nhau là: $40 + 60 = 100$ (km)

Vận tốc hai lần đi chênh lệch nhau là: $60 - 40 = 20$ (km/h)

Thời gian dự định để An đi từ A đến B là: $100 : 20 = 5$ (giờ)

Quãng đường AB dài là: $5 \times 60 - 60 = 240$ (km)

Đáp số: 240km.

Ví dụ 4: Có một số lít dầu và một số can. Nếu mỗi can chứa 5 lít dầu thì còn thừa 5 lít; nếu mỗi can chứa 6 lít dầu thì có một can để không. Hỏi có bao nhiêu can, bao nhiêu lít dầu?

Giải: Cách 1: Gọi N là số can thì ta có:

$$N \times 5 + 5 = (N - 1) \times 6$$

$$N \times 5 + 5 = N \times 6 - 6$$

$$5 + 6 = N \times 6 - N \times 5$$

$$N = 11 \text{ (can)}$$

$$\text{Số lít dầu là: } 11 \times 5 + 5 = 60 \text{ (lít)}$$

Cách 2: Mỗi can đựng 6 lít thì nhiều hơn mỗi can đựng 5 lít là: $6 - 5 = 1$ (lít)

Giả sử mỗi can đựng đầy 6 lít mà vẫn còn dư 5 lít thì số lít dầu sẽ hơn: $6 + 5 = 11$ (lít), (thêm một can không đựng 6 lít và 5 lít thừa ra).

Do mỗi can đựng 6 lít thì nhiều hơn mỗi can đựng 5 lít là 1 lít nên số lít dầu nhiều hơn chính là số can. Nên số can là 11 can.

Số dầu là: $5 \times 11 + 5 = 60$ (lít).

Đáp số: 11 can; 60 lít.

Chú ý: Khi giải bài toán theo phương pháp này ta đưa ra nhiều giả thiết khác nhau để giải chẳng hạn như các ví dụ trên; giáo viên hướng dẫn cho học sinh có thể dùng phương pháp thử chọn để giải; ở ví dụ 1 có nhiều cách giải. Giáo viên có thể khuyến khích học sinh giải nhiều cách khác nhau; ...

Bài tập áp dụng

1. Có 17 xe vừa xe taxi vừa xe lam. Xe taxi có 4 bánh, xe lam có 3 bánh. Hỏi có mấy xe taxi, mấy xe lam, biết rằng có tất cả 62 bánh xe.

2. Ở giữa một miếng đất hình vuông người ta đào cái ao nuôi cá cũng hình vuông. Phần đất còn lại rộng 2400 m^2 dùng để trồng trọt. Tổng chu vi của mảnh đất và chu vi ao cá là 240m. Tính cạnh mảnh đất và cạnh của ao cá.

3. Có 18 ô tô gồm 3 loại: loại 4 bánh chở được 5 tấn, loại 6 bánh chở được 6 tấn, loại 8 bánh chở được 6 tấn. Biết tổng số bánh xe là 106 bánh, tổng số hàng chở được là 101 tấn, hãy tính số xe mỗi loại.

4. Rạp Kim Đồng một buổi chiếu phim bán được 500 vé gồm hai loại 2000 đồng và 5000 đồng. Số tiền thu được là 1120000 đồng. Hỏi số vé bán mỗi loại là bao nhiêu?

5. Một cửa hàng có 41 lít dầu đựng trong 11 cái can gồm hai loại là 5 lít và 8 lít. Hỏi mỗi loại có mấy chiếc can?

6. Hai người cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ

thì họ làm 25% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình thì trong bao lâu sẽ hoàn thành công việc đó?

7. Biết số chân chó nhiều hơn số chân gà là 12 chân. Hỏi có bao nhiêu con gà, bao nhiêu con chó?

8. Cả gà và chó có 100 chân. Biết số gà nhiều hơn số chó 8 con. Hỏi có bao nhiêu con gà, bao nhiêu con chó?

9. Giải bài toán

“Quýt ngon mỗi quả chia ba,

Cam ngon mỗi quả chia ra làm mười

Mỗi người một miếng, trăm người

Có mười bảy quả không nhiều đủ chia

Hỏi có bao nhiêu cam, bao nhiêu quýt?”

10. Lúc 6 giờ sáng một người đi xe máy từ Hà Nội về quê với vận tốc 45km/h. Đi được một thời gian người ấy nghỉ 40 phút để uống nước, rồi tiếp tục đi với vận tốc 35km/h và về đến quê lúc 13 giờ kém 20 phút cùng ngày. Hỏi người đó dừng lại nghỉ lúc mấy giờ. Biết rằng quãng đường từ Hà Nội về quê dài 230km.

2.1.6. Phương pháp suy luận logic

a. Khái niệm

- PP suy luận logic là cách suy luận từ cái chung đến cái riêng, từ quy tắc tổng quát áp dụng vào những trường hợp cụ thể. Phép suy diễn luôn cho kết quả đáng tin cậy, nếu nó xuất phát từ tiền đề đúng.

- Khi giải bài toán bằng phương pháp này có thể sử dụng một số sơ đồ như: sơ đồ “cây”, sơ đồ “vòng tròn”; lập bảng để giúp cho suy luận được dễ dàng hơn.

b. Ứng dụng

- Các bài toán giải bằng phương pháp suy luận logic thường không đòi hỏi nhiều kỹ năng tính toán. Để giải chúng điều cần thiết hơn cả là phải có phương pháp suy luận đúng đắn, chặt chẽ, hợp lý và sáng tạo.

- Trong phương pháp giải thường sử dụng một số sơ đồ như sơ đồ “cây”, sơ đồ vòng tròn, lập bảng,... để giúp học sinh suy luận dễ dàng hơn.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Ông An đi cùng một người đến gặp ông Hòa. Ông Hòa hỏi ông An: “*Người này có quan hệ thế nào với ông?*”. Ông An trả lời: “*Bố vợ tôi có hai anh em mà em chồng người đó là cô của vợ tôi*”.

Bạn hãy cho biết ông An và cụ ấy có quan hệ với nhau như thế nào?

Giải: Em chồng của người đó là cô của vợ ông An mà bố vợ ông An chỉ có hai anh em nên chồng người đó là bố vợ của ông An; Chồng người đó là bố vợ của ông An nên người đó là mẹ vợ của ông An.

Ví dụ 2: Ở một xã X có hai làng: Dân làng A chuyên nói thật, còn dân làng B chuyên nói dối. Dân hai làng thường qua lại thăm nhau. Một chàng thanh niên nọ về thăm bạn ở làng A. Vừa bước vào xã X, đang ngơ ngác chưa biết đây là làng nào, chàng thanh niên gặp ngay một cô gái và anh ta hỏi người này một câu. Sau khi nghe trả lời chàng thanh niên bèn quay ra (vì biết chắc

mình đang ở làng B) và sang tìm bạn ở làng bên cạnh. Bạn hãy cho biết câu hỏi đó thế nào và câu trả lời đó ra sao mà chàng thanh niên lại khẳng định chắc chắn như vậy.

Phân tích: Để nghe xong câu trả lời người thanh niên đó có thể khẳng định mình đang đứng trong làng A hay làng B thì anh ta phải nghĩ ra một câu hỏi sao cho câu trả lời của cô gái chỉ phụ thuộc vào họ đang đứng trong làng nào. *Cụ thể hơn:* Cần đặt câu hỏi.

Giải: Câu hỏi của người thanh niên đó là: “*Có phải chị người làng này không?*”.

- *Trường hợp 1:* Họ đang đứng trong làng A

Nếu cô gái là người làng A thì câu trả lời là “*Phải*” (vì dân làng A chuyên nói thật);

Nếu cô gái là người làng B thì câu trả lời cũng là “*Phải*” (vì dân làng đó nói dối).

- *Trường hợp 2:* Họ đang đứng trong làng B

Nếu cô gái là người làng A thì câu trả lời là: “*Không phải*”;

Nếu cô gái là người làng B thì câu trả lời cũng là: “*Không phải*”.

Như vậy, nếu họ đang đứng trong làng A thì câu trả lời chỉ có thể là “*Phải*”, còn nếu họ đang đứng trong làng B thì câu trả lời chỉ có thể là “*Không phải*”. Người thanh niên quyết định quay ra, vì anh đã nghe câu trả lời là “*Không phải*”.

Ví dụ 3: Một người khách trọ có một dây chuyền bằng bạc gồm 7 vòng tròn nối móc vào nhau. Người khách ăn mỗi ngày phải trả cho chủ quán một vòng. Người đó ăn trong 7 ngày. Hỏi làm thế nào mà chỉ với một lần cắt ở một vòng, người khách trả

cho ông chủ quán đúng mỗi ngày một vòng?

Giải: Đánh số thứ tự các vòng của dây chuyền từ 1 đến 7.

Người khách cắt vòng số 3.

Ngày 1: Trả vòng số 3.

Ngày 2: Trả 2 vòng số 1 và số 2, lấy lại vòng số 3.

Ngày 3: Trả vòng số 3.

Ngày 4: Trả 4 vòng số 4; 5; 6; 7, lấy lại vòng số 3 và 1; 2.

Ngày 5: Trả vòng số 3.

Ngày 6: Như ngày 2.

Ngày 7: Trả nốt vòng số 3.

Vậy người khách đó chỉ cần cắt vòng số 3 là được.

VD 4: Ba bạn Hồng, Đào, Cúc tham gia hội thi “*khéo tay hay làm*”. Trong cuộc thi ba bạn phải làm ba bông hoa cúc, đào và hồng. Bạn làm hoa hồng nói với Cúc: “*thế là trong ba chúng ta không ai làm loại hoa trùng với tên của mình cả*”! Hỏi ai làm hoa nào?

Giải: Theo đề bài ta lập bảng sau:

<i>Tên người</i> \ <i>Hoa</i>	<i>hồng</i>	<i>đào</i>	<i>cúc</i>
<i>Hồng</i>	0 1	2	× 3
<i>Đào</i>	× 4	0 5	6
<i>Cúc</i>	0 7	× 8	0 9

Bạn làm hoa hồng nói với Cúc không ai làm loại hoa trùng với tên của mình cả, nên Cúc không làm hoa hồng. Ta ghi số 0 vào ô 1, 5, 7, 9. Suy ra Đào làm hoa hồng, bạn Cúc làm hoa đào. Ta đánh dấu vào ô 3, ô 4, ô 8. Suy ra Hồng làm hoa cúc.

Vậy Đào làm hoa hồng, Hồng làm hoa cúc, Cúc làm hoa đào.

Ví dụ 5: Chứng tỏ rằng 1 995 chia hết cho 3.

Giải: Ta đã biết: “*Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3*”.

Số 1995 có tổng $1 + 9 + 9 + 5 = 24$ mà 24 chia hết cho 3. Vậy 1995 chia hết cho 3.

Ví dụ 6: Trong một buổi sinh hoạt ngoại khóa. Ba bạn Thái, Thủy, Bình được phân công đóng ba vai: Vai đội mũ đỏ luôn nói thật, vai đội mũ xanh luôn nói dối và vai đội mũ vàng thích đùa nên khi nói thật, khi nói dối. Bạn Hoài không biết mỗi bạn đóng vai gì nên đến hỏi từng bạn rằng: “*Bạn Thủy sẽ đội mũ gì?*”

Thái trả lời: “*Thủy đội mũ đỏ*”.

Bình lại nói: “*Thủy đội mũ xanh*”.

Còn Thủy khẳng định: “*Tôi sẽ đội mũ vàng*”.

Hỏi bạn Hoài đã suy luận thế nào để biết ai đội mũ gì?

Hướng dẫn giải.

Bạn Hoài suy luận như sau:

- Bạn Thái không đội mũ đỏ vì Thái nói Thủy đội mũ đỏ. (Vì nếu ngược lại dẫn đến mâu thuẫn).

- Bạn Thủy không đội mũ đỏ vì Thủy nói Thủy đội mũ vàng. (Vì nếu ngược lại dẫn đến mâu thuẫn).

Vậy Bình đội mũ đỏ. Suy ra Thủy đội mũ xanh (vì bạn đội mũ đỏ luôn nói thật) còn Thái đội mũ vàng.

Bài tập áp dụng

1. Trên bàn có 10 viên sỏi. Hai bạn Thông và Minh chơi trò như sau: Mỗi bạn lần lượt lấy mỗi lần từ 1 đến 3 viên, ai lấy được viên cuối cùng sẽ là người thắng cuộc. Bạn Minh được lấy trước. Hỏi mỗi bạn phải lấy mỗi lần như thế nào để chắc chắn thắng cuộc?

2. Bác bảo vệ có chùm 10 chìa khoá để mở 10 ổ khoá ở các phòng học. Mỗi chìa chỉ mở được một ổ. Do sơ ý nên Bác không nhớ chìa khoá tương ứng với các ổ. Hỏi Bác phải thử nhiều nhất bao nhiêu lần để tìm được các chìa khoá tương ứng với các ổ khoá ở các phòng học trên?

3. Một bài kiểm tra trắc nghiệm có 15 câu hỏi. Nếu khoanh đúng một câu thì được 5 điểm, khoanh sai hoặc không khoanh một câu bị trừ 5 điểm. Bạn An làm bài được 24 điểm. Hỏi bạn An khoanh đúng bao nhiêu câu?

4. Tính đến năm 1994 dân số của Hà Nội là 2 052 116 người. Biết rằng tên đầu mỗi người có không quá 100 000 sợi tóc. Chứng minh rằng ở Hà Nội ít ra cũng có 20 người có cùng một số sợi tóc?

5. Năm cô giáo Nga, Anh, Trung, Đức, Nhật dạy 5 thứ tiếng Nga, Anh, Trung, Đức, Nhật nhưng không có ai dạy trùng tên với tên của mình. Mỗi người mượn và cho nhau mượn một cuốn sách. Cô Nga mượn sách của cô dạy tiếng Nga. Cô Nga dạy thứ tiếng trùng với tên của người cho cô mượn sách. Cô dạy tiếng Trung không tên là Nhật, mượn sách của cô dạy tiếng Anh. Cô Nhật và cô dạy tiếng Anh là 2 người cùng phố. Bạn hãy cho biết cô dạy tiếng Trung và tiếng Nga tên gì?

6. Chị Nhung mang quyển album ra giới thiệu với mọi người. Chị Huệ chỉ tay vào một người đàn bà trong ảnh và hỏi: *“Người này có quan hệ như thế nào với chị?”*. Chị Nhung trả lời: *“Ông nội của chị gái của chồng cô ấy là em trai của ông nội chồng tôi”*. Bạn hãy cho biết chị Nhung và người đàn bà đó có quan hệ như thế nào?

7. Một công chúa đang kén chồng ra một điều kiện là trong ba ngày ai nêu ra được câu hỏi mà công chúa không trả lời được thì công chúa sẽ nhận người đó làm chồng. Nhiều chàng trai đến thử tài nhưng đều thua cuộc vì sự hiểu biết uyên bác của công chúa.

Một lần có nhà toán học trẻ tuổi đến xin thử tài. Chàng đặt câu hỏi cho công chúa: *“Xin công chúa hãy cho biết tôi phải hỏi câu gì để công chúa không trả lời được?”*

Với câu hỏi này nhà toán học có được sánh duyên với công chúa không?

8. Có ba người thông minh bị một bọn cướp bắt. Tên tướng cướp muốn thử tài thông minh của 3 người, bèn đưa họ vào hang tối và cho họ biết trong hang có 2 nón màu xanh, 3 nón màu đỏ, cho mỗi người chọn một trong số các nón đội lên đầu của mình trong bóng tối. Sau đó tên cướp dẫn 3 người ra ngoài ánh sáng và bảo họ: *“Bây giờ cho các anh tha hồ nhìn nhau, nhưng không được hỏi nhau. Nếu ai nói đúng được mình đang đội nón màu gì thì cả ba người đều được tha”*. Người thứ nhất nhìn hai bạn rồi lắc đầu. Người thứ hai nhìn người thứ ba rồi cũng lắc đầu. Người thứ ba liền nói mình đội nón màu đỏ và cả ba người đều được tha. Hãy giải thích xem những người thông minh đó đã suy nghĩ như thế?

9. Tổ toán của trường trung học có 5 người: thầy Hùng, thầy Quân, cô Vân, cô Hạnh, cô Cúc. Kỳ nghỉ hè cả tổ có 2 suất đi nghỉ

mát. Mọi người đều nhường nhau, Thầy hiệu trưởng đề nghị mỗi người đề xuất một ý kiến. Kết quả như sau:

- 1) Thầy Hùng và thầy Quân đi.
- 2) Thầy Hùng và cô Vân đi
- 3) Thầy Quân và cô Hạnh đi
- 4) Cô Cúc và cô Hạnh đi
- 5) Thầy Hùng và cô Hạnh đi

Cuối cùng thầy hiệu trưởng quyết định chọn đề nghị của cô Cúc vì theo đề nghị đó thì mỗi đề nghị đều thỏa một phần và bác bỏ một phần.

Bạn hãy cho biết ai đã đi nghỉ mát trong kì nghỉ hè đó?

10. Ba bạn Hương, Hạnh, Hà là học sinh của 3 trường: Nguyễn Trãi, Kim Liên và Hoàn Kiếm được chọn vào đội tuyển của thành phố dự thi học sinh giỏi cấp quốc gia. Mỗi bạn dự thi một trong 3 môn: Văn, Toán, Anh văn. Cho biết:

- 1) Hà không thi môn toán.
- 2) Hương không thi Anh văn
- 3) Bạn thi Anh văn là học sinh trường Nguyễn Trãi
- 4) Bạn học trường Kim Liên không thi Toán
- 5) Hương không phải là học sinh trường Hoàn Kiếm

Hãy xác định mỗi bạn học trường nào và dự thi môn gì?

11. Ba thầy giáo Văn, Sử, Hoá dạy 3 môn văn, sử, hoá trong đó chỉ có một thầy có tên trùng với môn mình dạy. Hỏi mỗi thầy dạy môn gì, biết thầy dạy môn hoá ít tuổi hơn thầy Văn, thầy Sử?

12. Trong một lớp học, tất cả nữ sinh đều tham gia các nhóm nữ công gồm: Thêu, làm hoa, làm bánh. Biết rằng có 7 bạn học thêu, 6 bạn học làm hoa, 5 bạn học làm bánh, 4 bạn vừa học làm hoa vừa học thêu, 3 bạn vừa học thêu vừa học làm bánh, 2 bạn học làm hoa vừa học làm bánh, 1 bạn học cả ba nhóm. Hỏi lớp học đó có bao nhiêu nữ sinh?

13. Trong đêm dạ hội ngoại ngữ, 3 cô giáo dạy tiếng Nga, tiếng Anh và tiếng Nhật được giao phụ trách. Cô Nga nói với các em: *“Ba cô dạy 3 thứ tiếng trùng với tên của các cô, nhưng chỉ có một cô có tên trùng với thứ tiếng mình dạy”*. Cô dạy tiếng Nhật nói thêm: *“Cô Nga đã nói đúng”* rồi chỉ vào cô Nga nói tiếp: *“Rất tiếc cô tên là Nga mà lại không dạy tiếng Nga”*. Em hãy cho biết mỗi cô giáo đã dạy tiếng gì?

14. An có 13 hộp bi mà tổng số bi trong ba hộp bất kỳ là một số lẻ. Hỏi tổng số bi trong cả 13 hộp có là một số lẻ không? Vì sao?

15. Trên bàn có 3 cuốn sách giáo khoa: Văn, Toán, Địa được bọc bằng 3 màu khác nhau: xanh, đỏ, vàng. Biết cuốn sách bọc bì màu đỏ đặt giữa cuốn Văn và Địa, cuốn Địa và cuốn màu xanh mua cùng một ngày. Bạn hãy xác định mỗi cuốn sách bọc bì màu gì?

16. Điểm thi học kì môn toán của 3 bạn Anh, Hải, Hà đều đạt từ khá trở lên. Khi hỏi điểm của 3 bạn Cúc nhận được câu trả lời như sau:

+ Hà không đạt điểm 7, Anh không đạt điểm 8, Hải không đạt điểm 9.

+ Hải và Hà không đạt điểm 8 còn Anh không đạt điểm 9.

+ Anh và Hải không đạt điểm 7 còn Hà không đạt điểm 9.

Bạn hãy cho biết điểm của mỗi người?

2.1.7. Phương pháp ứng dụng nguyên lí Dirichlet

a. Khái niệm

- Nguyên lí Dirichlet có nội dung khá đơn giản song nó lại là một công cụ vô cùng hiệu quả trong việc chứng minh nhiều bài toán từ cụ thể đến trừu tượng mà khó có thể có một công cụ nào thay thế.

- Nguyên lí Dirichlet ta thấy được sự vật, sự việc chắc chắn tồn tại song không thể chỉ ra được một cách tường minh.

Chẳng hạn: “Nếu nhốt 7 con thỏ vào 3 cái lồng thì tồn tại một lồng chứa ít nhất 3 con thỏ”.

b. Ứng dụng: Khi giải bài toán bằng phương pháp này ta cần biết các đặc điểm sau:

- Các bài toán ứng dụng nguyên lí Dirichlet thường là chứng minh sự tồn tại của một sự vật, sự việc mà không cần phải chỉ ra một cách tường minh sự vật, sự việc đó.

- Để giải bài toán bằng phương pháp ứng dụng nguyên lí Dirichlet nhiều khi ta phải áp dụng phương pháp chứng minh phản chứng.

- Khi giải bài toán bằng phương pháp ứng dụng nguyên lí Dirichlet hoặc dự đoán phải áp dụng nguyên lí này ta cần suy nghĩ hoặc biến đổi bài toán để làm xuất hiện khái niệm “*thỏ*” và “*lồng*”, khái niệm “*nhốt thỏ vào lồng*”. Tuy nhiên khi trình bày cố gắng theo ngôn ngữ riêng của bài toán.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Một trường học có 24 lớp gồm 900 học sinh. Chứng minh rằng có ít nhất một lớp sĩ số 38 học sinh trở lên?

Giải: Có 900 học sinh được chia vào 24 lớp, mà $900 : 24 = 37$ (dư 12). Theo nguyên lí Dirichlet sẽ tồn tại một lớp có từ $37 + 1 = 38$ học sinh trở lên.

VD 2: Trong lớp học có 30 học sinh. Khi viết chính tả một em phạm 14 lỗi, các em khác phạm số lỗi ít hơn. Chứng minh rằng có ít nhất 3 học sinh mắc số lỗi bằng nhau (kể cả những người mắc 0 lỗi)?

Giải: Có 30 học sinh trong đó 1 em phạm 14 lỗi, số còn lại là 29 em phạm các lỗi từ 0 đến 13 lỗi (14 loại lỗi). Do $29 : 14 = 2$ (dư 1)

Theo Nguyên lí Dirichlet có ít nhất 3 em mắc cùng số lỗi như nhau.

VD 3: Chứng tỏ rằng trong sáu số tự nhiên bất kì luôn tồn tại hai số mà hiệu của chúng chia hết cho 5?

Phân tích và hướng dẫn giải: Khi chia một số tự nhiên cho 5 số dư có thể là 0, 1, 2, 3, 4. Như vậy trong phép chia cho 5 sẽ có năm số dư khác nhau. Khi chia sáu số tự nhiên bất kì cho 5 ta được sáu số dư. Vì trong phép chia này chỉ có năm số dư nên theo nguyên lí Dirichlet phải có ít nhất hai số dư bằng nhau. Vì vậy hai số tự nhiên này (là số bị chia của hai phép chia có số dư bằng nhau) có cùng số dư khi chia cho 5 nên hiệu của chúng chia hết cho 5.

Ở đây nguyên lí Dirichlet được áp dụng như sau: Ta có sáu số dư của sáu phép chia mà chỉ có năm số dư khác nhau nên phải có ít nhất hai số dư bằng nhau.

Trong các phép chia cho 5 có năm số dư khác nhau là: 0, 1,

2, 3, 4. Khi chia sáu số tự nhiên bất kì cho 5 phải có hai phép chia có số dư bằng nhau.

Vì vậy hiệu của hai số tự nhiên đó (là số bị chia của hai phép chia này) chia hết cho 5.

Ví dụ 4: Trong một hộp kín có 2 quả cầu màu xanh và 3 quả cầu màu đỏ. Hỏi phải lấy ra ít nhất mấy quả để trong số đó có chắc chắn có hai quả cùng màu?

Giải: Nếu lấy 2 quả thì có thể cả 2 quả đều khác màu.

Nếu lấy ra 3 quả thì ta thấy: Vì chỉ có hai màu khác nhau nên phải có ít nhất 2 quả cùng màu (theo nguyên lí Dirichlet).

Vậy phải lấy ít nhất 3 quả để được 2 quả cùng màu.

Ví dụ 5: Trong một cửa hàng đồ sắt có 21 thùng đựng bốn loại đinh: 2 phân, 5 phân, 7 phân và 10 phân (mỗi thùng chỉ đựng một loại đinh). Hỏi có thể tìm được 6 thùng đựng cùng một loại đinh hay không?

Phân tích: Nếu không có 6 thùng nào đựng cùng một loại đinh thì có nghĩa là mỗi loại đinh không có quá 5 thùng.

Bây giờ ta xếp riêng 1 thùng, 20 thùng còn lại chia làm 4 nhóm, mỗi loại đinh xếp vào 1 nhóm. Như vậy mỗi nhóm sẽ có 5 thùng. Ta lấy thùng thứ 21 ra, nó phải cùng loại đinh với một trong 4 nhóm nói trên. Xếp vào nhóm nào thì nhóm đó có 6 thùng đựng cùng một loại đinh.

Ở đây nguyên lí Dirichlet được áp dụng như sau: Có 21 thùng chia làm 4 nhóm thì phải có ít nhất một nhóm có nhiều hơn 5 thùng.

Giải: Ta chia 21 thùng đựng đinh thành 4 nhóm: Các thùng

đựng cùng một loại đỉnh ta xếp vào một nhóm.

Vì $4 \times 5 = 20 < 21$ nên theo nguyên lí Dirichlet phải có ít nhất 1 nhóm có 6 thùng đựng cùng một loại đỉnh.

Bài tập áp dụng

1. Trong 45 học sinh làm bài kiểm tra không có ai bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh được điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên từ 0 đến 10)?

2. Lớp 6A có 30 học sinh. Khi làm bài trắc nghiệm có 1 em làm sai 14 câu. Các em khác làm sai ít hơn. Chứng minh rằng có ít nhất 3 học sinh có số câu làm sai như nhau?

3. Một trường học có 1 115 học sinh. Chứng tỏ rằng luôn có ít nhất 4 em cùng ngày sinh?

4. Có 6 đội bóng thi đấu với nhau (mỗi đội phải đấu một trận với 5 đội khác). Chứng minh rằng vào bất cứ lúc nào cũng có 3 đội trong đó từng cặp đã đấu với nhau hoặc chưa đấu với nhau trận nào?

5. Trong một kỳ thi Toán học có 6 thí sinh được vào chung khảo. Thể lệ của cuộc thi như sau: Mỗi thí sinh phải giải 5 bài toán. Mỗi bài toán đúng được tính 4 điểm. Mỗi bài toán sai hoặc không làm được đều bị trừ 2 điểm. Hãy chứng tỏ rằng trong 6 thí sinh đó có ít nhất 2 thí sinh bằng điểm nhau. Biết rằng điểm thấp nhất là điểm 0.

2.1.8. Phương pháp khử

a. Khái niệm

- PP khử được dùng trong các bài toán tính nhiều đại lượng. Sử dụng dữ kiện của bài toán, nhằm “khử” đi một số đại lượng, chỉ

giữ lại một đại lượng để tính ra kết quả, rồi tiếp theo là tính ngược các đại lượng còn lại.

- Trong một bài toán có thể có nhiều đối tượng, mỗi đối tượng lại có những số lượng khác nhau. Vì vậy cần phải nghĩ cách rút bớt các đối tượng để bài toán đơn giản hơn, dễ giải hơn.

b. Ứng dụng

Khi giải bài toán bằng PP khử ta điều chỉnh cho hai giá trị của một đại lượng trong hai cặp là như nhau. Dựa vào chênh lệch giữa hai giá trị của đại lượng còn lại, ta tìm được giá trị tương ứng với một đơn vị của đại lượng này. Từ đó tìm giá trị tương ứng với một đơn vị của đại lượng thứ hai.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Mua 3 cái bút và 5 quyển vở cùng loại hết 15 500 đồng. Nếu mua 3 cái bút và 8 quyển vở cùng loại đó thì hết 20 300 đồng. Tính giá tiền mỗi cái bút và mỗi quyển vở.

Phân tích: Ở cả hai lần đều mua số bút như nhau do đó số tiền mua ở lần thứ hai nhiều hơn là do lần thứ hai mua nhiều vở hơn. Từ đó ta có thể khử một đối tượng (bút) để tính xem số tiền chênh lệch ấy ứng với mua mấy quyển vở. Từ đó tìm được giá tiền của một quyển vở.

Giải: Lần thứ hai mua nhiều hơn lần thứ nhất số tiền là: $20300 - 15500 = 4800$ (đồng)

Lần thứ hai mua nhiều hơn lần thứ nhất số vở là: $8 - 5 = 3$ (quyển)

Giá tiền của một quyển vở là: $4800 : 3 = 1600$ (đồng)

Giá tiền mua 5 quyển vở là: $1600 \times 5 = 8000$ (đồng)

Giá tiền mua 3 cái bút là: $15500 - 8000 = 7500$ (đồng)

Giá tiền một cái bút là: $7500 : 3 = 2500$ (đồng)

Đáp số: Bút: 2500 đồng; Vở: 1600 đồng.

Ví dụ 2: Một tổ thợ buổi sáng lắp đặt một đoạn ống nước dài 44m hết 4 ống loại I và 3 ống loại II. Buổi chiều tổ thợ đó lắp đặt đoạn đường ống dài 73m hết 5 ống loại I và 6 ống loại II. Tính độ dài một ống mỗi loại.

Phân tích: Bài toán có thể tóm tắt như sau

4 ống loại I và 3 ống loại II dài 44m.

5 ống loại I và 6 ống loại II dài 73m.

So với ví dụ 1 thì ví dụ 2 chưa có đại lượng có giá trị giống nhau. Do đó giáo viên phải đưa ra các hoạt động giúp học sinh tư duy, tìm cách điều chỉnh để xuất đại lượng có giá trị giống nhau. Cụ thể ở đây ta giả sử số ống mỗi loại buổi sáng dùng gấp đôi thì bài toán được tóm tắt như sau:

8 ống loại I và 6 ống loại II dài 88m.

5 ống loại I và 6 ống loại II dài 73m.

Như vậy bài toán trên đưa về dạng như *ví dụ 1* ta đã biết cách giải.

Giải: Ta giả sử số ống nước mỗi loại tổ thợ dùng trong buổi sáng gấp đôi thì:

Số ống nước loại I dùng trong buổi sáng là: $4 \times 2 = 8$ (ống)

Số ống nước loại II dùng trong buổi sáng là: $3 \times 2 = 6$ (ống)

Chiều dài đường ống lắp đặt trong buổi sáng là: $44 \times 2 = 88$ (m)

Số ống loại I buổi sáng dùng nhiều hơn buổi chiều là: $8 - 5 = 3$ (ống)

Chiều dài đường ống lắp đặt trong buổi sáng dài hơn buổi chiều là: $88 - 73 = 15$ (m)

Chiều dài một ống loại I là: $15 : 3 = 5$ (m), chiều dài 4 ống loại I là: $5 \times 4 = 20$ (m)

Chiều dài một ống loại II là: $(44 - 20) : 3 = 8$ (m)

Đáp số: Loại I: 5m; Loại II: 8m.

Ví dụ 3: Tổng của hai số bằng 100. Nếu tăng số hạng thứ nhất gấp 5 lần và số hạng thứ hai gấp hai lần thì tổng bằng 311. Tìm hai số đó.

Giải: Nếu tăng số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai gấp 2 lần thì tổng sẽ là: $100 \times 2 = 200$.

Số hạng thứ nhất là: $(311 - 200) : (5 - 2) = 37$

Số hạng thứ hai là: $100 - 37 = 63$

Hai số cần tìm là: 37; 63

Đáp số: 37; 63.

Ví dụ 4: An mua 5 cây bút bi, Bình mua 3 cây bút chì, An trả nhiều hơn Bình 46 000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi cây bút, biết rằng một cây bút bi đắt hơn một cây viết bút chì là 8000 đồng?

Giải: 5 cây bút bi đắt hơn 3 cây bút chì là 46000 (đồng)

1 cây bút bi đắt hơn 1 cây bút chì là 8000 (đồng)

3 cây bút bi đắt hơn 3 cây bút chì là $8000 \times 3 = 24000$ (đồng)

Vì 5 cây bút bi đắt hơn 3 cây bút chì là 46000 đồng và 3 cây bút bi đắt hơn 3 cây bút chì là 24000 đồng nên mua 2 cây bút bi phải trả số tiền là: $46000 - 24000 = 22000$ (đồng)

Giá 1 cây bút bi là: $22000 : 2 = 11000$ (đồng)

Giá 1 cây bút chì là: $11000 - 8000 = 3000$ (đồng)

Đáp số: Bút bi: 11000 đồng; Bút chì: 3000 đồng.

Ví dụ 5: Một cái thùng đựng 49 lít dầu và 1 cái bình đựng 56 lít dầu. Nếu đổ dầu ở thùng vào cho đầy bình thì trong thùng còn $\frac{1}{2}$ thùng dầu. Nếu đổ dầu ở bình vào cho đầy thùng thì trong bình còn $\frac{1}{3}$ bình dầu. Hãy cho biết sức chứa của thùng và của bình?

Giải: - Tổng số dầu của 1 bình và $\frac{1}{2}$ thùng là: $49 + 56 = 105$ (lít)

Tổng số dầu của $\frac{1}{3}$ bình và 1 thùng là: $49 + 56 = 105$ (lít)

Tổng số dầu của 1 bình và 3 thùng là: $105 \times 3 = 315$ (lít)

Ba thùng hơn $\frac{1}{2}$ thùng là: $3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ (thùng)

$\frac{5}{2}$ thùng chứa số dầu là: $315 - 105 = 210$ (lít)

Một thùng chứa số dầu là: $210 : \frac{5}{2} = 84$ (lít)

Một bình chứa số dầu là: $105 - 84 \times \frac{1}{2} = 63$ (lít)

Đáp số: Bình: 63 lít ;
Thùng: 84 lít

Bài tập áp dụng

1. Mua 3 cái bút và 5 quyển vở cùng loại hết 15 500 đồng.

Mua 2 cái bút và 10 quyển vở cùng loại hết 21000 đồng. Hỏi nếu mua 5 cái bút và 5 quyển vở cùng loại đó hết bao nhiêu tiền?

2. Có một số hộp bánh và một số gói kẹo như nhau. Cứ 3 hộp bánh và 5 gói kẹo nặng 2500g, 4 hộp bánh và 4 gói kẹo nặng 2800g. Hỏi 5 hộp bánh và 3 gói kẹo thì nặng bao nhiêu gam?

3. Trong tuần đầu phân xưởng A và phân xưởng B may được tất cả 750 bộ quần áo. Tuần sau phân xưởng A làm tăng thêm 10%, phân xưởng B làm tăng thêm 15% nên cả hai phân xưởng làm được 990 bộ quần áo. Hỏi tuần đầu mỗi phân xưởng làm được bao nhiêu bộ quần áo?

4. Giá tiền một gói bánh và một ki-lô-gam đường là 14000 đồng, một ki-lô-gam đường và một hộp sữa là 13000 đồng, một hộp sữa và một gói bánh là 11000 đồng. Tính giá tiền một gói bánh, giá tiền một ki-lô-gam đường và giá tiền một hộp sữa.

5. Mua 5kg táo và 6kg cam hết 142000 đồng. Giá tiền 1kg táo hơn giá tiền 1kg cam là 2000 đồng. Tính giá tiền một ki-lô-gam táo, một ki-lô-gam cam?

2.1.9. Phương pháp suy ngược từ cuối

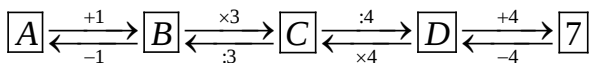
a. *Khái niệm:* Một số bài toán để tìm đại lượng chưa biết ta phải thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho. Giá trị đầu tiên tìm được nhờ vào kết quả của phép tính cuối cùng. Tiếp tục tính ngược đến khi tìm được các giá trị còn lại. Phương pháp giải này được gọi là phương pháp suy ngược từ cuối.

b. *Ứng dụng:* Khi giải bài toán bằng phương pháp suy ngược từ cuối ta thường biến đổi các phép tính đơn giản bằng cách sử dụng lược đồ, sơ đồ đoạn thẳng hoặc đưa về bài toán tìm x quen thuộc để giải.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Tìm một số biết rằng số đó cộng với 1 rồi nhân với 3 được bao nhiêu đem chia cho 4 rồi cộng với 4 thì được 7.

Lược đồ:



Phân tích:

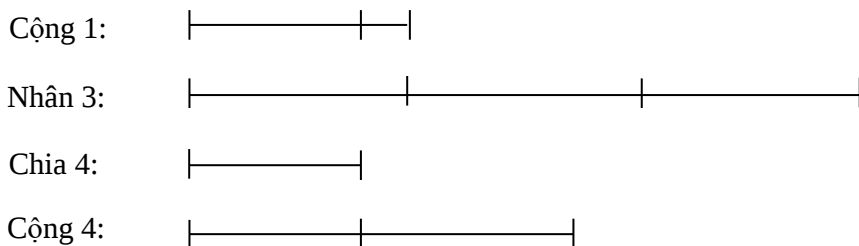
$$D + 4 = 7 \Rightarrow D = 7 - 4 = 3$$

$$C : 4 = 3 \Rightarrow C = 3 \times 4 = 12$$

$$B \times 3 = 12 \Rightarrow B = 12 : 3 = 4$$

$$A + 1 = 4 \Rightarrow A = 4 - 1 = 3$$

Ta có sơ đồ:



Giải: Cách 1:

Số trước khi cộng 4 là: $7 - 4 = 3$

Số trước khi chia 4 là: $4 \times 3 = 12$

Số trước khi nhân 3 là: $12 : 3 = 4$

Số cần tìm là: $4 - 1 = 3$

Cách 2: Gọi x là số cần tìm, theo đề bài ta có:

$$\left(\left((x+1) \times 3\right): 4\right)+4=7$$

Xem $\left((x+1) \times 3\right): 4$ là một số hạng của tổng thì ta có

$$\left((x+1) \times 3\right): 4=7-4=3$$

Xem $(x+1) \times 3$ là số bị chia, ta có: $(x+1) \times 3=12$

Xem $x+1$ là một thừa số của tích, ta có: $x+1=12:3=4$.

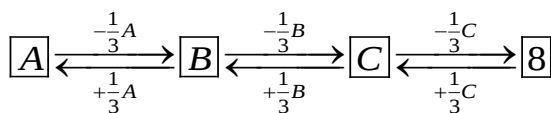
Xem x là một số hạng của tổng thì: $x=4-1=3$.

Đáp số: 3.

Nhận xét: Để giải bài toán này ta áp dụng phương pháp dùng chữ thay số. Vì vậy dạng toán này có thể ra cho học sinh từ lớp 2 và phép tính phải phù hợp với trình độ của mỗi lớp.

Ví dụ 2: Nhà bạn An có nuôi một số thỏ. Đợt 1 bán $\frac{1}{3}$ số thỏ. Đợt 2 bán $\frac{1}{3}$ số thỏ còn lại. Đợt 3 bán $\frac{1}{3}$ số thỏ còn lại sau hai đợt bán. Cuối cùng còn lại 8 con thỏ. Hỏi nhà bạn An nuôi được bao nhiêu con.

Lược đồ:

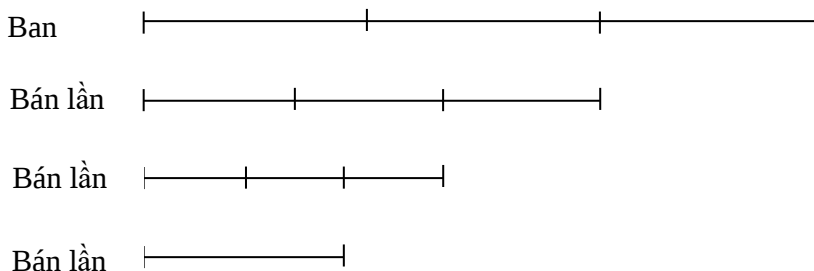


Phân tích:

$$\frac{2}{3}C=8 \Rightarrow C=12; \frac{2}{3}B=C \Rightarrow B=12: \frac{2}{3}=18$$

$$\frac{2}{3}A=B \Rightarrow A=18: \frac{2}{3}=27$$

Ta có sơ đồ:



Giải: Cách 1: Số thỏ còn lại sau khi bán đợt 2 là:

$$8 : 2 \times 3 = 12 \text{ (con)}$$

Số thỏ còn lại sau khi bán đợt 1 là: $12 : 2 \times 3 = 18 \text{ (con)}$

Số thỏ ban đầu là: $18 : 2 \times 3 = 27 \text{ (con)}$

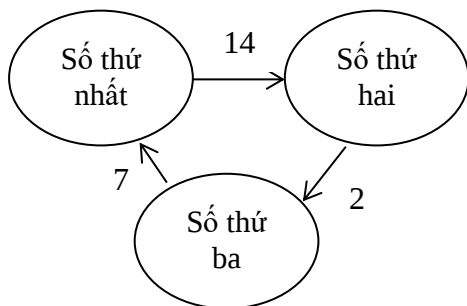
Cách 2: Gọi x là số thỏ ban đầu ($x > 0$, đơn vị con), theo đề bài ta có:

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{3}x\right) - \frac{1}{3}\left[x - \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{3}x\right)\right] = 8$$

Giải ra có $x = 27$

Đáp số: 27 con.

VD 3: Tìm ba số, biết rằng sau khi chuyển từ số thứ nhất sang số thứ hai 14 đơn vị, chuyển từ số thứ hai sang số thứ ba 28 đơn vị và chuyển từ số thứ ba



sang số thứ nhất 7 đơn vị thì ta được ba số đều bằng 45.

Lược đồ: Ta có thể tóm tắt ba bước chuyển đổi theo lược đồ sau.

Phân tích: Gọi số thứ nhất là A, số thứ hai là B, số thứ 3 là C. Theo sơ đồ ta có $A - 14 + 7 = 45 \Rightarrow A = 52$

$$B + 14 - 28 = 45 \Rightarrow B = 59$$

Giải: Cách 1: $C + 28 - 7 = 45 \Rightarrow C = 24$

Số thứ nhất cần tìm là: $45 - 7 + 14 = 52$

Số thứ hai cần tìm là: $45 + 28 - 14 = 59$

Số thứ ba cần tìm là: $45 + 7 - 28 = 24$

Cách 2: Lập bảng như sau:

<i>Lần chuyển</i>	<i>Số thứ nhất</i>	<i>Số thứ hai</i>	<i>Số thứ ba</i>
<i>Cuối</i>	45	45	45
<i>Sau lần 2</i>	$45 - 7 = 38$	45	$45 + 7 = 52$
<i>Sau lần 1</i>	38	$45 + 28 = 73$	$52 - 28 = 24$
<i>Lúc đầu</i>	$38 + 14 = 52$	$73 - 14 = 59$	24

Vậy ba số cần tìm là: 52; 59; 24.

Ví dụ 4: Tìm một số, biết rằng tăng số đó gấp đôi, sau đó cộng với 16 rồi bớt đi 4 và cuối cùng chia cho 3 ta được kết quả bằng 12.

Phân tích: Trong bài này ta đã thực hiện liên tiếp đối với dãy số cần tìm dãy các phép tính dưới đây: $\times 2, + 16, - 4, : 3$ cho kết quả cuối cùng bằng 12.

- Ta có thể xác định được số trước khi chia cho 3 được kết quả là 12 (Tìm số bị chia khi biết số chia và thương số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 1, ta tìm được số trước khi bớt đi 4 (Tìm số bị trừ khi biết số trừ và hiệu số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 2, ta tìm được số trước khi cộng với 16 (Tìm số hạng chưa biết khi biết số hạng kia và tổng số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 3, ta tìm được số trước khi nhân với 2, chính là số cần tìm (Tìm thừa số chưa biết khi biết tích và thừa số kia).

Giải: Số trước khi chia cho 3 là: $12 \times 3 = 36$

Số trước khi bớt đi 4 là: $36 + 4 = 40$

Số trước khi cộng với 16 là: $40 - 16 = 24$

Số cần tìm là: $24 : 2 = 12$

Đáp số: 12.

Chú ý: Khi giải theo cách 1 ta thường gặp một số dạng tìm x cơ bản như: $x + a = b$; $x - a = b$; $a - x = b$; $x \times a = b$; $x : a = b$; $a : x = b$; ở ví dụ 2 có nhiều cách giải, nhưng giải theo sơ đồ đoạn thẳng dễ hơn so với tìm x . Giáo viên có thể khuyến khích học sinh giải nhiều cách khác nhau; ở ví dụ 1, ví dụ 2 là dạng biến đổi bằng phép tính đơn giản, ngoài ra còn một số dạng để giải theo PP này: Thêm bớt từ phần này qua phần kia một số đơn vị, một số lần, địa chỉ này qua địa chỉ kia,...

Bài tập áp dụng

1. Tìm một số biết rằng số đó nhân với 4 được bao nhiêu đem cộng với 4 thì được kết quả là 7744.

2. Cho bốn số có tổng bằng 45. Nếu đem số thứ nhất cộng với 2, số thứ 2 trừ đi 2, số thứ 3 nhân với 2, số thứ 4 chia cho 2 thì được bốn kết quả bằng nhau. Hãy tìm bốn số đó.

3. Lớp 5A tham gia học may, ngày thứ nhất có $\frac{1}{4}$ số học sinh của lớp và 2 em tham gia, ngày thứ 2 có $\frac{1}{4}$ số em còn lại và 1 em tham gia, ngày thứ ba có $\frac{2}{5}$ số còn lại sau 2 ngày và 3 em tham gia. Ngày thứ tư có $\frac{2}{5}$ số còn lại sau 3 ngày và 1 em tham gia. Cuối cùng còn lại 5 em chưa tham gia. Hỏi lớp 5A có bao nhiêu học sinh?

4. Ba bạn Hằng, Hoa, Hạnh có tất cả 42 viên kẹo. Nếu Hằng cho Hoa 3 viên kẹo, Hoa cho Hạnh 5 viên kẹo, Hạnh cho lại Hằng 4 viên kẹo thì số kẹo của Hằng gấp đôi số kẹo của Hoa và số kẹo của Hoa gấp đôi số kẹo của của Hạnh. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu viên kẹo?

5. Một tên tham lam gặp một con quỷ ở cạnh chiếc cầu. Tên này than phiền với con quỷ về nỗi nghèo khổ của mình. Con quỷ nói rằng *“Tôi có thể giúp anh. Cứ mỗi lần anh đi qua cầu thì số tiền của anh sẽ được tăng gấp đôi, nhưng ngay sau đó anh phải trả lại cho tôi 24 đồng. Bằng lòng chứ?”*. Tên tham lam bằng lòng như thế. Sau khi hần qua cầu lần thứ ba thì thấy trong túi của mình không còn xu nào. Hỏi lúc đầu tên tham lam có bao nhiêu tiền?

6. Có 3 đội thiếu niên A, B, C với tổng số khoảng 40 đến 50 em. Để chuẩn bị tham gia lao động, nhà trường dự định chia lại số đội viên đó bằng cách chuyển từ đội A sang đội B một số đội viên bằng số đội viên của đội B, chuyển từ đội B sang đội C một số đội viên bằng số đội viên của đội C, chuyển từ đội C sang đội A số đội viên bằng số đội viên còn lại của đội A. Sau ba lần chuyển như vậy thì số đội viên của ba đội bằng nhau. Hãy tính số đội viên ở mỗi đội thiếu niên lúc chưa chuyển.

7. Tìm 4 số tự nhiên, biết rằng nếu chuyển 5 đơn vị từ số thứ

nhất sang số thứ hai, chuyển 7 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ ba, chuyển 2 đơn vị từ số thứ ba sang số thứ tư, chuyển 8 đơn vị từ số thứ tư sang số thứ nhất thì ta được 4 số đều bằng 15.

8. Một người đem bán số cam như sau:

Lần thứ nhất bán $\frac{2}{3}$ số cam và thêm $\frac{1}{3}$ quả.

Lần thứ hai bán $\frac{2}{3}$ số cam còn lại và thêm $\frac{1}{3}$ quả.

Lần thứ ba bán $\frac{2}{3}$ số cam còn lại và thêm $\frac{1}{3}$ quả.

Cuối cùng số cam vừa hết. Hỏi người đó bán bao nhiêu quả cam.

9. Tìm một số, biết rằng giảm số đó đi 3 lần, sau đó cộng với 5, rồi nhân với 2 và cuối cùng chia cho 8 được kết quả bằng 4.

10. Tổng số của ba số bằng 96. Nếu chuyển từ số thứ hai sang số thứ nhất 3 đơn vị và sang số thứ ba 17 đơn vị, cuối cùng chuyển từ số thứ ba sang số thứ nhất 9 đơn vị thì số thứ nhất sẽ gấp đôi số thứ hai và bằng $\frac{2}{5}$ số thứ ba. Tìm ba số đó.

11. Tìm một số biết rằng số đó nhân với 3 rồi cộng với 5 sau đó bớt đi 20 rồi chia cho 3 thì được kết quả là số nhỏ nhất có hai chữ số giống nhau.

12. Có một số người nuôi mèo để diệt chuột. Họ tính rằng nếu mỗi người nuôi 7 con mèo, mỗi con mèo ăn 7 con chuột, mỗi con chuột ăn 7 chén lúa, mỗi chén lúa có 7 hạt thì tiết kiệm được 16 807 hạt lúa không bị chuột phá hoại. Hỏi có mấy người?

13. Tìm ba số biết rằng khi chuyển 4 đơn vị từ số thứ nhất sang số thứ hai, chuyển 7 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ ba và chuyển 6

đơn vị từ số thứ ba sang số thứ nhất thì được ba số đều bằng 10.

2.1.10. Phương pháp lựa chọn

a. Khái niệm: - Là PP dùng để giải các bài toán tìm một số khi số đó đồng thời thỏa mãn các điều kiện cho trước.

- Các bài toán giải được bằng PP này gồm: bài toán về cấu tạo số tự nhiên, cấu tạo số thập phân, cấu tạo phân số; bài toán có lời văn về hình học; toán về chuyển động đều; ...

b. Ứng dụng: Khi giải bài toán bằng PP lựa chọn ta thực hiện các bước sau:

- *Bước 1:* Liệt kê. Trước hết xác định số thỏa mãn điều kiện mà đề bài yêu cầu. Để lời giải ngắn gọn thì điều kiện liệt kê sao cho số được liệt kê là ít nhất.

- *Bước 2:* Kiểm tra và kết luận. Kiểm tra lần lượt các số vừa liệt kê ở trên với điều kiện bài toán và kết luận.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Tìm số có bốn chữ số, biết rằng số đó chia hết cho 2 và 3, đồng thời các chữ số hàng nghìn, hàng trăm, hàng chục và đơn vị của số đó theo thứ tự là bốn chữ số tự nhiên liên tiếp xếp theo thứ tự tăng dần.

Phân tích: Số cần tìm phải thỏa mãn 4 điều kiện sau:

- Là số có bốn chữ số.

- Chia hết cho 2.

- Chia hết cho 3.

- $b = a + 1$; $c = b + 1$; $d = c + 1$

Trong bước 1, liệt kê các số thỏa mãn điều kiện thứ nhất và

thứ tư, ta được các số: 1234; 2345; 3456; 4567; 5678; 6789.

Nếu chọn theo cách 1 ta được các số: 1234; 3456; 5678.

Nếu chọn theo cách thứ 2 ta được các số: 3456; 6789.

Trong bước 2, ta lần lượt kiểm tra từng số vừa liệt kê với điều kiện còn lại và kết luận.

Giải: Ta có bảng sau:

$n = \overline{abcd}$	n chia hết cho 2	n chia hết cho 3	Kết luận
1234	Có	Không	Loại
2345	Không	Không	Loại
3456	Có	Có	Chọn
4567	Không	Không	Loại
5678	Có	Không	Loại
6789	Không	Có	Loại

Đáp số: 3456.

Ví dụ 2 2: Phần nguyên của một số thập phân là số tự nhiên chẵn có hai chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 9, tích các chữ số là số tròn chục có hai chữ số. Viết các chữ số của số thập phân đó theo thứ tự từ phải qua trái thì số đó không đổi. Tìm số thập phân đó.

Phân tích: Số cần tìm phải thoả mãn các điều kiện sau:

- Là số có bốn chữ số $\overline{ab,ba}$, mà phần nguyên có tổng các chữ số của nó bằng 9

- Phần nguyên là số tự nhiên chẵn

- Tích các chữ số là số tròn chục có hai chữ số

Trong bước 1, liệt kê các số thỏa mãn điều kiện thứ nhất, ta được các số: 90,09; 18,81; 81,18; 27,72; 72,27; 36,63; 63,36; 45,54; 54,45.

Nếu chọn theo cách 1 ta được các số: 18,81; 72,27; 36,63; 54,45; 90,09.

Nếu chọn theo cách thứ 2 ta được các số: 54,45; 45,54.

Trong bước 2, ta lần lượt kiểm tra từng số vừa liệt kê với điều kiện còn lại và kết luận.

Giải: Cách 1: Ta có bảng phân tích 9 thành tổng của hai số tự nhiên

9	0	1	2	3	4
	9	8	7	6	5

Chọn được phần nguyên của số thập phân cần tìm, kết hợp điều kiện ta có bảng tiếp theo:

$\overline{ab}$	$a \times b$	<i>Kết luận</i>
90	0	Loại
18	8	Loại
72	14	Loại
36	18	Loại
54	20	Chọn

Dựa vào bảng ta chọn phần nguyên của số thập phân là 54 nên phần thập phân là 45.

Cách 2: Tích các chữ số của phần nguyên là số tròn chục có

hai chữ số, nên phần nguyên của số thập phân cần tìm có thể là 52, 54, 56, 58.

Ta có bảng sau:

	$a + b$	Kết luận
52	$7 < 9$	Loại
54	$9 = 9$	Chọn
56	$11 > 9$	Loại
58	$13 > 9$	Loại

Dựa vào bảng ta chọn phần nguyên của số thập phân là 54 nên phần thập phân là 45. Vậy số thập phân cần tìm là 54,45.

Ví dụ 3: Một tấm biển quảng cáo hình chữ nhật có diện tích 180dm^2 và chiều dài gấp 5 lần chiều rộng. Hỏi người thợ cần bao nhiêu mét nhôm để viền xung quanh tấm biển đó? Biết rằng số đo các cạnh đều là số tự nhiên.

Chiều rộng (dm)	Chiều dài (dm)	Diện tích (dm^2)	Kết luận
1	5	$5 < 180$	Loại
2	10	$20 < 180$	Loại
3	15	$45 < 180$	Loại
4	20	$80 < 180$	Loại
5	25	$125 < 180$	Loại
6	30	$180 = 180$	Chọn

Phân tích: Để tính được số mét nhôm cần sử dụng, ta phải tính

được kích thước của tấm biển quảng cáo đó. Có 2 cách xác định:

- Ta liệt kê những hình chữ nhật có chiều dài gấp 5 lần chiều rộng rồi lần lượt kiểm tra, đối chiếu với diện tích của tấm biển để rút ra kết luận.

- Ta liệt kê những hình chữ nhật có diện tích 180dm^2 và có số đo chiều dài, chiều rộng đều là số tự nhiên rồi lần lượt kiểm tra tỉ số của chiều dài và chiều rộng để rút ra kết luận.

Giải: Cách 1: Ta thấy tấm biển có chiều dài là 30dm, chiều rộng là 6dm. Khi đó, ta tìm được số mét nhôm để viền xung quanh tấm biển đó chính là chu vi của tấm biển.

Chu vi của tấm biển là: $(6 + 30) \times 2 = 72 \text{ (dm)}$; $72\text{dm} = 7,2\text{m}$

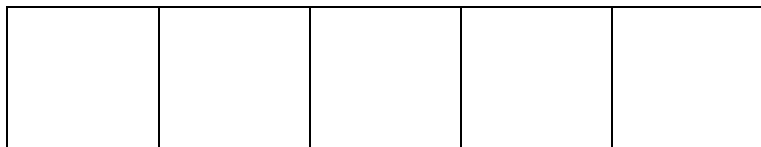
Cách 2: Khi chiều rộng lớn hơn 6 thì chiều dài nhỏ hơn 30 nên tỉ số nhỏ hơn 5. Từ bảng trên ta thấy tấm biển có chiều dài là 30dm, chiều rộng là 6dm. Khi đó, ta tìm được số mét nhôm để viền xung quanh tấm biển đó chính là chu vi của tấm biển.

Chu vi của tấm biển là:

Chiều rộng (dm)	Chiều dài (dm)	Tỉ số	Kết luận
1	180	$180 : 1 > 5$	Loại
2	90	$90 : 2 > 5$	Loại
3	60	$60 : 3 > 5$	Loại
4	45	$45 : 5 > 5$	Loại
5	36	$36 : 5 > 5$	Loại
6	30	$30 : 5 = 5$	Chọn

$$(6 + 30) \times 2 = 72 \text{ (dm)}. \text{ Đổi } 72\text{dm} = 7,2\text{m}$$

Cách 3: Ta chia tấm biển thành 5 hình vuông như hình vẽ.



Khi đó, chiều rộng của hình chữ nhật chính là cạnh của một hình vuông.

$$\text{Diện tích của một hình vuông là: } 180 : 5 = 36 \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$\text{Cạnh của một hình vuông là: } 36 : 6 = 6 \text{ (dm)}$$

$$\text{Chiều dài của hình chữ nhật là: } 6 \times 5 = 30 \text{ (dm)}$$

$$\text{Chu vi của tấm biển là: } (6 + 30) \times 2 = 72 \text{ (dm)}, 72\text{dm} = 7,2\text{m}$$

Vậy cần 7,2m nhôm để viền xung quanh tấm biển đó.

Ví dụ 4: Biết rằng hiệu giữa chữ số hàng chục và hàng đơn vị của một số lẻ có hai chữ số bằng 3. Nếu thêm vào số đó 3 đơn vị ta được số có hai chữ số giống nhau. Tìm số đó.

$\overline{ab}$	$ab + 3$	<i>Kết luận</i>
25	28	loại
41	44	chọn
47	50	loại
63	66	chọn
69	72	loại
85	88	chọn

Giải: Gọi số cần tìm là. Những số lẻ mà hiệu hai chữ số của

nó bằng 3 là: 25; 41; 47; 63; 69; 85.

Dựa vào bảng ta có số cần tìm là 41; 63 và 85.

Đáp số: 41; 63; 85

Ví dụ 5: Chữ số hàng chục của một số tự nhiên có ba chữ số khác nhau gấp 2 lần chữ số hàng đơn vị. Nếu lấy tích của chữ số hàng chục và hàng đơn vị chia cho chữ số hàng trăm được thương bằng 8. Tìm số đó.

$\overline{abc}$	$(b \times c) : 8$	Kết luận
$\overline{a21}$	$2 \times 1 : 8$	Loại
$\overline{a42}$	$4 \times 2 : 8 = 1$	Chọn
$\overline{a63}$	$6 \times 3 : 8$	Loại
$\overline{a84}$	$8 \times 4 : 8 = 1$	Loại

Giải: Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$. Theo đề bài, số abc chỉ có thể là: $\overline{a21}$, $\overline{a42}$, $\overline{a63}$, $\overline{a84}$.

Dựa vào bảng ta có số cần tìm là: $\overline{a21}$

Đáp số: $\overline{a21}$.

Chú ý: Khi giải theo phương pháp này giáo viên hướng dẫn học sinh chọn dữ kiện đơn giản trước để lập bảng, dễ dàng suy ra kết quả; tìm điều kiện ràng buộc của một đối tượng nào đó. Tìm điều kiện liệt kê hết các khả năng. Thử chọn; giáo viên có thể khuyến khích học sinh giải nhiều cách khác nhau như: Sử dụng phương pháp quy nạp toán học, phương pháp giả thiết tạm, phương pháp lập bảng để giải;...

Bài tập áp dụng

1. Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng tổng các chữ số của số đó bằng 18, tích các chữ số của nó bằng 64 và nếu viết các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại thì số đó không thay đổi.

2. Tìm số có 4 chữ số, biết rằng số đó cộng với số có hai chữ số tạo bởi chữ số hàng nghìn, hàng trăm và số có 2 chữ số tạo bởi chữ số hàng chục và hàng đơn vị của số đó ta được tổng là 7 968.

3. Các chữ số hàng nghìn, hàng trăm, hàng chục và hàng đơn vị của một số tự nhiên có 4 chữ số theo thứ tự là 4 số tự nhiên liên tiếp. Số này sẽ thay đổi như thế nào nếu ta viết các chữ số của nó theo thứ tự ngược lại?

4. Các chữ số hàng nghìn, hàng trăm, hàng chục và hàng đơn vị của một số tự nhiên có 4 chữ số theo thứ tự là 4 số lẻ liên tiếp. Số này sẽ thay đổi như thế nào nếu ta viết các chữ số của nó theo thứ tự ngược lại?

5. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng tích các chữ số của số đó là số tròn chục có hai chữ số, nếu bớt số đó đi 3 đơn vị ta được số có hai chữ số giống nhau.

6. Tìm một số tự nhiên có bốn chữ số, biết rằng tổng các chữ số của số đó bằng 18, tích các chữ số của nó bằng 64 và nếu viết các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại thì số đó không thay đổi.

7. Một tổ thợ dùng 8 đoạn ống nhựa gồm hai loại: Loại dài 8m và loại dài 6m để lắp một đoạn đường ống dài 54m. Hỏi tổ thợ đó phải dùng mỗi loại mấy ống để khi lắp không phải cắt một ống nào?

8. Bài toán cổ: “*Vừa gà vừa chó. Bó lại cho tròn. Ba mươi sáu con. Một trăm chân chẵn. Hỏi mấy gà, mấy chó?*”

2.1.11. Phương pháp sơ đồ graph (Phương pháp ứng dụng đồ thị)

a. *Khái niệm*: - Khái niệm sơ đồ graph được sử dụng trong toán học như thuật ngữ để biểu thị các tên gọi khác nhau: Lược đồ, biểu đồ,... Phương pháp sơ đồ graph áp dụng cho bài toán đề cập đến các đối tượng khác nhau mà giữa chúng có những mối quan hệ nào đấy.

- Phương pháp này có tính trực quan, áp dụng đặc biệt có hiệu quả khi giải các bài toán có dạng tính ngược từ cuối, các bài toán suy luận logic.

- Khi giải bài toán dạng này ta dùng hình vẽ biểu diễn mối liên hệ giữa các đối tượng. Trong hình vẽ, mỗi đối tượng được biểu diễn bởi một điểm (hoặc một vòng tròn, một ô vuông,...). Mỗi quan hệ được biểu diễn bởi một mũi tên. Những hình vẽ như vậy gọi là đồ thị (hoặc sơ đồ, lưu đồ, lược đồ,...) của bài toán.

- Phương pháp sơ đồ graph (Phương pháp ứng dụng đồ thị) là dựa vào đồ thị tìm lời giải.

- Những bài toán nêu giải bằng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng thì tương đối khó, tuy nhiên nếu áp dụng PP sơ đồ graph thì lại khá dễ dàng.

b. Ứng dụng

- Khi giải bài toán bằng phương pháp sơ đồ graph ta sử dụng các ô vuông, vòng tròn, mũi tên, điểm, ..., để mô tả các đại lượng và mối quan hệ giữa chúng. Từ đồ thị cho ta cái nhìn trực quan về mối quan hệ giữa các đại lượng trong bài toán, qua đó dễ dàng tìm ra các yếu tố chưa biết.

- Trong phương pháp này ta cần xác định rõ: ẩn số – dữ kiện – điều kiện bài toán. Biểu diễn bài toán dưới dạng sơ đồ theo nguyên tắc sau:

- + Ẩn số đặt bên trái (có các ẩn số trung gian).
- + Điều kiện đặt bên phải.
- + Vòng cung phía trên biểu diễn dữ kiện bài toán.
- + Vòng cung phía dưới biểu diễn các phép tính ngược dữ kiện.

- Khi giải bài toán ta tính ngược từ ẩn số phụ cuối cùng tính liên tiếp cho đến ẩn số cần tìm.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Tìm một số biết rằng số đó bớt đi 3 rồi chia cho 2 được bao nhiêu đem cộng với 1,5 rồi nhân với 2 thì được 20.

Biểu thị: A là ban đầu; B là số còn lại sau khi bớt đi 3.

C là số còn lại sau khi chia cho 2; D là số còn lại sau khi cộng với 1,5.

Lược đồ:
$$\boxed{A} \begin{matrix} \xleftarrow{-3} \\ \xrightarrow{+3} \end{matrix} \boxed{B} \begin{matrix} \xleftarrow{:2} \\ \xrightarrow{\times 2} \end{matrix} \boxed{C} \begin{matrix} \xleftarrow{+1,5} \\ \xrightarrow{-1,5} \end{matrix} \boxed{D} \begin{matrix} \xleftarrow{\times 2} \\ \xrightarrow{:2} \end{matrix} \boxed{20}$$

Phân tích:

$$D \times 2 = 20 \Rightarrow D = 20 : 2 = 10$$

$$C + 1,5 = 10 \Rightarrow C = 10 - 1,5 = 8,5$$

$$B : 2 = 8,5 \Rightarrow B = 8,5 \times 2 = 17$$

$$A - 3 = 17 \Rightarrow A = 17 + 3 = 20$$

Giải: Cách 1: Số trước khi nhân với 2 là: $20 : 2 = 10$

Số trước khi cộng với 1,5 là: $10 - 1,5 = 8,5$

Số trước khi chia cho 2 là: $8,5 \times 2 = 17$

Số cần tìm là: $17 + 3 = 20$

Cách 2: Gọi x là số cần tìm, ta có biểu thức sau: $((x - 3) : 2 + 1,5) \times 2 = 20$

Giải ra tìm được $x = 20$.

Đáp số: 20.

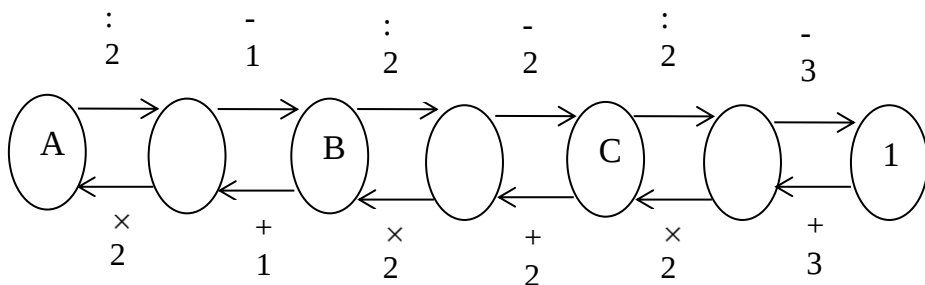
VD 2: Bạn Yến có một bó hoa hồng đem tặng các bạn cùng lớp. Lần đầu Yến tặng một nửa số bông hồng và thêm 1 bông. Lần thứ hai Yến tặng một nửa số bông hồng còn lại và thêm 2 bông. Lần thứ ba Yến tặng một nửa số bông hồng còn lại và thêm 3 bông. Cuối cùng Yến còn lại 1 bông hồng dành cho mình. Hỏi Yến đã tặng bao nhiêu bông hồng?

Biểu thị: A là số bông hồng lúc đầu Yến có.

B là số bông hồng còn lại sau khi cho lần thứ nhất.

C là số bông hồng còn lại sau khi cho lần thứ hai.

Lược đồ:

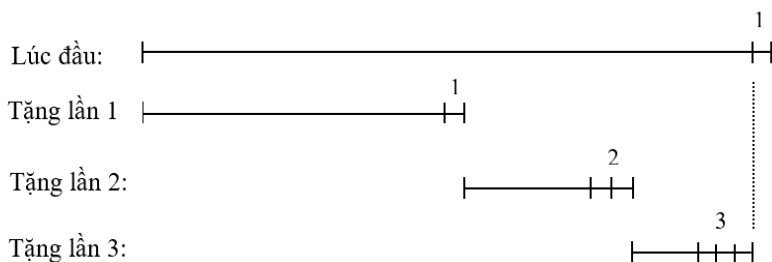


Phân tích: $C : 2 - 3 = 1 \Rightarrow C : 2 = 1 + 3 = 4 \Rightarrow C = 8$

$B : 2 - 2 = 8 \Rightarrow B : 2 = 8 + 2 = 10 \Rightarrow B = 20$

$A : 2 - 1 = 20 \Rightarrow A : 2 = 20 + 1 = 21 \Rightarrow A = 42$

Ta có sơ đồ đoạn thẳng về số các bông hồng:



Giải: Cách 1: Số bông hồng còn lại sau khi Yến cho lần thứ 2 là: $(1 + 3) \times 2 = 8$ (bông hồng)

Số bông hồng còn lại sau khi Yến cho lần thứ nhất là: $(8 + 2) \times 2 = 20$ (bông hồng)

Số bông hồng lúc đầu Yến có là: $(20 + 1) \times 2 = 42$ (bông hồng)

Số bông hồng Yến tặng các bạn là: $42 - 1 = 41$ (bông hồng)

Cách 2: Gọi số bông hồng lúc đầu Yến có là x .

Số bông hồng còn lại sau khi Yến cho bạn lần thứ nhất là: $x : 2 - 1$ (bông hồng)

Số bông hồng còn lại sau Yến cho bạn lần thứ hai là: $(x : 2 - 1) : 2 - 2$ (bông hồng)

Số bông hồng còn lại sau khi Yến cho bạn lần thứ ba là:

$$((x : 2 - 1) : 2 - 2) : 2 - 3 \text{ (bông hồng)}$$

Theo đề bài ta có: $((x : 2 - 1) : 2 - 2) : 2 - 3 = 1$

Thực hiện giải ta tìm được $x = 42$

Số bông hồng mà Yến đã tặng các bạn là: $42 - 1 = 41$ (bông hồng)

Đáp số: 41 bông hồng.

Ví dụ 3: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số là số lẻ hoặc chia hết cho 3?

Giải: Số các số lẻ có hai chữ số là:

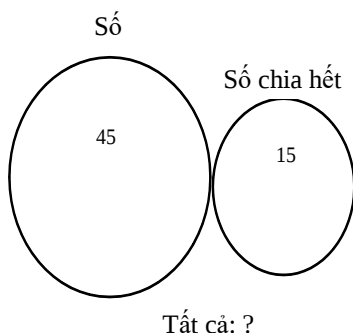
$$(99 - 11) : 2 + 1 = 45 \text{ (số)}$$

Số các số chẵn có hai chữ số chia hết cho 3 là:

$$(96 - 12) : 6 + 1 = 15 \text{ (số)}$$

Số các số có hai chữ số là số lẻ hoặc chia hết cho 3 là: $45 + 15 = 60$ (số)

Đáp số: 60.



VD 4: Cho các chữ số 1, 3, 5.

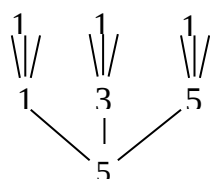
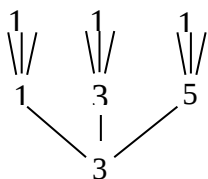
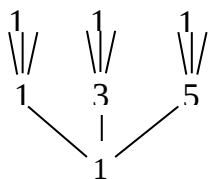
a) Lập các số có ba chữ số từ những chữ số trên.

b) Lập các số có ba chữ số khác nhau từ những chữ số trên.

Phân tích: a) Các số lập được thỏa mãn các điều kiện:

- Có ba chữ số.
- Từ các chữ số đã cho.
- Mỗi chữ số có thể lặp lại trong mỗi số.

Ta có sơ đồ như sau:

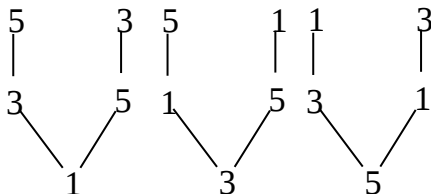


b) Các số lập được thỏa mãn các yêu cầu sau:

- Có ba chữ số.
- Từ các chữ số đã cho.
- Mỗi chữ số chỉ xuất hiện một lần ở mỗi số (khác ý a).

Ta có sơ đồ sau:

Giải: a) Nhìn vào sơ đồ (1) ta có các số có ba chữ số thỏa mãn yêu cầu đầu bài là: 111, 113, 115, 131, 133, 135, 151, 153, 155, 311, 313, 315, 331, 333, 335, 351, 353, 355, 511, 513, 515, 531, 533, 535, 551, 553, 555.



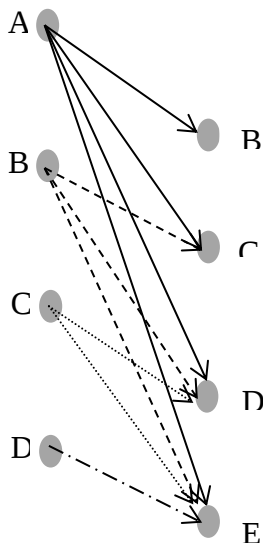
b) Nhìn vào sơ đồ (2) ta có các số thỏa mãn đầu bài là: 135, 153, 315, 351, 513, 531.

Nhận xét: Phân tích theo sơ đồ trên ta nên vẽ theo thứ tự từ bé đến lớn (hoặc từ lớn đến bé). Như vậy sẽ rất thuận lợi nếu bài toán yêu cầu sắp xếp các số lập được theo một thứ tự.

Ví dụ 5: Một tổ trong lớp 2A có 5 bạn nam. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách cử 2 bạn trong tổ này đi trực nhật?

Giải: Gọi 5 bạn nam lần lượt là A, B, C, D, E. Ta có sơ đồ bên. Nhìn vào sơ đồ ta thấy:

- Có 4 cách cử nhóm gồm 2 bạn, trong đó



có bạn A.

- Có 3 cách cử nhóm gồm 2 bạn, trong đó có bạn B (mà không có bạn A).

- Có 2 cách cử nhóm gồm 2 bạn, trong đó có bạn C (mà không có bạn A và B).

- Có một cách cử nhóm gồm 2 bạn, trong đó có bạn D (mà không có bạn A, B và C).

Số cách cử hai bạn trong tổ này đi trực nhật là: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (cách)

Đáp số: 10.

Nhận xét: Ví dụ trên là bài toán khó đối với học sinh tiểu học nhưng sử dụng sơ đồ để minh họa giúp học sinh dễ dàng phân tích và đưa ra được đáp án.

Chú ý: Khi sử dụng phương pháp này cần vẽ và biểu diễn đúng các dữ kiện bởi các đường cong kín, các ô vuông, các mũi tên,... Các bài toán về số học phức tạp, suy luận logic thường sử dụng phương pháp này. Giáo viên có thể khuyến khích học sinh có thể giải nhiều cách khác nhau tùy vào giả thiết bài toán.

Bài tập áp dụng

1. Tìm một số, biết rằng tăng số đó gấp đôi, sau đó cộng với 16 rồi bớt đi 4 và cuối cùng chia cho 3 ta được kết quả bằng 12.

2. Tổng số của ba số bằng 96. Nếu chuyển từ số thứ hai sang số thứ nhất 3 đơn vị và sang số thứ ba 17 đơn vị, cuối cùng chuyển từ số thứ ba sang số thứ nhất 9 đơn vị thì số thứ nhất sẽ gấp đôi số thứ hai và bằng $\frac{2}{5}$ số thứ ba. Tìm ba số đó.

3. Có 38 em học sinh của trường A dự thi 3 môn: cầu lông, bơi và đá cầu. Trong đội có 8 em chỉ thi cầu lông, 20 em thi bơi và 10 em thi đá cầu. Hỏi có bao nhiêu em vừa thi cầu lông vừa thi đá cầu?

4. Bạn An có 5 cái áo và 2 cái quần. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn ra một bộ quần áo?

5. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số của nó đều là số lẻ? đều là số chẵn?

6. Lớp 9A có 30 em tham gia câu lạc bộ tiếng Anh và tiếng Trung, trong đó có 25 em nói được tiếng Anh và 18 em nói được tiếng Trung. Hỏi có bao nhiêu bạn nói được cả hai thứ tiếng?

2.1.12. Phương pháp diện tích

a. *Khái niệm:* - Là PP dùng để giải các bài toán về diện tích bằng cách sử dụng một số tính chất:

+ Nếu một hình được chia thành các hình nhỏ thì diện tích hình lớn bằng tổng diện tích các hình nhỏ.

+ Nếu hai hình có diện tích bằng nhau cùng bớt một phần chung thì hai phần còn lại có diện tích bằng nhau.

+ Khi số đo cạnh đáy không đổi thì diện tích và chiều cao của một tam giác là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

+ Khi số đo diện tích không đổi thì số đo cạnh đáy và chiều cao của một tam giác là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

+ Khi số đo chiều cao không đổi thì diện tích và cạnh đáy của một tam giác là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

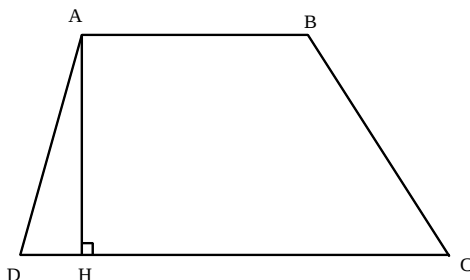
b. *Ứng dụng:* Để giải bài toán bằng PP này ta thường sử dụng:

- Các công thức tính diện tích các hình.

- Dùng tỉ số diện tích của các hình.

- Thực hiện các phép tính trên các số đo diện tích.

- Các thao tác phân tích tổng hợp trên hình.



c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Trung bình cộng hai đáy hình thang là 17,5m. Biết đáy lớn hơn đáy bé 13m. Chiều cao bằng đáy bé. Tính diện tích hình thang đó.

Giải: Tổng hai đáy hình thang là: $17,5 \times 2 = 35$ (m)

Đáy lớn hình thang là: $(35 + 13) : 2 = 24$ (m)

Đáy bé hình thang là: $(35 - 13) : 2 = 11$ (m)

Diện tích hình thang là: $(24 + 11) \times 11 = 385$ (m²)

Đáp số: 385m².

VD 2: Một hình vuông có chu vi là 24cm. Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng cạnh của hình vuông và biết ba lần cạnh hình vuông thì bằng hai lần chiều dài hình chữ nhật. Tính diện tích mỗi hình đó.

Giải: Một cạnh của hình vuông (chiều rộng của hình chữ nhật) là: $24 : 4 = 6$ (cm)

Ba lần cạnh hình vuông (hoặc hai lần chiều dài hình chữ nhật) là: $6 \times 3 = 18$ (cm)

Chiều dài hình chữ nhật là: 18 :

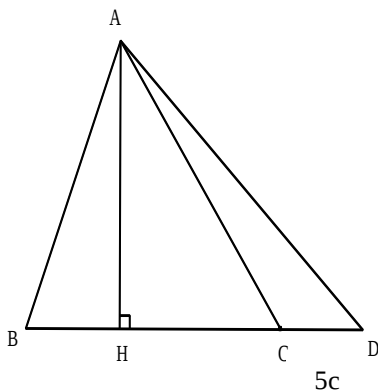
$$2 = 9 \text{ (cm)}$$

$$\text{Diện tích hình vuông là: } 6 \times 6 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là: } 9 \times 6 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: Hình vuông: 36cm^2 .

Hình chữ nhật: 54cm^2 .



Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có diện tích là 150cm^2 . Nếu kéo dài đáy BC (về phía C) 5cm thì diện tích sẽ tăng thêm $37,5\text{cm}^2$. Tính đáy BC của tam giác.

Giải: Cách 1: Từ A kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$ thì AH cũng là đường cao của $\triangle ACD$. Đường cao AH là:

$$37,5 \times 2 : 5 = 15 \text{ (cm)}$$

$$\text{Đáy BC là: } 150 \times 2 : 15 = 20 \text{ (cm)}$$

Cách 2: Từ A hạ đường cao AH vuông góc với BC. Đường cao AH là đường cao chung của hai tam giác ABC và ACD. Mà tỉ số 2 diện tích tam giác này là:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{150}{37,5} = 4$$

Hai tam giác có tỉ số diện tích là 4 mà chúng có chung đường cao, nên tỉ số 2 đáy cũng là 4. Vậy đáy BC là: $5 \times 4 = 20 \text{ (cm)}$

Đáp số: 20cm.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC có diện tích bằng 100cm^2 . Trên

cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = BE$, trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $AF = CF$, trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = CD$. Nối điểm D với F, D với E và E với F. Tính diện tích tam giác DEF.

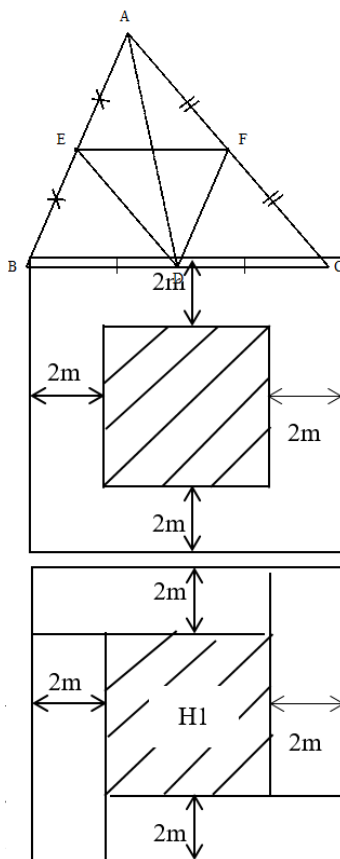
Giải: Nối A với D. Ta có:
 $S_{ABD} = S_{ACD}$ (chung đường cao hạ từ A và đáy $BD = CD$). Khi đó:
 $S_{ABD} = 100 : 2 = 50 (cm^2)$

Ta lại có: $S_{ADE} = S_{DEB}$ (chung đường cao hạ từ D và đáy $BE = AE$). Khi đó:
 $S_{BDE} = 50 : 2 = 25 (cm^2)$

Tương tự ta có:
 $S_{DCF} = S_{AEF} = 25 (cm^2)$

Vậy diện tích tam giác DEF là: $S_{DFE} = S_{ABC} - (S_{DCF} + S_{AEF} + S_{BDE}) = 100 - (25 + 25 + 25) = 25 (cm^2)$

Đáp số: $25cm^2$.



VD 5: Người ta mở rộng cái ao về 4 phía như hình vẽ. Sau khi mở rộng diện tích ao tăng thêm $320m^2$. Tính diện tích ao khi chưa mở rộng.

Khi giải bài tập này, các em phải vận dụng kiến thức đã học về các công thức tính diện tích các hình như: Công thức tính diện tích hình chữ nhật, công thức diện tích hình vuông, công thức diện tích hình thang. Từ đó học sinh có những cách giải khác nhau theo sự suy nghĩ sáng tạo riêng của mình.

Cách 1: Chia phần diện tích mở rộng thành 4 hình chữ nhật có diện tích bằng nhau như hình H1.

Diện tích của một hình chữ nhật là:

$$320 : 4 = 80 \text{ (m}^2\text{)}$$

Cạnh của ao cũ là: $80 : 2 - 2 = 38 \text{ (m)}$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 \text{ (m}^2\text{)}$

Cách 2: Chia diện tích

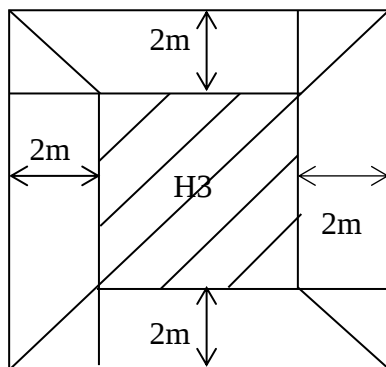
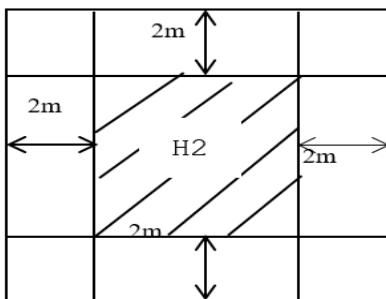
mở rộng thành 4 hình vuông cạnh 2m, 4 hình chữ nhật như hình H2.

Diện tích một hình chữ nhật là:

$$(320 - 2 \times 2 \times 4) : 4 = 76 \text{ (m}^2\text{)}$$

Cạnh của ao cũ là: $76 : 2 = 38 \text{ (m)}$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 \text{ (m}^2\text{)}$



Cách 3: Chia phần diện tích mở rộng thành 4 hình thang như hình H3. Diện tích một hình thang là: $320 : 4 = 80 \text{ (m}^2\text{)}$. Tổng hai đáy của hình thang là:

$$80 \times 2 : 2 = 80 \text{ (m)}$$

Đáy nhỏ hình thang hay cạnh ao cũ là:

$$(80 - 4) : 2 = 38 \text{ (m)}$$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 \text{ (m}^2\text{)}$

Cách 4: Chuyển ao cũ về một góc rồi chia diện tích mở rộng thành hai hình chữ nhật và một hình vuông (H4).

Diện tích một hình chữ nhật là:

$$(320 - 4 \times 4) : 2 = 152 \text{ (m}^2\text{)}$$

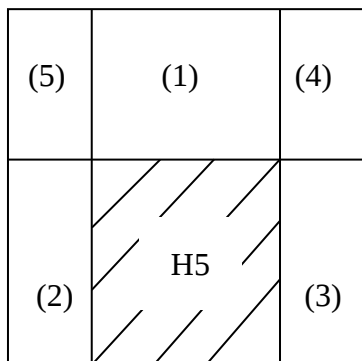
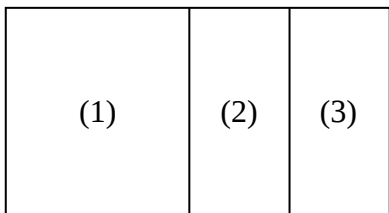
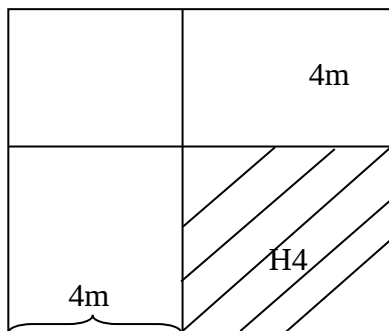
Cạnh của ao cũ là: $152 : 4 = 38 \text{ (m)}$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 \text{ (m}^2\text{)}$

Cách 5: Cắt phần diện mở rộng rồi ghép 3 mảnh (1) + (2) + (3) như hình H5.

Diện tích hình nhật

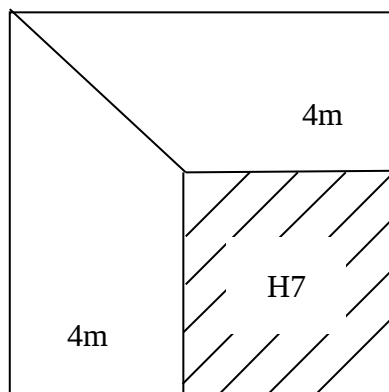
(1) – (3) là:



$$320 - 2 \times 4 \times 2 = 304(\text{m}^2)$$

Cạnh hình chữ nhật hay cạnh ao là: $304 : 8 = 38 \text{ (m)}$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 \text{ (m}^2\text{)}$



Cách 6: Cắt phần diện tích mở rộng rồi ghép lại để được hình chữ nhật như hình H6.

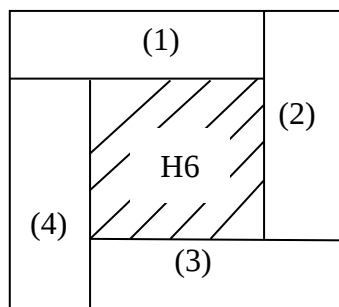
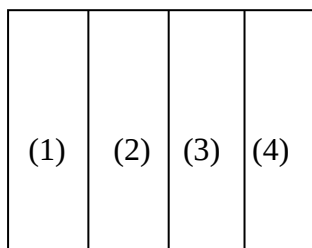
Cạnh của hình chữ nhật ghép được là:

$$320 : (2 + 2 + 2 + 2) = 40 \text{ (m)}$$

Cạnh của ao cũ là:

$$40 - 2 = 38 \text{ (m)}$$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 \text{ (m}^2\text{)}$.



Cách 7: Chuyển ao cũ về một góc rồi chia phần diện tích mở rộng thành hai hình thang như hình H7.

Diện tích một hình thang là:

$$320 : 2 = 160 \text{ (m}^2\text{)}$$



Đáy nhỏ của hình thang hay cạnh ao cũ là:
 $(160 \times 2 : 4 - 4) : 2 = 38(\text{m})$

Diện tích của ao cũ là: $38 \times 38 = 1\,444 (\text{m}^2)$

Đáp số: $1\,444 \text{ m}^2$.

d) *Chú ý:* Khi sử dụng phương pháp này sinh viên cần: Nhớ các công thức tính chu vi, diện tích các hình, các tính chất trên; phối hợp linh hoạt các giả thiết để sử dụng các công thức tính diện phù hợp; giải theo nhiều cách khác nhau;...

Bài tập áp dụng

1. Một thửa đất hình tam giác có chiều cao là 10m. Hỏi nếu kéo dài đáy thêm 4m thì diện tích sẽ tăng thêm bao nhiêu mét vuông?

2. Một thửa đất hình tam giác có đáy là 25m. Nếu kéo dài đáy thêm 5m thì diện tích sẽ tăng thêm là 50m^2 . Tính diện tích mảnh đất khi chưa mở rộng.

3. Cho tam giác ABC vuông ở A, cạnh AB dài 54m, cạnh AC dài 60m. Điểm M trên AB cách A là 10m. Từ M kẻ đường thẳng song song AC cắt cạnh BC tại N. Tính đoạn MN.

4. Cho tam giác ABC có BC = 6cm. Lấy D là điểm ở chính giữa của AC, kéo dài AB một đoạn BE = AB. Nối D với E, DE cắt BC ở M. Tính BM?

5. Cho tam giác ABC, có AB = 6cm. Trên AC lấy điểm D sao cho AD gấp đôi DC. Trên BC lấy điểm E sao cho $BE = \frac{1}{2} EC$, kéo dài DE và AB cắt nhau ở G. Tính BG?

6. Cho tam giác ABC, điểm D nằm trên cạnh AC, điểm E

nằm trên cạnh BC sao cho: $AD = DC$, $BE = \frac{3}{2}EC$. Các đoạn thẳng AE và BD cắt nhau ở K.

a) BK gấp mấy lần KD?

b) Biết diện tích tam giác ABC bằng $80m^2$. Tính diện tích hình DKEC?

7. Cho tam giác ABC có đáy BC là 35m. Nếu BC được kéo dài thêm 5m thì diện tích sẽ tăng thêm $30m^2$. Tính diện tích tam giác ABC.

8. Cho tam giác ABC có góc A vuông, $AB = 50cm$ và $AC = 60cm$. Trên cạnh AB lấy điểm M cách A 10cm. Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC ở N. Tính diện tích tam giác BMN.

9. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Nếu giảm chiều rộng 10m và tăng chiều dài 10m thì diện tích khu vườn tăng thêm $100 m^2$. Tính chu vi của khu vườn đó.

10. Cho hình thang ABCD có diện tích $96m^2$, đáy lớn AD gấp ba lần đáy nhỏ BC. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Tính diện tích tam giác AOB.

2.1.13. Phương pháp dùng chữ thay số

a. *Khái niệm*: - Là PP dùng các chữ cái a, b, c, ..., x, y, z hoặc A, B, C, M, N, P, ..., để biểu diễn số có một hoặc nhiều chữ số.

- Sau khi đã biểu diễn, kết hợp điều kiện bài toán ta đưa về một phép tính hay dãy các phép tính chứa các chữ cái ấy.

- Dựa vào quy tắc tìm thành phần chưa biết của phép tính ta tìm được số cần tìm. Phương pháp này còn được gọi là phương pháp đại số.

b. Ứng dụng: - Đối với các bài toán này ta thường sử dụng các kiến thức về cấu tạo thập phân của số tự nhiên; tính chẵn, lẻ; tận cùng của số tự nhiên; kỹ thuật thực hiện các phép tính;...

- Khi nói đến cấu tạo thập phân của một số tự nhiên ta hiểu là đã dùng chữ thay số. *Chẳng hạn:* Dùng kí hiệu $\overline{abc}$ để chỉ số tự nhiên có ba chữ số với a là chữ số hàng trăm (khác 0), b là chữ số hàng chục, c là chữ số hàng đơn vị.

- Khi sử dụng phương pháp dùng chữ thay số đòi hỏi học sinh phải nắm vững kiến thức và vận dụng thành thạo các quy tắc thực hiện phép tính, các tính chất chẵn – lẻ của số tự nhiên, các dấu hiệu chia hết của 2, 3, 5, 9.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Trong một lớp học nếu xếp 4 em ngồi một bàn thì có 5 em không có chỗ ngồi, nếu xếp 5 em ngồi một bàn thì còn một bàn không có ai ngồi. Hỏi lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

Giải: Gọi x là số bàn trong lớp

Nếu xếp 4 em một bàn thì số học sinh trong lớp là: $4x + 5$

Nếu xếp 5 em một bàn thì số học sinh trong lớp là: $5(x - 1)$
 $= 5x - 5$

Ta có: $4x + 5 = 5x - 5$. Suy ra $x = 10$

Đáp số: 45 học sinh.

Ví dụ 2: Hiện nay mẹ 43 tuổi, sang năm sau tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con hiện nay. Hỏi lúc con mấy tuổi thì tuổi mẹ gấp 5 lần tuổi con?

Giải: Tuổi mẹ sang năm sau là: $43 + 1 = 44$ (tuổi)

Tuổi con hiện nay là: $44 : 4 = 11$ (tuổi)

Hiệu tuổi mẹ và tuổi con là: $43 - 11 = 32$ (tuổi)

Gọi tuổi con lúc tuổi mẹ gấp 5 lần tuổi con là x . Tuổi mẹ lúc đó là: $5x$

Vì hiệu số tuổi của mẹ và con là không đổi nên ta có: $5x - x = 32$

Suy ra $x = 8$

Đáp số: 8.

Ví dụ 3: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta được một số lớn gấp 13 lần số đã cho.

$$9ab = ab \times 13$$

Giải: Gọi số phải tìm là $\overline{ab}$ ($a \neq 0, a, b < 10$). Viết thêm chữ số 9 vào bên trái ta được $900\overline{ab}$. Theo bài ra ta có:

$$900 = \overline{ab} \times (13 - 1)$$

$$900 = \overline{ab} \times 12$$

Đáp số: 75.

Ví dụ 4: Mẹ thưởng cho Hùng 9000 đồng và Thạch mỗi em một số tiền bằng nhau. Hùng mua sách hết 19 000 đồng, Dũng mua hết 17 000 đồng, số tiền còn lại của cả Hùng và Dũng chỉ bằng chỉ bằng $\frac{1}{5}$ số tiền của Thạch. Hỏi mỗi em được thưởng bao nhiêu tiền?

Giải: Gọi x là số tiền của mỗi bạn.

Sau khi mua sách Hùng còn lại: $x - 19000$

Sau khi mua sách Dũng còn lại: $x - 17000$

Cả 2 em còn lại: $(x - 19000) + (x - 17000) = 2 \times x - 36\,000$

Vì số tiền còn lại của 2 em bằng $\frac{1}{5}$ số tiền của Thạch nên ta có:

$$2 \times x - 36000 = \frac{1}{5} \times x. \text{ Suy ra } x = 20000$$

Đáp số: 20000 đồng.

VD 5: Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 9 lần chữ số hàng đơn vị.

Giải: Gọi số phải tìm là $\overline{ab}$ ($a \neq 0; a, b < 10$). Theo bài ra ta có: $\overline{ab} = b \times 9$

Cách 1: Vì $a \neq 0$ nên $b \neq 0$. Ta có $b \times 9$ có tận cùng là b (khác 0) nên $b = 5$. Do đó: $\overline{ab} = 5 \times 9 = 45$.

Cách 2: Vì $\overline{ab} = b \times 9$ nên $\overline{ab} = b \times (10 - 1)$ (một số nhân với một hiệu). Hay $\overline{ab} + b = \overline{b0}$ (tìm số bị trừ). Vì $b + b$ có tận cùng bằng 0 mà $b \neq 0$ nên $b = 5$.

Do đó: $\overline{ab} = \overline{b0} - b = 50 - 5 = 45$.

Cách 3: Vì $\overline{ab} = b \times 9$ nên $\overline{ab} = b \times (8 + 1)$ (một số nhân với một tổng). Hay $\overline{ab} - b = b \times 8$ (tìm một số hạng của tổng). Tức là $\overline{a0} = b \times 8$

Vì $\overline{a0}$ là số tròn chục nên $b \times 8$ cũng là số tròn chục mà $b \neq 0$ nên $b = 5$.

Do đó: $\overline{a0} = 5 \times 8 = 40$. Suy ra $\overline{ab} = 45$.

Đáp số: 45.

d. *Chú ý:* Khi sử dụng phương pháp này sinh viên cần:

- Biết được cấu tạo thập phân của một số tự nhiên chẳng hạn: $\overline{abc}$ để chỉ số tự nhiên có ba chữ số với a là chữ số hàng trăm (khác 0), b là chữ số hàng chục, c là chữ số hàng đơn vị; hay $\overline{ab,cd}$, $\overline{a00}$;...

- Vận dụng thành thạo các quy tắc thực hiện phép tính, các tính chất chẵn lẻ của số tự nhiên, các dấu hiệu chia hết của 2, 3, 5, 9.

- Tùy vào bài toán chọn phương pháp giải phù hợp.

Bài tập áp dụng

1. Tìm một số có hai chữ số, biết rằng khi viết thêm chữ số 5 vào bên phải số đó ta được số mới lớn hơn số phải tìm là 230 đơn vị.

2. Cho số có bốn chữ số. Nếu ta xóa đi chữ số hàng chục và hàng đơn vị thì số đó giảm đi 4 455 đơn vị. Tìm số đó.

3. Tìm một số có hai chữ số, biết rằng khi viết số 21 vào bên trái số đó thì số đó gấp 31 lần số phải tìm.

4. Lớp 4A có 52 em, số học sinh giỏi bằng số học sinh khá, số học sinh khá bằng số học sinh trung bình, không có học sinh yếu kém. Hỏi lớp 4A có bao nhiêu học sinh giỏi, khá, trung bình?

5. Mẹ An đi chợ bán trứng. Lần đầu bán được nửa số trứng. Lần sau bán được một chục quả nữa thì còn lại 5 quả. Hỏi mẹ An đã mang bao nhiêu quả trứng đi chợ bán?

2.1.14. Phương pháp sơ đồ diện tích hình chữ nhật

a. *Khái niệm*: - Đây là phương pháp sử dụng các yếu tố của hình chữ nhật như cạnh chiều dài, chiều rộng và diện tích để biểu thị các đại lượng của bài toán có ba đại lượng, trong đó một đại lượng là tích của hai đại lượng kia.

- Khi giải bài toán bằng phương pháp này, các yếu tố của hình chữ nhật (chiều dài, chiều rộng, diện tích) chỉ được dùng để biểu thị cho các đại lượng của bài toán. Do đó khi giải toán, các số đo và các đơn vị đo trong bài toán phải được hiểu là số đo và đơn vị đo của các đại lượng, chứ không được coi là số đo hay đơn vị

đo của các yếu tố của hình chữ nhật.

b. Ứng dụng: Giải bài toán bằng phương pháp này gồm ba bước:

- *Bước 1:* Biểu thị ba đại lượng đã cho của bài toán bằng ba yếu tố của hình chữ nhật (chiều dài, chiều rộng, diện tích). *Chẳng hạn:* Trong bài toán chuyển động ta biểu thị vận tốc trên cạnh chiều dài (hoặc chiều rộng), biểu thị thời gian trên cạnh chiều rộng (hoặc chiều dài) của hình chữ nhật thì quãng đường đi được sẽ được biểu thị bằng diện tích của hình chữ nhật.

- *Bước 2:* Phân tích các dữ kiện của bài toán thông qua việc quan sát biểu đồ để tìm cách giải.

- *Bước 3:* Giải bài toán.

** Bài toán chuyển động đều*

VD 1: Một xe máy đi từ A đến B với vận tốc dự tính là 30km/h. Song thực tế xe máy chỉ đi với vận tốc 25km/h nên đã đến B muộn mất 2 giờ so với dự định. Tính quãng đường từ A đến B.

Phân tích: Trước hết ta hướng dẫn học sinh vẽ biểu đồ hình chữ nhật. Sau đó phân tích để học sinh hiểu được:

- Vì biểu thị thời gian của xe máy nên trên đoạn DN (bằng đoạn OM) ứng với 2 giờ. Như vậy “2 giờ” là số đo của đại lượng thời gian.

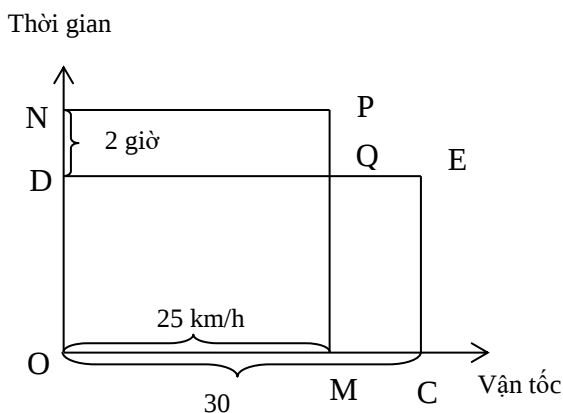
- Vì biểu thị vận tốc của xe máy nên đoạn DQ ứng với 25km/h. Như vậy “25km/h” là số đo của đại lượng vận tốc.

Do đó, diện tích của hình chữ nhật DNPQ là: $S_{DNPQ} = 25 \times 2 = 50$. Số đo “50” ở đây là số đo của đại lượng quãng đường (tức

là 50 km), vì diện tích hình chữ nhật chỉ là yếu tố để biểu thị cho quãng đường xe máy đi được.

Giải: Biểu thị vận tốc của xe máy trên một cạnh của hình chữ nhật và thời gian xe máy chạy trên cạnh kia của hình chữ nhật ấy thì quãng đường xe chạy sẽ được biểu thị bằng diện tích hình chữ nhật. (Vì $S = v \times t$)

Biểu thị
thời gian đi từ A
đến B với vận
tốc 30km/h là
đoạn OD thì thời
gian đi với vận
tốc 25km/h sẽ là
đoạn ON, ON
dài hơn OD một
đoạn DN tương
ứng với 2 giờ.



Ngoài ra đoạn MC biểu thị hiệu hai vận tốc và ứng với:

$$30 - 25 = 5 \text{ (km/h)}$$

Vì cùng biểu thị quãng đường từ A đến B nên diện tích 2 hình chữ nhật OCED và OMPN bằng nhau.

Cùng bớt đi diện tích phần chung là S_{OMQD} ta có:

$$S_{CMQE} = S_{DNPQ} = DQ \times DN = 25 \times 2 = 50.$$

$$\text{Do đó: } MQ \times MC = 50$$

$$\text{Hay } MQ \times 5 = 50.$$

$$\text{Suy ra: } MQ = 50 : 5 = 10 \text{ (giờ)}.$$

Vậy quãng đường AB dài là: $30 \times 10 = 300$ (km)

Đáp số: 300km.

*** Bài toán tính sản lượng**

VD 2: Để thực hiện chỉ tiêu về sản lượng của vụ mùa năm nay, hợp tác xã A dự tính sẽ đạt năng suất lúa là 5 tấn/ha nên chỉ tiến hành sản xuất trên một phần diện tích ruộng được giao. Nhưng khi thu hoạch thì năng suất chỉ đạt 4,5 tấn/ha. Ông chủ nhiệm HTX tính toán: “*Với năng suất thu hoạch như vụ mùa năm nay thì vụ mùa năm sau phải tăng diện tích thêm 3 ha nữa thì mới đạt chỉ tiêu sản lượng trên giao*”. Hỏi chỉ tiêu sản lượng trên giao cho hợp tác xã A là bao nhiêu tấn thóc?

Phân tích: Biểu thị năng suất thu hoạch trên một cạnh của hình chữ nhật và diện tích ruộng trên một cạnh kia của hình chữ nhật thì sản lượng thu hoạch sẽ được biểu thị bằng diện tích của hình chữ nhật. (Vì *sản lượng thu hoạch = diện tích sản xuất $\times$ năng suất*)

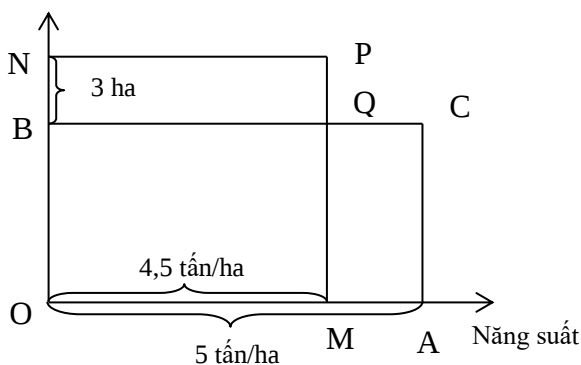
Giải: Biểu thị diện tích phần ruộng có năng suất 5 tấn/ha là đoạn OB thì diện tích phần ruộng có năng suất 4,5 tấn/ha là đoạn ON, ON dài hơn đoạn OB một đoạn BN tương ứng với 3 ha.

Mà
đoạn MA
biểu thị hiệu
năng suất và
ứng với:

$$\begin{aligned} &5 - 4,5 \\ &= 0,5 \\ &(\text{tấn/ha}) \end{aligned}$$

Vì

Diện tích



cùng biểu thị sản lượng trên giao cho HTX nên diện tích hai hình chữ nhật OACB và OMPN bằng nhau.

Cùng bớt đi diện tích hình chữ nhật OMQB ta có:

$$S_{AMQC} = S_{BNPQ} = BQ \times BN = 4,5 \times 3 = 13,5$$

$$\text{Do đó: } MQ \times MA = 13,5$$

$$\text{Hay } MQ \times 0,5 = 13,5$$

$$\text{Suy ra: } MQ = 13,5 : 0,5 = 27 \text{ (ha)}$$

Vậy sản lượng trên giao cho hợp tác xã A là: $27 \times 5 = 135$ (tấn)

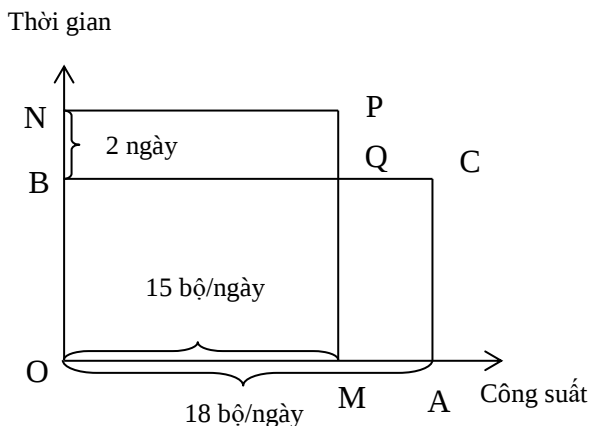
Đáp số: 135 tấn.

** Bài toán về tính khối lượng công việc*

VD 3: Hai tổ thợ may phải làm một khối lượng công việc như nhau. Biết rằng tổ I mỗi ngày may được 18 bộ quần áo, tổ II mỗi ngày chỉ may được 15 bộ quần áo nên hoàn thành công việc chậm hơn tổ I 2 ngày. Hỏi mỗi tổ được giao may bao nhiêu bộ quần áo?

Phân tích và lời giải: Biểu thị số ngày để tổ I hoàn thành khối lượng công việc bằng đoạn OB

$$\begin{aligned} S_{AMQC} &= \\ S_{BNPQ} &= BQ \times BN \\ &= 15 \times 2 = 30 \end{aligned}$$



Vậy: $MQ \times MA = 30$

Hay $MQ \times 3 = 30$

Suy ra $MQ = 30 : 3 = 10$ (ngày)

Vậy số bộ quần áo mà mỗi tổ thợ may được giao là: $18 \times 10 = 180$ (bộ)

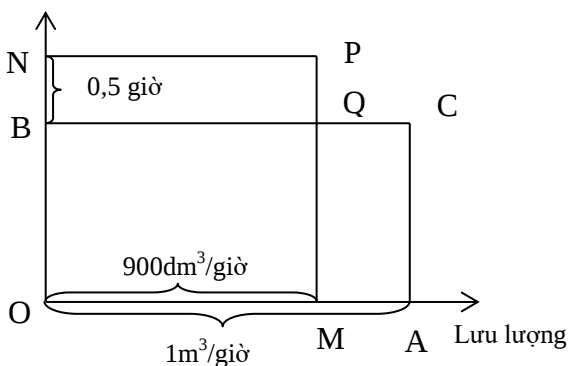
Đáp số: 180 bộ.

** Bài toán về vòi nước chảy vào bể (hay bài toán thể tích bể nước)*

Ví dụ 4: Một trường học vừa xây 2 bể chứa nước có thể tích như nhau, ở mỗi bể đều lắp một vòi nước để bơm nước vào bể. Biết rằng vòi nước ở bể thứ nhất có dung lượng nước chảy $1\text{m}^3/\text{giờ}$.

Vòi nước ở bể thứ hai có dung lượng nước chảy $900\text{dm}^3/\text{giờ}$. Nhà trường đã tiến hành

Thời gian



cùng một lúc bơm nước vào 2 bể và thấy rằng: khi bể thứ nhất đầy nước thì bể thứ hai phải sau 30 phút mới đầy nước. Hỏi mỗi bể chứa được bao nhiêu lít nước?

Phân tích và lời giải: Biểu thị thời gian để bơm nước vào bể trên một cạnh của hình chữ nhật và lưu lượng nước chảy của vòi

nước trên cạnh kia của hình chữ nhật thì thể tích bể nước sẽ được biểu thị bằng diện tích của hình chữ nhật.

Đổi: 30 phút = 0,5 giờ, $1\text{m}^3/\text{giờ} = 1\,000\text{dm}^3/\text{giờ}$

Biểu thị thời gian vòi nước ở bể thứ nhất chảy với lưu lượng $1\,000\text{dm}^3/\text{giờ}$ là đoạn OB thì thời gian vòi nước ở bể thứ hai chảy với dung lượng $900\text{dm}^3/\text{giờ}$ là đoạn ON, ON dài hơn OB một đoạn BN tương ứng với 0,5 giờ.

Đoạn MA biểu thị hiệu dung lượng nước chảy của 2 vòi nước là:

$$1\,000 - 900 = 100 \text{ (dm}^3/\text{giờ)}$$

Vì cùng biểu thị thể tích như nhau nên diện tích hai hình OABC và OMPN bằng nhau.

Cùng bớt diện tích hình OMQB ta có:

$$S_{AMQC} = S_{BNPQ} = MQ \times BN = 900 \times 0,5 = 450$$

$$\text{Do đó: } MQ \times MA = 450. \text{ Hay } MQ \times 100 = 450$$

$$\text{Suy ra: } MQ = 450 : 100 = 4,5 \text{ (giờ)}$$

$$\text{Vậy thể tích mỗi bể nước là: } 4,5 \times 1\,000 = 4\,500 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

$$\text{Đổi đơn vị } 4\,500 \text{ dm}^3 = 4\,500 \text{ lít}$$

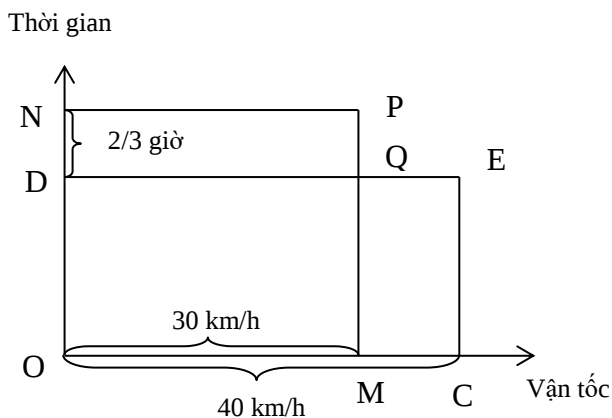
Đáp số: 4 500 lít.

VD 5: Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 30km/h, sau đó đi từ B quay về A với vận tốc 40km/h. Thời gian đi từ B về A ít hơn thời gian đi từ A đến B là 40 phút. Tính độ dài quãng đường AB.

Phân tích: Vì quãng đường AB ($S = v \times t$) không đổi, nên ta có thể xem vận tốc (v) là chiều dài của một hình chữ nhật và thời gian (t) là chiều rộng của hình chữ nhật đó. Vẽ sơ đồ:

Giải: Ta có
40 phút =
 $\frac{2}{3}$ giờ.

Biểu thị vận tốc của ô tô trên một cạnh của hình chữ nhật và thời gian ô tô chạy trên cạnh kia



của hình chữ nhật ấy thì quãng đường xe chạy sẽ được biểu thị bằng diện tích hình chữ nhật. (Vì $S = v \times t$)

Biểu thị thời gian đi từ A đến B với vận tốc 30km/h là đoạn ON thì thời gian đi từ B về A với vận tốc 45km/h là đoạn OD, ON dài hơn OD một đoạn DN tương ứng với $\frac{2}{3}$ giờ.

Ngoài ra đoạn MC biểu thị hiệu hai vận tốc và ứng với:

$$45 - 30 = 15 \text{ (km/h)}$$

Vì cùng biểu thị quãng đường từ A đến B nên diện tích 2 hình chữ nhật OCED và OMPN bằng nhau.

Cùng bớt đi diện tích phần chung là S_{OMQD} ta có:

$$S_{CMQE} = S_{DNPQ} = DQ \times DN = 30 \times \frac{2}{3} = 20.$$

Do đó ta có: $MQ \times MC = 20$. Hay $MQ \times 10 = 20$.

Suy ra: $MQ = 20 : 10 = 2$ (giờ).

Vận quãng đường AB dài là: $40 \times 2 = 80$ (km)

Chú ý bài toán cũng có thể giải theo cách sau.

Nếu ô tô đi từ B về A với vận tốc 30km/h thì sau khoảng thời gian dự định đi từ B về A, ô tô còn cách A một quãng đường là:

$$30 \times \frac{2}{3} = 20 \text{ (km)}$$

Sở dĩ có khoảng cách này là vì vận tốc xe giảm đi:

$$40 - 30 = 10 \text{ (km/h)}$$

Thời gian ô tô dự định đi từ B về A là:

$$20 : 10 = 2 \text{ (giờ)}$$

Quãng đường AB dài là:

$$40 \times 2 = 80 \text{ (km)}$$

Đáp số: 80km

VD 6. Bạn Toàn đưa tiền dự định mua một số quyển vở loại 2 500 đồng/quyển. Nhưng đến cửa hàng chỉ còn vở loại 3000 đồng/quyển. Toàn cứ băn khoăn có nên mua loại vở này không? Vì nếu mua thì số vở dự định bị hụt mất hai quyển. Tính số tiền bạn Toàn mang đi?

Phân tích: Vì số tiền bạn Toàn mang đi không đổi, nên ta có thể xem giá tiền của mỗi loại vở là chiều dài của một hình chữ nhật và số quyển vở là chiều rộng của hình chữ nhật đó. Về sơ đồ:

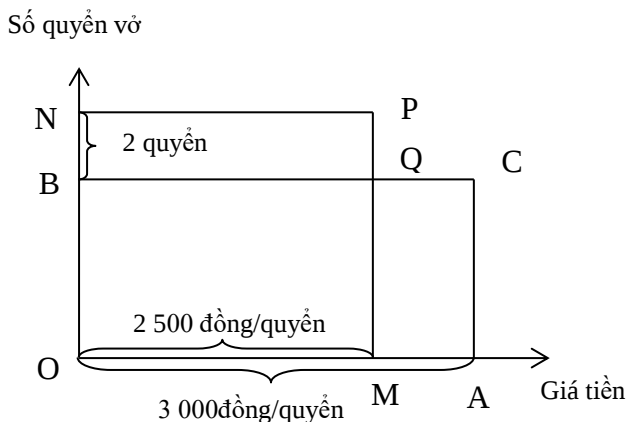
Giải: Biểu thị đoạn OB là số quyển vở loại 3000 đồng/quyển, đoạn ON là số quyển vở loại 2500đ/quyển.

Vì số tiền bạn Toàn mang đi là không đổi nên diện tích hai

hình chữ nhật OACB và OMNP bằng nhau.

Cùng
bớt đi diện
tích phần
chung là
 S_{OBQM} ta có:

$$\begin{aligned} S_{AMQC} &= \\ S_{BNPQ} &= BQ \times \\ BN &= 2500 \times \\ 2 &= 5000 \\ (\text{đồng}) \end{aligned}$$



$$\text{Vậy: } MQ \times MA = 5000$$

$$\text{Hay } MQ \times (3000 - 2500) = 5000. \text{ Suy ra } MQ = 5000 : 500 = 10 \text{ (quyển)}$$

$$\text{Vậy số tiền bạn Toàn mang đi là } 3000 \times 10 = 30000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 30000 đồng.

Chú ý VD này cũng có thể giải theo cách sau:

Nếu bạn Toàn mua số vở loại 2500 đồng/quyển bằng số vở định mua loại 3 000 đồng/quyển thì số tiền còn thừa là:

$$2 \times 2500 = 5000 \text{ (đồng)}$$

Sở dĩ có số tiền thừa này là vì giá vở đã giảm:

$$3000 - 2500 = 500 \text{ (đồng/quyển)}$$

Vậy số vở bạn Toàn định mua loại 3000 đồng/quyển là:

$$5000 : 500 = 10 \text{ (quyển vở)}$$

Số tiền bạn Toán mang đi là: $3000 \times 10 = 30000$ (đồng)

Đáp số: 30000 đồng

Bài tập áp dụng

1. Học sinh ba lớp 7 phải trồng và chăm sóc 24 cây xanh, lớp 7A có 32 em, lớp 7B có 28 em, lớp 7C có 36 em. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh, biết số cây xanh tỉ lệ với số Học sinh.

2. Biết ba cạnh của tam giác tỉ lệ với $2 : 3 : 4$ và chu vi của nó là 45cm. Tính các cạnh của tam giác đó.

3. Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội ba hoàn thành công việc trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (có cùng năng suất). Biết rằng đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai 2 máy?

4. Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ $3 : 5 : 7$. Hỏi mỗi đơn vị sau một năm được chia bao nhiêu tiền lãi? Biết tổng số tiền lãi sau một năm là 225 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số vốn đã góp.

5. Một ô tô đi từ Vinh đến Hà Nội dự định đi với vận tốc 30km/h. Nhưng do trời mưa nên chỉ đi được 25km/h, nên đến Hà Nội muộn mất 2 giờ so với thời gian dự định. Tính quãng đường Vinh – Hà Nội?

6. Bố bạn An năm nay 30 tuổi. Nếu lấy số tuổi bố bạn An cách đây 5 năm và số tuổi của An bây giờ cộng với 2 rồi nhân hai số đó với nhau thì cũng bằng số tuổi bố bạn An bây giờ nhân với số tuổi bạn An bây giờ. Tính tuổi bạn An bây giờ?

2.2. Thực hành giải các bài toán đặc thù

2.2.1. Dạng cắt ghép hình

a. Khái niệm

Bài toán cắt ghép hình thường có dạng: Bằng một số nét kẻ hãy chia một hình cho trước ra thành những phần có diện tích tỉ lệ với các số cho trước; Bằng một số nhất cắt hãy chia một hình cho trước thành hững mảnh nhỏ để ghép lại ta được một hình có hình dạng cho trước.

b. Phương pháp giải

Việc giải bài toán cắt ghép hình đòi hỏi phải quan sát, phân tích tổng hợp các yếu tố: đỉnh, góc, cạnh của hình ban đầu để tìm ra mối quan hệ giữa các mảnh hình sẽ cắt ra hoặc phải ghép lại theo yêu cầu bài toán. Nghĩa là phải tưởng tượng về các phép cắt thử, ghép thử so sánh giữa hình ban đầu và hình phải ghép được. Vì vậy giải bài toán cắt, ghép hình là khá khó và phức tạp, dẫn đến sức hấp dẫn và sự lôi kéo của các bài tập dạng này lớn.

Việc vẽ hình trên giấy kẻ ô vuông sẽ giúp chúng ta dễ hình dung phân giữ nguyên, phân phải cắt, ghép và phải cắt ghép các phần như thế nào.

Các bước giải bài toán cắt ghép hình:

Bước 1: Vẽ hình đã cho trên giấy kẻ ô vuông sao cho có thể đếm được số ô vuông của hình vẽ. Quan sát đặc điểm các yếu tố hình đã cho: đỉnh, cạnh, góc; vị trí; hình dạng và độ lớn. Tưởng tượng ra hình cần ghép được (có thể vẽ thử trên giấy kẻ ô vuông).

Bước 2: Phân tích, đối chiếu, so sánh các yếu tố hình đã cho và cần tìm xác định các yếu tố nào đã được thỏa mãn; xác định

được bộ phận nào cần cắt ghép. Thực hiện cắt ghép thử.

Bước 3: Cắt ghép theo sự phân tích Bước 2.

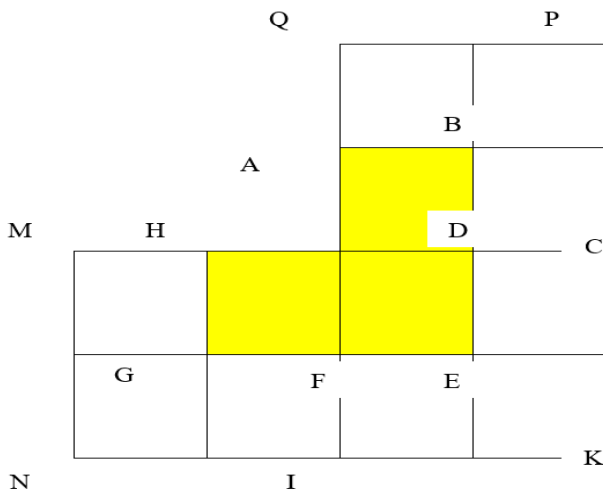
Bước 4: Kiểm tra các yêu cầu của bài toán, tìm các cách ghép khác và chọn cách tốt nhất.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Có một tờ bìa hình vuông đã cắt đi $\frac{1}{4}$ hình vuông đó ở một góc. Hãy chia hình đó thành 4 phần bằng nhau.

Giải: Bước 1: Vẽ hình đã cho trên giấy kẻ ô vuông. Hình đã cho tạo thành từ 3 ô vuông lớn, mỗi ô lại có 4 ô vuông nhỏ. Tất cả có 12 ô vuông nhỏ.

Bước 2: Hình cắt ra thành 4 mảnh bằng nhau, như vậy mỗi mảnh có 3 ô vuông nhỏ.



Nếu mỗi ô vuông lớn cũng bỏ đi một ô vuông nhỏ thì mỗi ô vuông lớn còn lại 3 ô vuông là mảnh cần cắt ra. Các ô vuông nhỏ được cắt từ ô vuông lớn khi ghép lại phải là mảnh còn lại. Vì vậy mảnh còn lại có dạng

ô vuông lớn cắt đi ô vuông nhỏ, nên

mảnh còn lại là phần liên thông gồm ba ô vuông ở ba ô vuông lớn.

Bước 3: Cắt theo đường ABDEFGH ta được một mảnh. Cắt mảnh còn lại theo hai đường: FI và CD ta được ba mảnh còn lại.

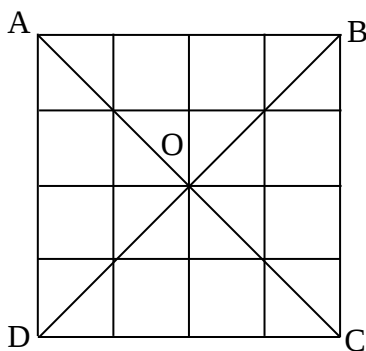
Bước 4: Bốn mảnh được cắt là:

MHGFIN; HGEBA; FIKCD; CDBAQP đều là một ô vuông lớn bỏ đi một ô vuông nhỏ còn ba ô vuông có hình dạng như nhau và bằng nhau về độ lớn.

VD 2: Chia hình vuông thành 4 hình tam giác có diện tích bằng nhau.

Giải: Bước 1: Vẽ hình vuông trên giấy kẻ ô vuông. Hình vuông được chia thành 16 ô vuông nhỏ.

Bước 2: Mảnh được cắt ra là các tam giác có diện tích bằng nhau, mỗi tam giác có diện tích 4 ô vuông. Khi đó cạnh đáy và chiều cao tương ứng của mỗi tam giác có độ dài bằng độ dài 4 cạnh và 2 ô vuông.



Bước 3: Cắt hình vuông theo hai đường chéo AC và BD

tạo ra bốn tam giác OAD; ODC; OCB và OBA bằng nhau và cùng diện tích bằng 4 ô vuông nhỏ.

Bước 4: Các tam giác OAD; ODC; OCB; OBA bằng nhau: Gấp hình vuông theo hai đường chéo được 4 tam giác trùng khít lên nhau, nên nó bằng nhau về diện tích.

Nhận xét: Mỗi mảnh được cắt ra là một tam giác có diện tích 4 ô vuông, nên tam giác đó có cạnh và độ dài đường cao tương ứng là độ dài cạnh 4 và 2 ô vuông. Nếu lấy AB làm một cạnh của một tam giác được cắt ra thì đỉnh còn lại của tam giác thuộc đường thẳng MN, các vị trí của đỉnh có thể là M, F, O. Vì vậy ta còn có các cách giải sau:

Cách 2: Cắt theo các đường BM; CM; MN.

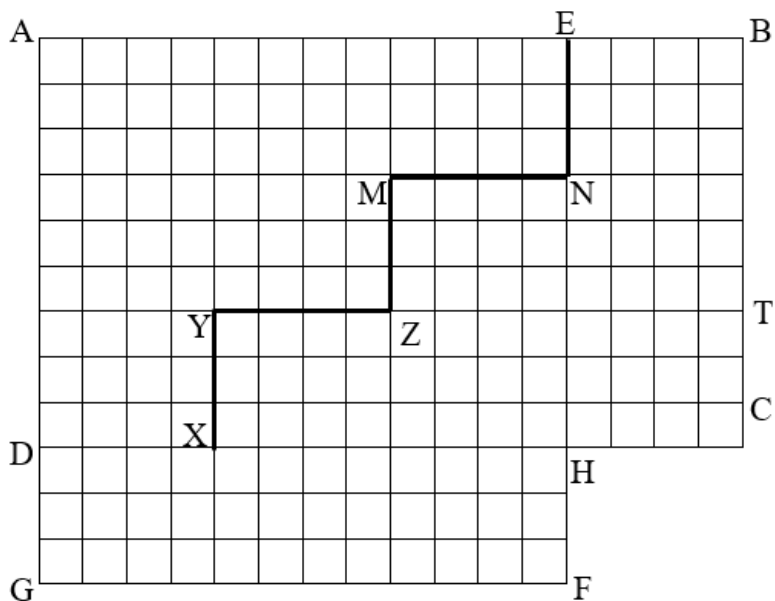
Cách 3: Cắt theo đường AE; BE; AF.

VD 3: Cho hình chữ nhật ABCD có độ dài cạnh là 9cm và 16cm. Hãy cắt hình chữ nhật này thành 2 mảnh để ghép lại được 1 hình vuông.

Giải: Bước 1: Vẽ hình chữ nhật ABCD trên giấy kẻ ô vuông. Số ô vuông là: $9 \times 16 = 144$ (ô vuông). Hình ghép được từ hai mảnh cắt ra là hình vuông cùng diện tích là 144 ô nên mỗi cạnh hình vuông độ dài là cạnh 12 ô vuông.

Bước 2: Hình vuông ghép lại từ hai mảnh có dạng như hình AEFG. Khi đó AD kéo dài DG có độ dài 3 ô vuông và AB bị rút ngắn bớt đi BE có độ dài cạnh 4 ô vuông. Hình chữ nhật DHFG có độ dài cạnh tương ứng 12 ô; và 3 ô là hình được ghép với hình chữ nhật AEHD để có hình vuông AEFG. Nếu cắt theo đường XY thì hình chữ nhật tương ứng để ghép được hình chữ nhật DHFG là hình chữ nhật YTCX. Khi đó B chuyển tới vị trí N; E chuyển tới

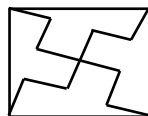
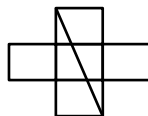
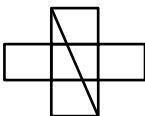
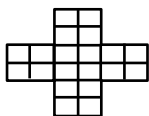
vị trí M và M chuyển tới vị trí Y.



Bước 3: Cắt hình chữ nhật theo đường XYZMNE; $DX = 4$; $YZ = 4$; $MN = 4$ ta được hai mảnh là ADXYZMNE và CXYZMNEB.

Bước 4: Ghép mảnh CXYZMNEB trùng với FGDXYZMN ta được hình vuông AGFE.

VD 4: Vẽ hai hình như hình bên trên giấy kẻ ô vuông rồi cắt mỗi hình đó thành hai mảnh bằng nhau để khi ghép cả 4 mảnh lại thì được một hình vuông.



Giải: Ta cắt hai hình trên theo đường không liền nét và ghép theo hình bên cạnh ta được một hình vuông mới.

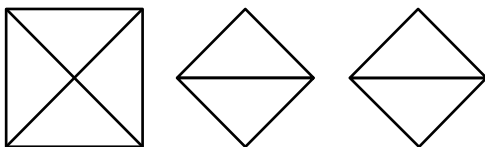
VD 5: Cho 5 hình vuông bằng nhau. Hãy cắt và ghép chúng thành một hình vuông.

Giải: Khi dạy giải bài toán này cho học sinh, chúng ta cần làm cho học sinh thấy rõ bài toán 3 là kết quả của hai bài toán (1) và (2).

Từ bài toán (2) ta thấy việc ghép được hình vuông lớn nhờ 10 hình vuông nhỏ.

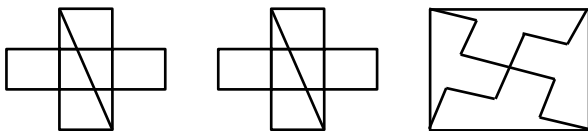
Giả thiết cho 5 hình vuông để có 10 hình vuông ta dùng kết quả bài toán (1)

Bước 1: Từ 5 hình vuông, ta ghép thành 10 hình vuông nhỏ (kết quả bài toán 1).



Bước 2: Ghép 10 hình vuông nhỏ thành hai hình chữ thập

Bước 3: Cắt ghép hai hình chữ thập như bài toán (2)

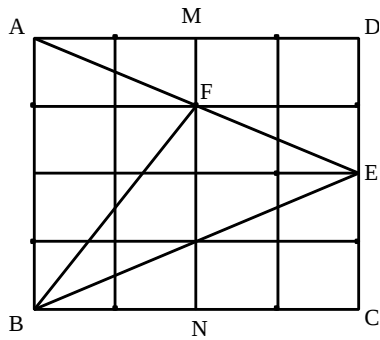
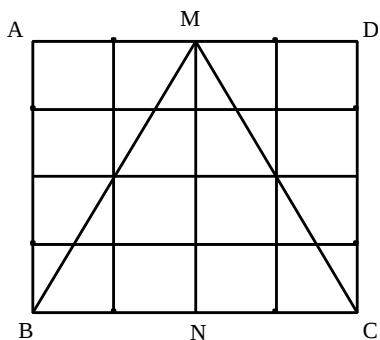


Bài tập áp dụng

1. Hãy cắt một mảnh bìa hình chữ nhật thành hai mảnh để ghép lại ta được một hình thang có:

a) Đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ;
lần đáy nhỏ.

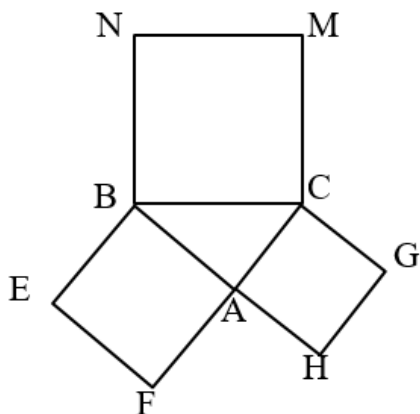
b) Đáy lớn gấp 5



2. Hãy cắt một mảnh bìa hình thang thành các mảnh nhỏ để ghép lại ta được:

- a) Một tam giác
- b) Một hình thang
- c) Một hình chữ nhật

3. Cho hai mảnh bìa hình vuông. Hãy cắt hai mảnh bìa đó thành các mảnh nhỏ để ghép lại ta được một hình vuông.



4. Cắt một hình như hình dưới thành 5 mảnh để ghép lại được một hình vuông

5. Cắt một hình chữ thập thành 5 mảnh ghép lại được một hình vuông.

6. Hãy cắt 2 hình vuông bất kì thành các mảnh để ghép lại được một hình vuông.

7. Có thể cắt các hình vuông ABEF; ACGH để ghép lại thành hình vuông BCMN không?

8. Cho một mảnh bìa hình chữ nhật có chiều dài 9cm và chiều rộng 4cm. Bằng một nhát cắt (không nhắc kéo) hãy chia mảnh bìa thành 2 mảnh để ghép lại được một hình vuông có cùng diện tích.

2.2.2. Nhận dạng, phân tích tổng hợp hình, đếm hình, ghi hình bằng chữ

a. Khái niệm

- Ở lớp 1, học sinh nhận dạng hình bằng trực giác thông qua so sánh, đối chiếu với vật mẫu, không phân biệt các đặc điểm và yếu tố của hình. Vì vậy, khi gặp dạng toán nhận dạng hình và xác định số lượng hình, học sinh chỉ việc liên tưởng đến các đồ vật có hình dạng tương tự để xác định hình, giúp học sinh không nhầm lẫn giữa hình tam giác với hình vuông.

- Ở lớp 2, học sinh nhận dạng hình dựa trên đặc điểm về yếu tố cạnh (hình vuông có 4 cạnh bằng nhau; hình chữ nhật có 2 cạnh dài bằng nhau, 2 cạnh ngắn bằng nhau). Ở lớp 2 học sinh chưa được học về góc vuông nên hình vuông và hình chữ nhật mới chỉ

được mô tả đặc điểm về cạnh (số cạnh và độ lớn của cạnh trong sự so sánh).

- Ở lớp 3, học sinh nhận biết hình ở mức độ đã được nâng lên, đi sâu khai thác những yếu tố chi tiết, cụ thể về góc và cạnh làm nổi bật đặc trưng của hình đó thông qua việc quan sát và đo đạc bằng các dụng cụ học toán như: êke, com-pa, thước đo có vạch xen-ti-mét (VD: Nhận biết góc vuông, góc không vuông bằng êke; nhận biết hình tròn bằng com-pa) và kiểm tra (VD: Hình chữ nhật có 4 góc vuông, 2 cạnh dài bằng nhau, 2 cạnh ngắn bằng nhau; hình vuông có 4 góc vuông, 4 cạnh dài bằng nhau; hình tam giác có 3 đỉnh, 3 cạnh và 3 góc; hình tròn có tâm, đường kính, bán kính, độ dài đường kính bằng nửa độ dài bán kính, ...).

- Nhận dạng hình có các mức độ khác nhau gồm: Nhận dạng hình thông qua quan sát, so sánh, đối chiếu với vật mẫu (ở lớp 1) và nhận dạng hình theo đặc điểm và yếu tố của hình (lớp 2, lớp 3).

b. Phương pháp giải toán

- Đối với nhận dạng hình thông qua quan sát, so sánh, đối chiếu với vật mẫu (ở lớp 1). Hoạt động này được diễn ra như sau:

+ Giới thiệu vật mẫu. (Chẳng hạn đưa ra tấm bìa hình vuông và giới thiệu đây là hình vuông).

+ Giới thiệu “mẫu hình học” (Vẽ hình vuông lên bảng để giới thiệu hình vuông).

+ Học sinh tìm những vật có dạng hình đang học (Đồ vật có dạng hình vuông là: viên gạch bông, súc sắc,...).

- Đối với nhận dạng hình theo đặc điểm hình: Vì học sinh không cần đối chiếu với vật mẫu mà căn cứ vào đặc điểm của hình

để nhận dạng hình đó. Nên hoạt động này được tiến hành với các mức độ khác nhau:

+ Nhận dạng hình đơn lẻ: học sinh cần căn cứ vào đặc điểm về cạnh và góc của hình. Chẳng hạn tổ chức cho học sinh tự phát hiện “*hình tam giác có 3 cạnh, hình tứ giác có 4 cạnh*” bằng cách đếm số cạnh của hình tam giác và hình tứ giác; “*hình vuông có 4 cạnh bằng nhau, hình chữ nhật có hai cạnh dài bằng nhau và 2 cạnh ngắn bằng nhau (lớp 2)*” bằng cách đo chiều dài các cạnh hình vuông và hình chữ nhật; “*hình vuông có 4 cạnh dài bằng nhau và có 4 góc vuông, hình chữ nhật có 2 cạnh dài bằng nhau 2 cạnh ngắn bằng nhau và có 4 góc vuông (lớp 3)*” bằng cách đo chiều dài các cạnh và đo các góc của hình. Từ đó các em có thể chỉ ra hình nào là hình tam giác, hình tứ giác, hình vuông, hình chữ nhật nhờ vào việc xác định số cạnh, thao tác đo chiều dài các cạnh và kiểm tra góc của hình.

+ Nhận dạng hình trong một hình vẽ có nhiều dạng hình khác nhau: Trong chương trình toán 1, 2 và 3 việc dạy học sinh nhận dạng hình và đếm số lượng hình được tiến hành theo những thao tác sau:

Bước 1: Đánh số từng hình riêng lẻ rồi lần lượt ghép các hình riêng lẻ đó lại theo một trình tự hợp lí.

Bước 2: Dùng bút chì màu tô nhẹ lên các hình hoặc tô màu theo chu vi của hình, mỗi hình như vậy sử dụng một màu chỉ để tránh trùng lặp với hình khác rồi lần lượt ghép các hình khác màu lại theo một trình tự phù hợp.

Bước 3: Dùng các mô hình có thể cắt rời rồi dần dần lắp ghép lại.

Bước 4: Kết hợp các yếu tố về đặc điểm góc, cạnh, đỉnh của hình để đếm số hình.

Chú ý: - Nội dung dạy học dạng toán nhận dạng hình, xác định số lượng hình (hay phân tích, tổng hợp hình) là yêu cầu cần đặc biệt chú ý, nó đòi hỏi học sinh khi làm bài tập phải tư duy, tổng hợp, tưởng tượng không gian.

- Giáo viên cần rèn luyện cho học sinh tập trung chú ý, quan sát kỹ để nhận dạng đúng các hình đã học.

- Khi nhận dạng hình học sinh thường lẫn lộn giữa hình này với hình kia, giữa hình đếm rồi với hình chưa đếm dẫn đến số lượng hình khi đếm không chính xác.

- Học sinh còn nhầm lẫn biểu tượng hình (*Chẳng hạn:* nhầm lẫn giữa hình vuông và hình chữ nhật).

- Do chưa nắm chắc về đặc điểm của hình (chẳng hạn ở lớp 3: hình vuông có 4 cạnh bằng nhau, có 4 góc vuông; hình chữ nhật có 2 cạnh dài bằng nhau, 2 cạnh ngắn bằng nhau, có 4 góc vuông) và kỹ năng sử dụng thước để đo độ dài của cạnh, kỹ năng sử dụng êke để đo góc vuông chưa thuần thục, còn vụng về, lúng túng (khó khăn khi di chuyển dụng cụ, vụng về chuyển dụng cụ từ tay nọ sang tay kia).

- Khả năng phân tích, tổng hợp hình, tư duy hình của nhiều học sinh chưa đạt yêu cầu.

- Giáo viên cần đặt ra yêu cầu cụ thể, có các hoạt động định hướng cho học sinh quan sát và chọn lọc hình phù hợp.

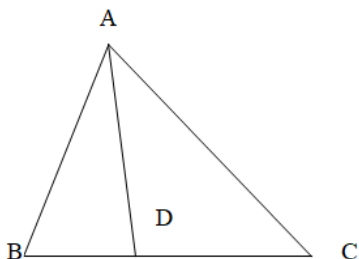
Hình thức, phương pháp mà giáo viên sử dụng khi dạy chưa tạo được khả năng phân tích, tổng hợp hình, chưa phát huy được tư duy, óc tưởng tượng cho học sinh.

- Giáo viên còn làm thay cho học sinh, thiếu sự gợi mở dẫn

dắt để giúp học sinh tư duy dần.

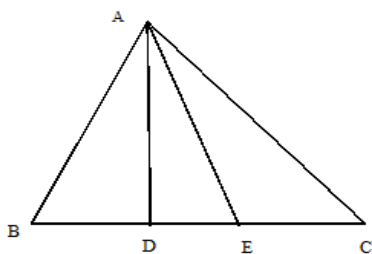
c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC ta lấy 6 điểm. Nối đỉnh A với mỗi điểm vừa chọn. Hỏi đếm được bao nhiêu hình tam giác.



Hình 1

Giải: - Khi lấy một điểm thì tạo thành 2 tam giác đơn ABD và ADC và có 3 tam giác đếm được là ABC, ABD và ADC (Hình 1). Ta có: $1 + 2 = 3$ (tam giác).



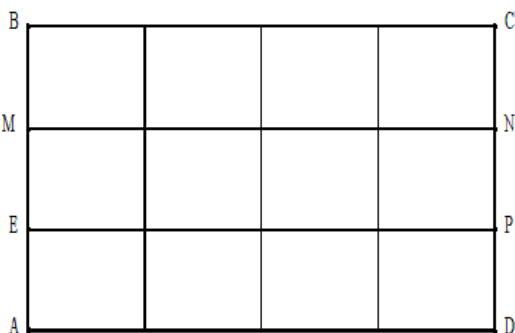
Hình 2

- Khi lấy 2 điểm thì tạo thành 3 tam giác đơn và có 6 tam giác đếm được là ABC, ABD, ADE, ABE, ADC và AEC (Hình 2). Ta có: $1 + 2 + 3 = 6$ (tam giác).

Vậy khi lấy 6 điểm ta sẽ có 7 tam giác đơn được tạo thành (Hình 3) và số tam giác đếm được là $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ (tam giác).

VD 2: Cho hình chữ nhật ABCD. Chia mỗi cạnh AD và BC thành 4 phần bằng nhau, AB và CD thành 3 phần bằng nhau, rồi nối các điểm chia như hình vẽ. Hỏi đếm được bao nhiêu hình chữ nhật trên hình vẽ?

Giải: Trước hết xét các hình chữ nhật tạo bởi hai đoạn AD, EP và các đoạn nối các điểm trên hai cạnh AD và BC. Bằng cách tương tự như trong VD 1 ta đếm được 10 hình.



Tương tự ta tính được số hình chữ nhật tạo thành do hai đoạn EP và MN, do MN và BC đều bằng 10.

Tiếp theo ta tính số hình chữ nhật tạo thành do hai đoạn AD và MN, EP và BC với các đoạn nối các điểm trên hai cạnh AD và BC đều bằng 10.

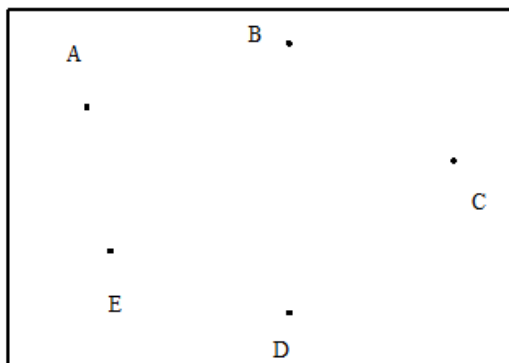
Vậy số hình chữ nhật đếm được là: $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60$ (hình)

Đáp số: 60 hình.

VD 3: Cần ít nhất bao nhiêu điểm để khi nối lại ta được 5 hình tứ giác?

Giải: - Nếu ta chỉ có 4 điểm (trong đó không có 3 điểm nào cùng nằm trên một đoạn thẳng) thì nối lại chỉ được 1 hình tứ giác.

- Nếu ta chọn 5 điểm, chẳng hạn A, B,



C, D, E (trong đó không có 3 điểm nào nằm trên cùng một đoạn thẳng) thì A là một đỉnh, chọn thêm 3 trong số 4 điểm còn lại B, C, D, E và nối lại ta sẽ được một tứ giác trong đó có một đỉnh là A. Có 4 cách chọn 3 điểm trong số 4 điểm B, C, D, E để ghép với A. Vậy có 4 tứ giác đỉnh A.

- Có một tứ giác không nhận A làm đỉnh, đó là BCDE. Từ kết quả trên đây ta suy ra khi có 5 điểm ta được 5 tứ giác.

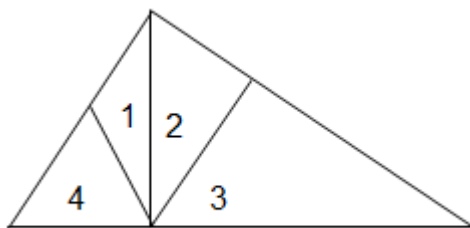
Đáp số: Cần ít nhất 5 điểm khác nhau

VD 4: Trong hình bên có mấy hình tam giác?

Gợi ý: - Đánh số vào hình, chẳng hạn:

1, 2, 3, 4.

- Hình tam giác nào chỉ gồm một hình có đánh số? (Có 4 hình là hình 1, hình 2, hình 3 và hình 4).



Tam giác nào tạo bởi hai tam giác?
(Có 2 tam giác: $2 + 3$, $1 + 4$).

- Tam giác nào tạo bởi 3 tam giác? (Không có).

- Tam giác nào tạo bởi 4 tam giác? (Có một tam giác: $1 + 2 + 3 + 4$).

Vậy tất cả có 7 hình tam giác ($4 + 2 + 0 + 1 = 7$).

VD5: Trong hình bên có mấy hình tứ giác?

Gợi ý: - Ghi tên và đánh số vào hình, chẳng hạn.

- Hãy xem có hình tứ giác nào chỉ gồm một hình có đánh số (không có)

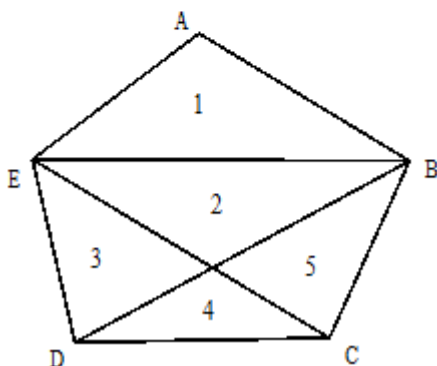
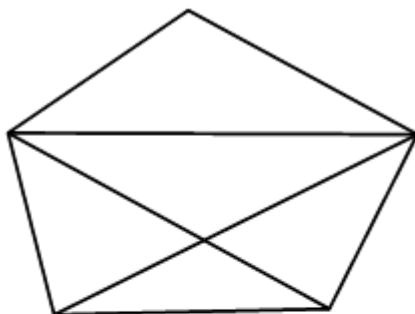
- Hình tứ giác nào gồm 2 hình đánh số?

(Có một hình: 1 + 2, (hình tứ giác ABIE)).

- Hình tứ giác nào gồm 3 hình đánh số?

(Có hai hình: 1 + 2 + 5, (hình tứ giác ABCE); 1 + 2 + 3, (hình tứ giác ABDE)).

- Hình tứ giác nào gồm 4 hình đánh số? (Có một hình: 2 + 3 + 4 + 5).



Bài tập áp dụng

1. Cần ít nhất bao nhiêu điểm để nối lại ta được:

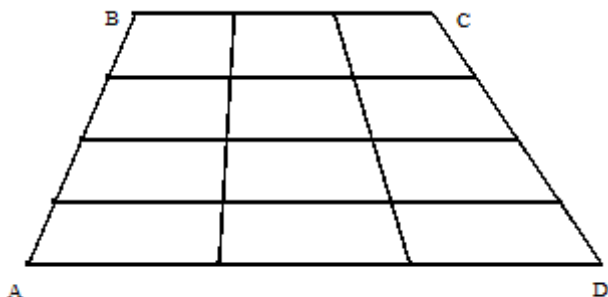
a) 4 hình tam giác?

b) 5 hình tam giác

2. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên cạnh AB lấy 5 điểm và trên cạnh CD lấy 6 điểm. Nối đỉnh C và đỉnh D với mỗi điểm

thuộc cạnh AB. Nối đỉnh A và đỉnh B với mỗi điểm thuộc cạnh CD. Hỏi có bao nhiêu tam giác có các đỉnh nằm trên các cạnh của hình chữ nhật được tạo thành?

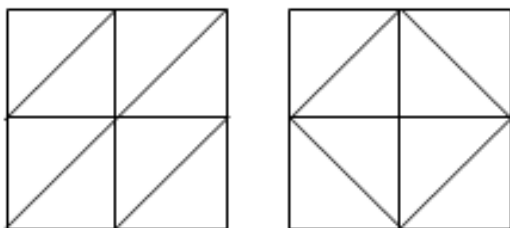
3. Cho hình thang ABCD. Chia cạnh đáy AB và CD thành 3 phần bằng nhau và các cạnh bên AB, CD thành 4 phần bằng nhau như hình vẽ. Ta đếm được bao nhiêu hình thang trên hình vẽ (Hình 8)?



Hình 8

4. Cho tam giác ABC. Trên mỗi cạnh của tam giác ta lấy một điểm rồi nối 3 điểm đó với nhau. Trên các cạnh của mỗi tam giác vừa tạo thành ta lại lấy một điểm rồi nối 3 điểm đó với nhau. Tiếp tục như thế 3 lần thì dừng lại. Hỏi khi đó ta đếm được tất cả bao nhiêu tam giác?

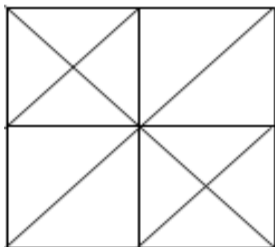
5. Hình bên (Hình 9) có bao nhiêu hình vuông, bao nhiêu hình tam giác?



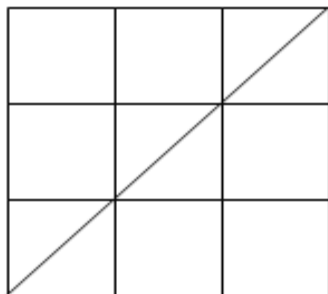
Hình 9

6.

Hình bên
(Hình 10,
11) có bao
nhiêu hình
vuông,
bao nhiêu
hình tam
giác?

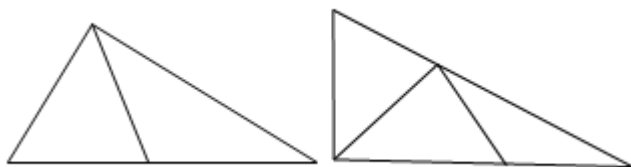


Hình 10



Hình 11

7. Các hình dưới đây có bao nhiêu hình tam giác?



8. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 3 điểm nào nằm trên cùng một đoạn thẳng. Hỏi khi nối các điểm trên ta được bao nhiêu đoạn thẳng? Cũng hỏi như thế khi có 6 điểm, 10 điểm.

9. Để có 10 đoạn thẳng ta cần ít nhất bao nhiêu điểm?

10. Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC ta lấy

a) 5 điểm; b) 10 điểm; c) 100 điểm.

Hỏi có bao nhiêu tam giác được hình thành?

2.2.3. Bài toán cân bi

a. Khái niệm

- Bài toán cân bi là yêu cầu dùng cân để tìm một viên bi, quả bóng, chiếc nhẫn, ... không đủ trọng lượng nằm trong tổng thể n sản phẩm.

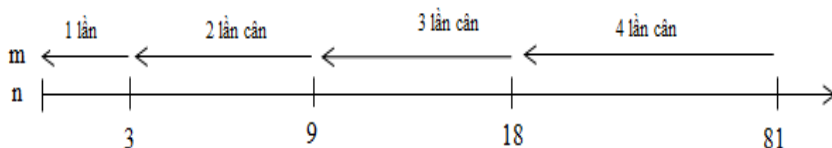
- Bài toán cân bi không phải là toán mẹo, trong quá trình giải chúng ta phải dùng thuật toán và suy luận logic để phát hiện với số lần cân tối thiểu nhất.

- Nội dung các bài toán này không nằm trong kiến thức xác suất, mà chỉ liên quan đến các phép cộng, trừ, nhân và chia đơn giản.

b. Phương pháp giải

- Các bài toán dạng này thường cân mỗi đĩa với số sản phẩm bằng tổng số sản phẩm chia ba (sau khi đã quy tròn). Lần cân cuối cùng chỉ còn 2 sản phẩm thì chia đôi. (Do đó thuật toán còn được gọi là “Thuật toán chia ba”).

- Dựa theo thuật toán này người ta có thể thay đổi dữ kiện n (tổng số sản phẩm) và m (số lần cân cho phép) để ra đề. Với $n > m$, trong đó m phụ thuộc n như sau:



- Những bài toán dạng này thường tổng số sản phẩm n không chia hết cho 3. Do đó m cần phải quy tròn. Cụ thể thay vì cho $n = 9, 27, 81, \dots$ thì thường cho $n = 8, 24, 80, \dots$. Do đó chúng ta phải lưu ý điều này để tránh bị đánh lừa là chia đôi số sản phẩm.

- Trong sơ đồ trên, số m là số lần cân ít nhất tương ứng với n sản phẩm. Nếu đề cho ít hơn các mốc trên thì bài toán không giải được.

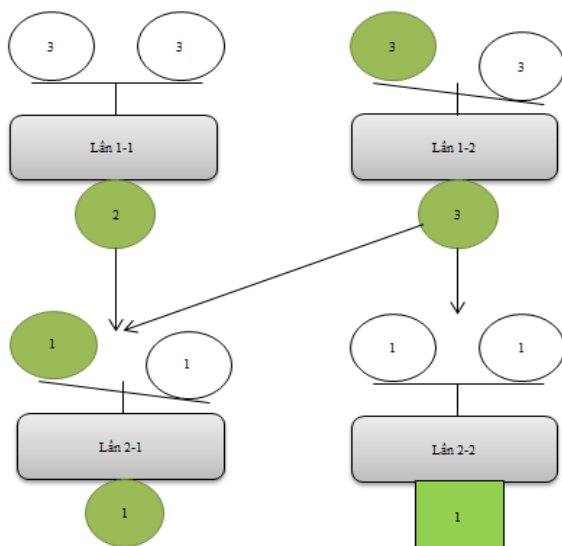
- Dạng toán này cũng chỉ ra điều kiện số lần cân, không chỉ ra điều kiện dùng cân loại gì. Mặc dù thuật toán này chỉ ứng dụng cho loại cân 2 đĩa (cân Roberrrvan), không cần dùng quả cân.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Có 8 quả bóng hoàn toàn giống nhau về hình thể, màu sắc, kích thước. Trong đó có 1 quả nhẹ cân không đảm bảo cho cuộc thi đấu quan trọng. Làm sao chỉ 2 lần cân đã phát hiện, loại bỏ quả bóng đó?

Giải: - Nếu không không chế số lần cân thì cứ chia đôi $8 : 2 = 4$, rồi $4 : 2 = 2$ và $2 : 2 = 1$ lần lượt sẽ ra. Nhưng như vậy phải 3 lần cân.

- Dùng thuật toán chia ba như sau: 8 quả bóng chia làm 3 phần (2 phần đặt lên 2 đĩa cân, mỗi phần 3 quả, phần còn lại 2 quả để ngoài).



Lần 1-1: Cân mỗi đĩa 3 quả, hai đĩa cân thăng bằng, nghĩa là quả thiếu cân nằm trong 2 quả để ngoài.

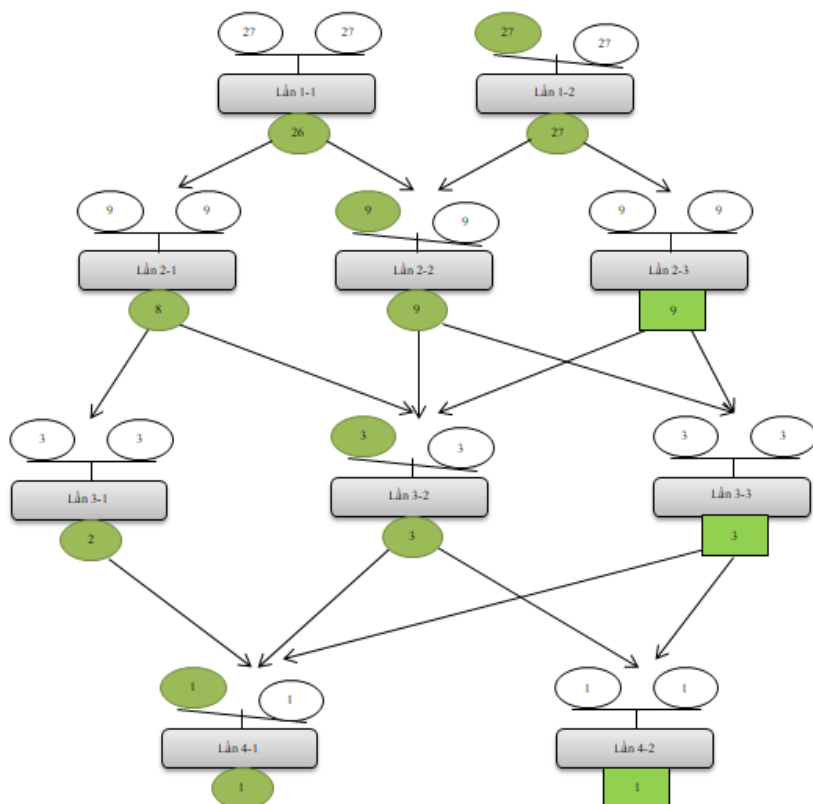
Lần 1-2: Cân mỗi đĩa 3 quả, một đĩa nhẹ cân hơn. Khi đó quả thiếu cân nằm trong nằm trong đĩa nhẹ

Lần 2-1: Cân mỗi đĩa một quả, một đĩa nhẹ hơn. Khi đó tìm ta tìm được quả thiếu cân

Lần 2-2: Cân mỗi đĩa một quả. Hai đĩa thăng bằng thì quả đặt ngoài là quả cân thiếu.

Vậy chỉ cần cân hai lần

VD 2: Có 80 cái nhẫn trong đó 1 cái nhẹ hơn 79 cái kia. Làm sao chỉ cân 4 lần mà lấy được chiếc nhẫn nhẹ hơn khỏi 79 chiếc kia.



Giải: Cân theo sơ đồ sau:

- Lần 1-1: Mỗi đĩa 27 cái ($27 \times 2 = 54$; số nhẫn còn lại: $80 - 54 = 26$) thấy hai đĩa thăng bằng thì cái nhẫn cần tìm nằm trong 26 nhẫn còn lại.

- Lần 1-2: Mỗi đĩa 27 cái ($27 \times 2 = 54$; số nhẫn còn lại: $80 - 54 = 26$) thấy hai đĩa không thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 27 nhẫn nhẹ hơn.

- Lần 2-1: Mỗi đĩa 9 cái, thấy hai đĩa thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 8 nhẫn còn lại.

- Lần 2-2: Mỗi đĩa 9 cái, thấy hai đĩa không thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 9 nhẫn nhẹ hơn.

- Lần 2-3: Mỗi đĩa 9 cái, thấy hai đĩa thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 9 nhẫn còn lại.

- Lần 3-1: Mỗi đĩa 3 cái, thấy hai đĩa thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 2 nhẫn còn lại.

- Lần 3-2: Mỗi đĩa 3 cái, thấy hai đĩa không thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 3 nhẫn nhẹ hơn.

- Lần 3-3: Mỗi đĩa 3 cái, thấy hai đĩa thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong 3 nhẫn còn lại.

- Lần 4-1: Mỗi đĩa 1 cái, thấy hai đĩa không thăng bằng thì nhẫn cần tìm nằm trong đĩa nhẹ hơn.

- Lần 4-2: Mỗi đĩa 1 cái, thấy hai đĩa thăng bằng thì nhẫn cần tìm là cái còn lại.

Vậy tình huống nào cũng chỉ cần cân 4 lần.

VD 3: Giải bài toán cổ:

“Bi tròn đếm đủ mười ba.

Giống nhau kích cỡ, xem ra một màu.

Mười hai viên trước như nhau.

Chỉ còn một chú sinh sau lạc loài.

Xét ra khối lượng là sai.

Ba lần cân đủ nhờ ai lấy giùm”.

Giải: - Ta bỏ 1 viên ra, chia 12 viên còn lại thành 2 phần bằng nhau, mỗi phần gồm 6 viên bi.

- *Lần 1:* Cân mỗi đĩa gồm 6 viên bi.

+ Nếu cân thăng bằng thì viên bỏ ra là viên nhẹ.

+ Nếu cân không thăng bằng ta lấy phần nhẹ hơn, phần này gồm 6 bi có chứa viên bi nhẹ.

- *Lần 2:* Chia 6 viên bi thành hai phần bằng nhau, mỗi phần gồm 3 viên bi, đặt lên cân ta tìm được phần gồm 3 viên chứa viên bi nhẹ.

- *Lần 3:* Chia 3 viên bi ra làm 3 phần, mỗi phần gồm 1 viên bi. Lấy 2 phần bất kỳ đặt lên cân. Nếu cân thăng bằng thì viên còn lại là viên bi nhẹ, nếu cân không thăng bằng thì ta tìm đc viên bi nhẹ trong lần cân thứ 3 này.

VD 4: Có 12 viên bi hình thức giống nhau trong đó có 1 viên khác về trọng lượng. Dùng cân hai đĩa làm thế nào trong 3 lần cân tìm ra viên bi đó?

Giải: - *Lần 1:* Chia 12 viên bi thành 3 phần, mỗi phần gồm 4 viên. Đặt 2 phần lên 2 đĩa cân. Nếu cân thăng bằng thì viên bi nhẹ nằm ở phần chưa cân. Nếu cân bị lệch thì viên bi nhẹ hơn nằm ở đĩa cân nhẹ hơn. Sau lần cân thứ nhất ta chọn được 4 viên trong đó có 1 viên nhẹ hơn.

- *Lần 2:* Chia 4 viên bi vừa tìm được thành 2 phần và đặt lên 2 đĩa cân. Cân bị lệch và viên bi nhẹ nằm bên đĩa cân nhẹ hơn. Sau lần cân này ta chọn được 2 viên trong đó có viên bi nhẹ hơn.

- *Lần 3:* Đặt 2 viên bi vừa tìm được lên 2 đĩa cân, cân bị lệch và viên bi nhẹ nằm bên đĩa cân nhẹ hơn.

Bài tập áp dụng

1. Có 16 viên bi giống nhau về hình thể, màu sắc, kích thước; nhưng 1 viên nhẹ cân hơn. Hãy trình bày cách phát hiện viên bi nhẹ cân với không quá 3 lần cân.

2. Có 9 đồng tiền được làm bằng vàng giống hệt nhau. Trong quá trình chế tạo, do sơ ý nên có một đồng đã bị lẫn thêm một lượng lớn tạp chất nên nó nặng hơn 8 đồng tiền còn lại. Với một cái cân đĩa không có quả cân, bạn có thể tìm ra đồng tiền giả đó chỉ với 2 lần cân, với điều kiện các đồng tiền thật nặng như nhau.

3. Có 243 đồng tiền vàng, trong đó chỉ có một đồng tiền nặng hơn các đồng còn lại. Với nhiều nhất 5 lần cân, bạn có thể tìm ra được đồng tiền giả này không? Hãy trình bày cách giải.

4. Có một người đưa cho bạn 4 thỏi vàng, trong đó có 3 thỏi vàng giả, bạn hãy chọn ra thỏi vàng thật. Biết trong tay bạn có 1 đĩa cân và khối lượng vàng giả khác vàng thật và bạn được phép cân trong 2 lần.

5. Cho 12 quả táo trong đó có 1 quả táo giả. Quả táo giả có khối lượng khác quả táo thật. Bằng cách cân 3 lần tìm ra quả táo giả.

6. Có 13 quả bóng kích thước giống nhau. Trong đó có một quả giả khác về khối lượng so với các quả thật còn lại (chưa biết nhẹ hơn hay nặng hơn mỗi quả trong 12 quả thật). Bằng 3 lần bạn hãy tìm ra quả giả trong các quả bóng trên?

Chương 3:

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG NHIỀU CÁCH

Mục tiêu

- *Kiến thức*: + Sinh viên nắm được phương pháp giải của một bài toán.

+ Sinh viên biết cách tìm hiểu nhiều cách giải của một bài toán.

- *Kĩ năng*: Sinh viên vận dụng thành thạo các phương pháp giải toán ở tiểu học để tìm ra nhiều cách giải cho một bài toán, liên hệ với các bài toán trong thực tế và thiết kế hoạt động dạy học.

- *Thái độ*: Hình thành cho sinh viên tính cẩn thận, yêu thích Toán học, có khả năng tự học, tự bồi dưỡng, ...

3.1. Khái niệm

Trong quá trình dạy học chúng tôi thấy rằng các em thường có thói quen giải xong một bài toán xem như là mình đã hoàn thành công việc được giao và dừng lại ở đó, ít có em học sinh nào biết chủ động, khai thác, tìm tòi, suy nghĩ, vận dụng nó để giải một số bài toán khác cũng như tìm nhiều cách giải khác nhau. Nhiệm vụ của giáo viên là phải xây dựng cho học sinh thói quen là sau khi giải bài toán phải kiểm tra kết quả, thử thay đổi giả thiết cũng như tự duy tìm ra cách giải khác.

Với mỗi bài toán nói chung, bài toán số học nói riêng tìm ra được lời giải là một niềm vui. Sẽ vui sướng và thú vị hơn nếu ta tìm ra được nhiều lời giải cho một bài toán. Để làm được điều đó yêu cầu chúng ta phải có nhiều suy nghĩ và cách tiếp cận khác nhau với mỗi đề toán.

Khi dạy học sinh tiểu học giải bài toán bằng nhiều cách

người giáo viên phải có những hoạt động sao cho các em không cảm thấy khó hiểu và lúng túng. Trong các tiết dạy các thầy, cô giáo vẫn cứ tiến hành các hoạt động nhưng xét kỹ ra dạy thế nào cho đúng, học sinh hiểu nhanh nhất và có định hướng tìm ra lời giải là cả một vấn đề. Các hoạt động thường có 4 bước cơ bản sau:

Bước 1: Tìm hiểu đề bài. Bước này yêu cầu học sinh phải đọc kỹ đề bài, nhớ những dữ kiện bài toán đã cho một cách chính xác và nắm vững yêu cầu của đề bài.

Bước 2: Phân tích đề bài để tìm ra cách giải. Dựa vào việc nhận dạng bài toán ở *Bước 1*, giáo viên cần có những hoạt động hướng dẫn học sinh tìm cách giải bắt đầu từ yêu cầu bài toán.

Bước 3: Tổng hợp lời giải. Bước này ngược với *Bước 2*. Cụ thể đến đây các em phải vạch ra được thứ tự trình bày lời giải: “*Cần tìm điều gì trước, điều gì sau*”.

Bước 4: Trình bày lời giải. Đây là bước trình bày lời giải một cách hoàn chỉnh dựa vào *Bước 3*.

Trong quá trình học toán và giải toán, khi đã tìm ra lời giải cho một bài toán với một lí do nào đó ta thường bằng lòng với cách giải đó và không tìm tòi xem thử bài toán này có thể giải bằng một cách khác, có thể vận dụng kiến thức khác để giải bài toán hay không. Bản thân tôi nhận thấy trong học toán, việc giải toán và tìm thêm những lời giải khác của một bài toán nhiều khi ta gặp nhiều điều thú vị. Ngay khi lời giải mà ta tìm được là đã tốt rồi thì việc tìm được một lời giải khác vẫn có lợi, nó giúp cho ta xác nhận được một vấn đề từ hai hay nhiều lí luận khác nhau nhằm tăng thêm tính thuyết phục và sự khẳng định một vấn đề nào đó. Theo tôi thì việc đi tìm các cách giải khác nhau cho một bài toán sẽ giúp cho:

- Giáo viên tìm được hướng giảng dạy tốt phù hợp cho từng đối tượng học sinh, rèn luyện kỹ năng giải toán và có thể bao quát được toàn bộ chương trình của cấp học và tìm ra cho mình một phương pháp dạy học tốt hơn, hiệu quả hơn.

- Học sinh rèn luyện kỹ năng giải toán, khả năng suy luận khi giải quyết một vấn đề theo nhiều cách khác nhau trong những tình huống khác nhau. Qua đó giúp cho học sinh tìm ra được các cách giải hay và ngắn gọn cho bài toán. Từ đó rèn luyện cho học sinh tính kiên trì, sáng tạo trong học tập và dần dần hoàn thiện phương pháp giải toán cho bản thân và có thể vận dụng vào việc xử lý các tình huống xảy ra trong cuộc sống sao cho tối ưu nhất. Sau đây tôi xin đưa ra một số các ví dụ minh họa về việc tìm các lời giải khác nhau cho các bài toán.

Trong quá trình dạy học chúng tôi thấy rằng các em thường có thói quen giải xong một bài toán xem như là mình đã hoàn thành công việc được giao và dừng lại ở đó, ít có em học sinh nào biết chủ động, khai thác, tìm tòi, suy nghĩ, vận dụng nó để giải một số bài toán khác cũng như tìm nhiều cách giải khác nhau. Nhiệm vụ của giáo viên là phải xây dựng cho học sinh thói quen là sau khi giải bài toán phải kiểm tra kết quả, thử thay đổi giả thiết cũng như tư duy tìm ra cách giải khác.

3.2. Một số bài toán giải bằng nhiều cách

3.2.1. Bài toán số học

a. Các dạng toán

Bài toán số học ở Tiểu học gồm: Dạng toán thực hiện một dãy các phép tính; dạng toán tìm một số khi biết kết quả sau một dãy các phép tính liên tiếp; dạng toán tìm số trung bình cộng; dạng

toán tìm hai số khi biết tổng, hiệu hoặc tỉ số của chúng; dạng toán cấu tạo thập phân của số; dạng toán định tính.

b. Phương pháp giải

Để định hướng học sinh tư duy tìm được nhiều cách giải một bài toán, người giáo viên cần có những hoạt động chuẩn bị cho giải toán. Các hoạt động này có thể là làm việc với nhóm đồ vật, tranh ảnh, hình vẽ, ...

Việc giải bài toán hợp thực chất là giải nhiều bài toán đơn. Vì vậy dạy kĩ các bài toán đơn là chuẩn bị tốt cho việc giải các bài toán hợp.

Tiếp theo giáo viên cần có những hoạt động để học sinh làm quen với giải toán. Giáo viên cần giải quyết vấn đề là làm như thế nào để học sinh nắm được các bước cần thiết của quá trình giải toán, kĩ năng thực hiện các bước thành thạo; làm như thế nào để học sinh nắm được và có kĩ năng vận dụng các PP chung cũng như thủ thuật giải toán vào việc giải các bài toán một cách có hiệu quả.

Giải bài toán số học thường được tiến hành theo 4 bước:

Bước 1: Tìm hiểu kĩ đề bài.

Bước 2: Lập kế hoạch giải.

Bước 3: Thực hiện kế hoạch giải.

Bước 4: Kiểm tra lời giải và đánh giá cách giải.

Tuy nhiên vì ở đây đòi hỏi Học sinh phải giải bằng nhiều cách nên giáo viên đặc biệt quan tâm đến việc hình thành kĩ năng giải toán. Để hình thành năng lực khái quát hoá và kĩ năng giải toán, rèn luyện năng lực sáng tạo trong học tập, giáo viên cần tiến hành các hoạt động như: Giải các bài toán nâng dần mức độ phức

tập trong mối quan hệ giữa các số đã cho và số phải tìm hoặc điều kiện bài toán; Giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau; Giải các bài toán trong đó phải xét tới nhiều khả năng để chọn một khả năng thoả mãn điều kiện bài toán; Lập và biến đổi bài toán bằng cách lập bài toán tương tự; lập bài toán theo tóm tắt hoặc sơ đồ bài toán.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Tìm số thứ 2 014 của dãy số: 6; 9; 14; 21; 30; 41;...

Phân tích: Bài toán trên không khó tuy nhiên khi đi sâu nghiên cứu, tư duy tìm ra nhiều cách giải chúng ta sẽ thấy rất thú vị.

Giải: Cách 1: Giáo viên thực hiện các hoạt động hướng học sinh tư duy tìm quy luật cho các số trong dãy. Cụ thể ở đây ta nhận thấy

$$\text{Số thứ nhất: } 6 = 5 + 1 \times 1$$

$$\text{Số thứ hai: } 9 = 5 + 2 \times 2$$

$$\text{Số thứ ba: } 14 = 5 + 3 \times 3$$

$$\text{Số thứ tư: } 21 = 5 + 4 \times 4$$

...

Theo quy luật trên thì số thứ 2 014 của dãy là: $5 + 2\,014 \times 2\,014 = 4\,056\,201$.

Cũng bằng cách tìm quy luật cho các số trong dãy nhưng giáo viên thực hiện các hoạt động gọi cho học sinh tư duy theo hướng khác ta có cách giải thứ 2.

Cách 2:

$$\text{Số thứ nhất: } 6 = 5 + 1$$

$$\text{Số thứ hai: } 9 = 5 + (1 + 3)$$

$$\text{Số thứ ba: } 14 = 5 + (1 + 3 + 5)$$

$$\text{Số thứ tư: } 21 = 5 + (1 + 3 + 5 + 7)$$

...

Số thứ 2 014 của dãy là: $5 + (1 + 3 + 7 + \dots + n)$ trong đó n là số hạng thứ 2 014 của tổng trong ngoặc đơn. Từ đây các bạn có thể dễ dàng tìm số n và tính tổng $1 + 3 + 7 + \dots + n$. (đây là bài toán quen thuộc, tính tổng 2 014 số tự nhiên lẻ đầu tiên).

Cách 3: Ở đây chúng ta thử tìm xem mỗi số hạng của dãy có quy luật khác không? Câu trả lời là có nên bài toán được giải theo cách khác như sau

$$\text{Số thứ nhất: } 6 = 6 + 2 \times 0$$

$$\text{Số thứ hai: } 9 = 6 + 3 \times 1$$

$$\text{Số thứ ba: } 14 = 6 + 4 \times 2$$

$$\text{Số thứ tư: } 21 = 6 + 5 \times 3$$

...

$$\text{Vậy số thứ 2014 là: } 6 + 2\,015 \times 2\,013 = 4\,056\,201$$

Cách 4: Một cách biểu diễn quy luật khác của dãy đã cho.

$$\text{Số thứ nhất: } 6$$

$$\text{Số thứ hai: } 6 + (3), (\text{trong ngoặc đơn có 1 số hạng})$$

$$\text{Số thứ ba: } 6 + (3 + 5), (\text{trong ngoặc đơn có 2 số hạng})$$

Số thứ tư: $6 + (3 + 5 + 7)$ (trong ngoặc đơn có 3 số hạng)

...

Số 2 014 là : $6 + (3 + 5 + 7 + \dots + n)$, (trong ngoặc đơn có 2013 số hạng).

Tìm n : $n = 2\,013 \times 2 + 1 = 4\,027$. Vậy số hạng thứ 2 014 của dãy là: $6 + (3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 4\,027) = 4\,056\,201$.

Cách 5:

Số thứ nhất: $6 = 2 \times 3 - 0$

Số thứ hai: $9 = 3 \times 4 - 3$

Số thứ ba: $14 = 4 \times 5 - 6$

Số thứ tư: $21 = 5 \times 6 - 9$

...

Số thứ 2014 của dãy là: $2015 \times 2016 - x$, với x là số thứ 2014 của dãy: 0; 3; 6; 9; 12; 15; ...; x . Tìm x : $x = 3 \times (2014 - 1) = 6039$. Vậy số thứ 2 014 của dãy là: $2015 \times 2016 - 6039 = 4056201$.

Cách 6:

Số thứ nhất: $6 = 3 \times 3 - 3$

Số thứ hai: $9 = 4 \times 4 - 7$

Số thứ ba: $14 = 5 \times 5 - 11$

Số thứ tư: $21 = 6 \times 6 - 15$

...

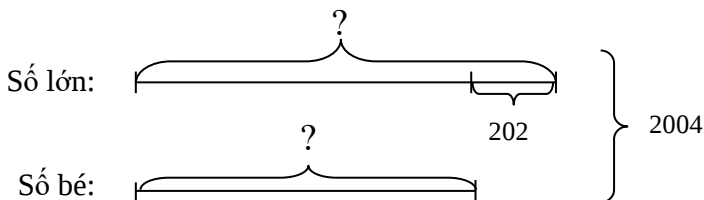
Số thứ 2014 của dãy là: $2016 \times 2016 - x$, trong đó

x là số thứ 2014 của dãy 3; 7; 11; 15; 19; 23; ... Ta có $x = 4 \times 2014 - 1 = 8055$.

Vậy số thứ 2014 của dãy là: $2016 \times 2016 - 8055 = 4056201$.

VD 2: Tìm hai số biết tổng của chúng bằng 2 004 và hiệu của chúng bằng 202.

Cách 1: Tóm tắt bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng:

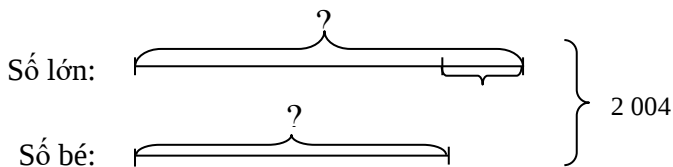


Giải: Ta có:

“Số bé = (Tổng - Hiệu) : 2; “Số lớn = Số bé + Hiệu” hoặc “Số lớn = Tổng - Số bé”.

Số bé là: $(2\,004 - 202) : 2 = 901$.

Số lớn: $901 + 202 = 1\,103$.



Cách 2: Tóm tắt bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng:

Giải: Ta có:

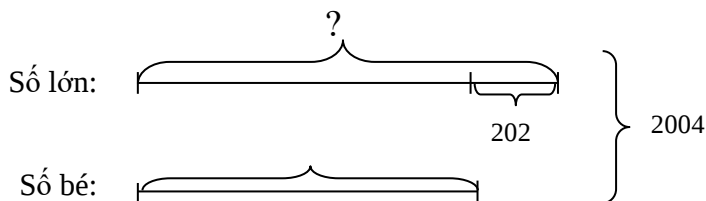
“Số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2; “Số bé = Số lớn - Hiệu” hoặc

“Số bé = Tổng - Số lớn”

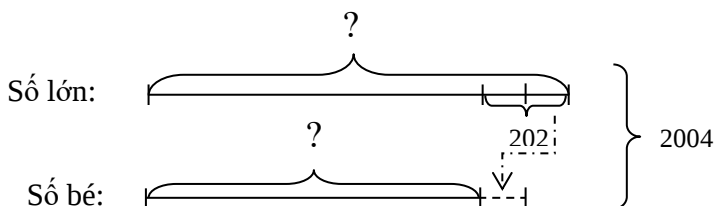
Số lớn là: $(2004 + 202) : 2 = 1103$.

Số bé: $1103 - 202 = 901$.

Cách 3: Theo nguyên lí trên ta, biến đổi sơ đồ :



Thành sơ đồ:



Dựa vào sơ đồ trên ta có thêm một cách giải nữa.

Số bé là: $2004 : 2 - (202 : 2) = 901$

Số lớn là: $2004 : 2 + (202 : 2) = 1103$ hoặc số lớn là:
 $2004 - 901 = 1103$.

Đáp số: Số bé: 901; Số lớn: 1103.

d. *Chú ý:* Trong quá trình học toán và giải toán, khi học sinh đã tìm ra lời giải cho một bài toán các em thường bằng lòng với

cách giải đó và không tìm tòi xem thử bài toán này có thể giải bằng một cách khác, không vận dụng kiến thức khác để giải bài toán. Bản thân giáo viên phải nhận thức được trong dạy toán, việc giải bài toán và tìm thêm những lời giải khác của một bài toán là cần thiết. Ngay khi lời giải mà học sinh tìm được là tốt rồi thì việc khuyến khích tìm được thêm một lời giải khác vẫn có lợi, nó giúp các em nhận được các nhìn đa chiều về vấn đề được khẳng định.

Việc đi tìm các cách giải khác nhau cho một bài toán sẽ giúp giáo viên tìm được hướng giảng dạy tốt phù hợp cho từng đối tượng học sinh, rèn luyện kỹ năng giải toán và có thể bao quát được toàn bộ chương trình của cấp học và tìm ra cho mình một phương pháp dạy học tốt hơn, hiệu quả hơn; giúp học sinh rèn luyện kỹ năng giải toán, khả năng suy luận khi giải quyết một vấn đề theo nhiều cách khác nhau trong những tình huống khác nhau. Qua đó giúp các em tìm ra được các cách giải hay và ngắn gọn cho bài toán. Từ đó rèn luyện cho các em tính kiên trì, sáng tạo trong học tập và dần dần hoàn thiện PP giải toán cho bản thân và có thể vận dụng vào việc xử lý các tình huống xảy ra trong cuộc sống sao cho tối ưu nhất.

Bài tập áp dụng

1. Khối lớp 4 có bốn lớp với tổng số học sinh là 156 em. Lớp 4A nhiều hơn lớp 4B là 10 em. Lớp 4C ít hơn lớp 4A là 4 em. Lớp 4B và lớp 4D có số học sinh bằng nhau. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu em?

2. Một chiếc ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B hết 4 giờ. Nếu trong mỗi giờ chiếc ô tô này đi thêm được 14 km thì thời gian đi từ A đến B chỉ mất 3 giờ. Hãy tính khoảng cách giữa hai tỉnh A và B.

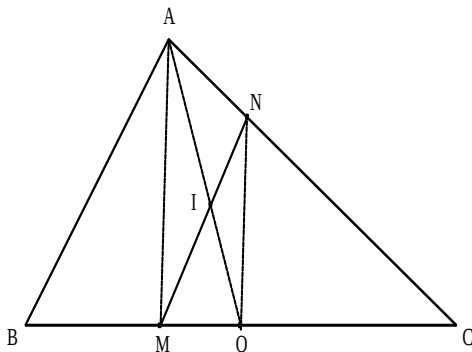
3.2.2. Bài toán hình học

a. Các dạng toán

Bài toán hình học ở Tiểu học gồm các dạng: Dạng toán nhận dạng các hình hình học; dạng toán cắt ghép hình; dạng toán dùng đoạn thẳng để xếp hình hình học; dạng toán chia một hình theo yêu cầu nào đó; dạng toán liên quan đến các đại lượng hình học.

b. Phương pháp giải

Việc giải bài toán hình học đòi hỏi học sinh phải quan sát, phân tích tổng hợp các yếu tố: đỉnh, góc, cạnh của hình ban đầu để tìm ra mối quan hệ giữa các giả thiết và yêu cầu bài toán. Vì vậy giải bài toán hình học là khá khó và phức tạp, dẫn đến sức hấp dẫn và sự lôi kéo của học sinh trong việc giải cũng như giải bài toán bằng nhiều cách.



Hình 1

Việc vẽ hình trên giấy nháp giúp chúng ta dễ hình dung mối quan hệ giữa các cái đã cho và cái cần tìm.

Các bước giải bài toán hình thường:

Bước 1: Vẽ hình đã cho trên giấy nháp. Quan sát đặc điểm các yếu tố hình đã cho: đỉnh, cạnh, góc; vị trí; hình dạng và độ lớn. Tưởng tượng ra yêu cầu cụ thể của bài toán.

Bước 2: Phân tích, đối chiếu, so sánh các yếu tố hình đã cho và cần tìm xác định các yếu tố nào đã được thỏa mãn.

Bước 3: Áp dụng các kiến thức đã có, các PP giải đã được học để thực hiện nhằm chứng minh, chỉ ra yêu cầu bài toán.

Bước 4: Kiểm tra các yêu cầu của bài toán, tìm các cách giải khác và chọn cách tốt nhất.

Tuy nhiên vì ở đây đòi hỏi học sinh phải giải bằng nhiều cách nên giáo viên đặc biệt quan tâm đến việc hình thành kỹ năng giải toán. Để hình thành năng lực khái quát hoá và kỹ năng giải toán, rèn luyện năng lực sáng tạo trong học tập, giáo viên cần tiến hành các hoạt động như: Giải các bài toán nâng dần mức độ phức tạp trong mối quan hệ giữa các số đã cho và số phải tìm hoặc điều kiện bài toán; Giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau; Giải các bài toán trong đó phải xét tới nhiều khả năng để chọn một khả năng thoả mãn điều kiện bài toán; Lập và biến đổi bài toán bằng cách lập bài toán tương tự; lập bài toán theo tóm tắt hoặc sơ đồ bài toán.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Cho tam giác ABC. Gọi M là một điểm bất kì trên cạnh BC sao cho $MB < MC$. Qua M hãy kẻ một đường thẳng sao cho đường thẳng này chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau.

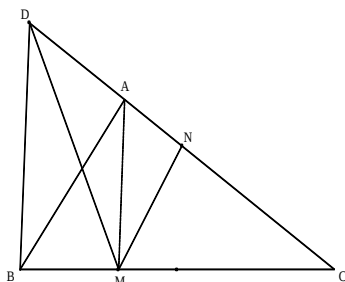
Phân tích: Vì $MB < MC$, khi đó ta có $S_{AMB} < S_{AMC}$ nên đường thẳng cần kẻ phải cắt cạnh AC của tam giác ABC.

Giải: Cách 1: Gọi O là điểm chính giữa của BC. Nối AM, AO. Qua O kẻ đường thẳng song song với AM cắt AC tại N. Ta có đường thẳng qua M, N là đường thẳng cần kẻ. (Hình 1)

Thật vậy, tứ giác ANOM là hình thang nên $S_{AIN} = S_{MIO}$.

Mặt khác $S_{AOC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = S_{AIN} + S_{COIN} = S_{MIO} + S_{COIN} = S_{CMN}$. Từ $S_{CMN} = \frac{1}{2} S_{ABC}$ suy ra $S_{CMN} = S_{ABMN}$.

Cách 2: Qua đỉnh B kẻ đường thẳng song song với AM cắt AC kéo dài tại D. Gọi N là điểm chính giữa của đoạn thẳng CD. Đường thẳng qua M, N là đường thẳng cân kẻ. (Hình 2)



Hình 2

Thật vậy, ta có tứ giác AMBD là hình thang nên $S_{ABM} = S_{ADM}$ suy ra $S_{ABC} = S_{DMC} = S_{AMC} + S_{AMD}$ và vì M là điểm chính giữa của CD nên

$$S_{DMN} = S_{CMN} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

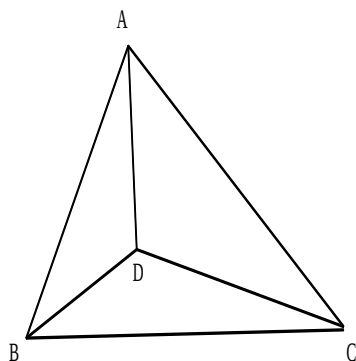
VD 2: Cho bốn điểm trong đó không có ba điểm bất kì nào thẳng hàng. Hỏi có mấy đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng gồm hai điểm đã cho.

Phân tích: Cứ hai điểm khác nhau bất kì cho ta một đoạn thẳng, do đó để tránh việc học sinh đếm thiếu hoặc đếm thừa giáo viên cần đánh dấu các điểm đã cho. Cụ thể ta có thể đánh dấu các điểm tương ứng là A, B, C và D. Khi đó ta có hai cách giải sau.

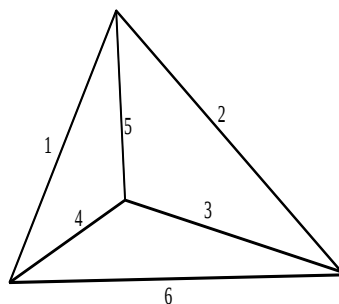
Giải: Cách 1: Dùng cách đánh dấu A là điểm thứ nhất, B là điểm thứ hai, C là điểm thứ ba và D là điểm thứ tư. Sau đó kết hợp từng cặp chữ cái khác nhau để biểu diễn đoạn thẳng ta có 6 đoạn thẳng tạo thành là: AB, AC, AD, BC, BD và CD. (Hình a)

Cách 2: Thay vì đánh dấu các đỉnh và đếm từng cặp hai đỉnh khác nhau trong cách này ta nối các đỉnh và ghi số thứ tự vào từng đoạn thẳng rồi đếm các số đó. Như vậy ta có 6 đoạn thẳng. (Hình

b)



Hình a



Hình b

Bài tập áp dụng

1. Cho tứ giác ABCD. Hãy tìm điểm M trên cạnh của tứ giác ABCD sao cho khi nối AM thì đoạn thẳng AM chia tứ giác ABCD thành hai phần có diện tích bằng nhau.

2. Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm bất kì trên BC, qua M hãy kẻ 1 đường thẳng chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích phần này gấp 4 lần phần kia.

3. Cho tứ giác ABCD. Gọi M là điểm bất kì trên AB. Tìm điểm N trên cạnh của tứ giác để khi nối M với N thì đoạn MN chia tứ giác ABCD thành hai phần có diện tích bằng nhau.

3.2.3. Bài toán đại lượng

a. Các dạng toán

Bài toán về đại lượng và phép đo đại lượng gồm: Dạng toán thực hành đo các đại lượng; dạng toán chuyển đổi đơn vị đo; dạng

toán so sánh hai số đo; dạng toán thực hiện phép tính trên số đo; dạng toán chia đại lượng; dạng toán chuyển động đều.

b. Phương pháp giải

Dạy học giải các bài toán đại lượng nhằm làm cho học sinh nắm được phép đo đại lượng, chuyển đổi đơn vị đo, phân biệt được độ đo và số đo, ... Giá trị của đại lượng là duy nhất, còn số đo không duy nhất mà phụ thuộc việc chọn đơn vị đo trong từng phép đo. Tuy nhiên, Học sinh tiểu học có những hạn chế trong việc nhận thức, tri giác còn gắn với hành động trên đồ vật, khó nhận biết được các hình khi chúng thay đổi vị trí trong không gian hay thay đổi kích thước, khó phân biệt những đối tượng giống nhau, sự chú ý của học sinh tiểu học chủ yếu là không có chủ định, nên các em hay chú ý tới cái mới lạ, hấp dẫn, cái đập vào trước mắt hơn là cái cần quan sát, đối với lứa tuổi này trí nhớ trực quan hình tượng phát triển mạnh hơn trí nhớ câu chữ trừu tượng, trí tưởng tượng phụ thuộc hình mẫu có thực, tư duy cụ thể là chủ yếu, còn tư duy trừu tượng dần dần hình thành.

Vì thế để các em nắm được bản chất của bài toán đại lượng giáo viên cần thực hiện từng bước từ lựa chọn phép đo thích hợp (phép đo trực tiếp và phép đo gián tiếp); giới thiệu đơn vị và hình thành khái niệm đơn vị đo (các đơn vị đo đại lượng được đưa ra dần dần theo sự mở rộng các vòng số từ đơn giản đến phức tạp); Thực hành đo, đọc và biểu diễn kết quả bằng số kèm theo đơn vị. Muốn học sinh giải bài toán đại lượng bằng nhiều cách thì giáo viên phải quan tâm đến việc hình thành kỹ năng giải toán. Kỹ năng này được hình thành thông qua:

+ Giải các bài toán nâng dần mức độ phức tạp trong mối quan hệ giữa các đại lượng đã cho và đại lượng cần tìm.

- + Giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau.
- + Giải các bài toán trong đó phải xét tới nhiều khả năng để chọn một khả năng thoả mãn điều kiện bài toán.
- + Lập và biến đổi bài toán bằng cách lập bài toán tương tự.
- + Lập bài toán theo tóm tắt hoặc sơ đồ bài toán.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

VD 1: Đổi $8\text{m } 5\text{dm} = ?\text{cm}$.

Cách 1: Đổi $8\text{m} = 800\text{cm}$, $5\text{dm} = 50\text{cm}$. Do đó $8\text{m } 5\text{dm} = 800 + 50 = 850\text{cm}$.

Cách 2: Lập bảng đổi đơn vị như sau:

Dựa vào bảng ta có $8\text{m } 5\text{dm} = 850\text{cm}$.

VD 2: Cô Lan có 1kg đường, cô đã làm bánh hết 400g . Sau đó cô chia đều số đường còn lại vào 3 túi nhỏ.

Hỏi mỗi túi có bao nhiêu gam đường?

Phân tích: Với bài tập này giáo viên cần hệ thống câu hỏi gợi mở để các em tự tìm ra cách giải.

- Bài toán cho biết gì? (Cô có 1kg đường, làm bánh hết 400g . Số còn lại chia đều vào 3 túi nhỏ).

- Bài toán yêu cầu tính gì? (Mỗi túi có bao nhiêu gam đường).

- Muốn biết mỗi túi có bao nhiêu gam đường ta cần biết gì?

<i>Đơn vị</i> \ <i>Đề bài</i>	<i>8m 5dm</i>
<i>m</i>	8
<i>dm</i>	5
<i>cm</i>	0

(Số đường còn lại nặng bao nhiêu gam?).

- Muốn tìm số đường còn lại ta phải làm gì? (Lấy $1\text{kg} - 400\text{g}$).

- Khi thực hiện phép tính $1\text{kg} - 400\text{g}$ thì ta phải làm thế nào?

Học sinh phải đổi cùng đơn vị để thực hiện phép trừ. Ở đây có thể đổi ki-lô-gam về gam hoặc đổi gam về ki-lô-gam.

Giải: Cách 1: Học sinh đổi đơn vị từ ki-lô-gam về gam. Cụ thể $1\text{kg} = 1\,000\text{g}$.

Số đường còn lại cân nặng là:

$$1\,000 - 400 = 600 \text{ (g)}$$

Mỗi túi đường nhỏ cân nặng là:

$$600 : 3 = 200 \text{ (g)}$$

Cách 2: Học sinh đổi đơn vị từ gam về ki-lô-gam, tức là ta có $400\text{g} = 0,4\text{kg}$.

Do đó số đường còn lại cân nặng là $1 - 0,4 = 0,6 \text{ (kg)}$

Mỗi túi đường nhỏ cân nặng là:

$$0,6 : 3 = 0,2 \text{ (kg)}. \text{ Đổi } 0,2\text{kg} = 200\text{g}$$

Đáp số: 200 gam.

Ví dụ 3: Một người đi từ A đến B với vận tốc 15 km/h . Sau đó 1 giờ 30 phút, người thứ hai cũng rời A đi về B với vận tốc 20 km/h và đến B trước người thứ nhất 30 phút. Tính quãng đường AB.

Phân tích: Trong bài toán có một số thuật ngữ như “*đi sau*”,

“đến trước”, “đi sau 1 giờ 30 phút; “đến trước 30 phút”. Các thuật ngữ này làm cho học sinh lúng túng trong quá trình tư duy tìm lời giải. Giáo viên cần có các biện pháp để học sinh hiểu được bản chất của bài toán. Cụ thể trong bài toán người thứ hai xuất phát sau 1 giờ 30 phút và đến trước 30 phút so với người thứ nhất nên người thứ hai đi ít hơn người thứ nhất 2 giờ. Tức là ta hiểu người thứ hai đi sau người thứ nhất 2 giờ và hai người đến B cùng một lúc. Do đó ta có 6 cách giải sau:

Cách 1: Trong 2 giờ người thứ nhất đi được: $15 \times 2 = 30$ (km)

Mỗi giờ người thứ hai đi nhanh hơn người thứ nhất là: $20 - 15 = 5$ (km)

Thời gian để người thứ hai đuổi kịp người thứ nhất là: $30 : 5 = 6$ (giờ)

Quãng đường AB dài: $20 \times 6 = 120$ (km)

Nhận xét: Người thứ nhất đi chậm hơn người thứ hai nên phải đi nhiều thời gian hơn. Vậy nếu người thứ nhất cũng đi thời gian như người thứ hai hoặc người thứ hai cũng đi thời gian như người thứ nhất thì sao? Từ suy nghĩ này ta có cách giải thứ 2 như sau.

Cách 2: Giả sử người thứ hai đi với thời gian như người thứ nhất thì người thứ hai đi quãng đường nhiều hơn người thứ nhất là: $20 \times 2 = 40$ (km)

Vận tốc người thứ hai hơn người thứ nhất là: $20 - 15 = 5$ (km/h)

Thời gian người thứ nhất đi là: $40 : 5 = 8$ (giờ)

Quãng đường AB dài: $15 \times 8 = 120$ (km).

Cách 3: Giả sử người thứ nhất đi với thời gian như người

thứ hai thì người thứ nhất đi quãng đường ít hơn người thứ hai là:
 $15 \times 2 = 30$ (km).

Một giờ người thứ nhất đi ít hơn người thứ hai 5km nên thời gian người thứ hai đi là $30 : 5 = 6$ (giờ)

Quãng đường AB là: $20 \times 6 = 120$ (km)

Nhận xét: Nếu tư duy theo hướng “cùng một quãng đường thì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian” thì ta sẽ có cách giải 4.

Cách 4: Gọi vận tốc người thứ nhất là v_1 (km/h), người thứ hai là v_2 (km/h), thời gian người thứ nhất đi quãng đường AB là t_1 (giờ), người thứ hai là t_2 (giờ).

Ta có: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ suy ra $\frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{3}$. Biết tỉ số $\frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{3}$ và

$$t_1 - t_2 = 2$$

Ta tính được $t_1 = 8$ (giờ), $t_2 = 6$ (giờ). Do đó quãng đường AB là:

$$15 \times 8 = 120 \text{ (km)}$$

Phân tích: Thời gian người thứ hai đi ít hơn người thứ nhất là 2 giờ. Ta thử tính xem trong 1 km người thứ hai đi ít hơn người thứ nhất bao lâu? Từ đó sẽ tìm được quãng đường AB. Ta có cách giải 5 như sau.

Cách 5: Cứ 1 km người thứ nhất đi hết $\frac{1}{15}$ giờ, 1 km người

thứ hai đi hết $\frac{1}{20}$ giờ. Trong 1 km người thứ hai đi ít hơn người

thứ nhất là: $\frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{1}{60}$ (giờ).

Vậy quãng đường AB là $2 : \frac{1}{60} = 120$ (km).

Phân tích: Ta có thể đặt các biến số x là thời gian đi của người thứ nhất, thời gian đi của người thứ hai được biểu diễn qua x để có cách giải khác.

Cách 6: Gọi thời gian đi của người thứ nhất là x (giờ) thì thời gian đi của người thứ hai là $x - 2$ (giờ).

$$\text{Ta có: } 20 \times (x - 2) = 15 \times x.$$

$$\text{Hay } 20 \times x - 40 = 15 \times x.$$

$$\text{Tức là: } 20 \times x - 15 \times x = 40.$$

$$5 \times x = 40. \text{ Hay } x = 8. \text{ Vậy quãng đường AB là } 15 \times 8 = 120 \text{ (km).}$$

Cách 7: Tương tự như cách 6 ta gọi thời gian đi của người thứ hai là y (giờ) thì thời gian đi của người thứ nhất là $y + 2$ (giờ). Ta có $20 \times y = 15 \times (y + 2)$. Giải ra ta được $y = 6$ và quãng đường AB là $20 \times 6 = 120$ (km).

Kết luận: Trong quá trình dạy học giáo viên phải thường xuyên có các hoạt động giúp học sinh tư duy, khám phá để tìm ra nhiều cách giải cho một bài toán. Có như vậy mới giúp học sinh ngày càng học giỏi hơn.

Bài tập áp dụng

1. Thực hiện phép tính cộng và trừ sau:

a) $3\text{km } 7\text{m} + 4\text{km } 2\text{dm}$

b) $12\text{km } 2\text{dm} - 8\text{km } 5\text{m}$

2. Viết số thích hợp vào chỗ chấm : $3\text{m } 4\text{dm} = \dots\dots\text{dm}$

$$3\text{m } 4\text{cm} = \dots\dots\text{cm}$$

3.2.4. Bài toán thống kê

a. Các dạng toán

Các dạng toán về thống kê gồm: Dạng toán làm quen với dãy số liệu thống kê và bảng số liệu thống kê; dạng toán về biểu đồ; dạng toán thực hành luyện tập các yếu tố thống kê.

b. Phương pháp giải

Một trong những kỹ năng cần được rèn luyện trong khi giải bài toán thống kê là kỹ năng đọc bảng số liệu, nhận xét trên biểu đồ, tính số trung bình cộng,... Ngoài việc hướng dẫn học sinh cách thực hiện phép tính (phép trừ), cách chọn số liệu từ bảng như số bị trừ, số trừ, giáo viên cần tập cho học sinh cách nhận diện bảng số liệu, hệ thống các thông tin (trong đó có số liệu đã cập nhật), cách xác định mối liên hệ giữa các cột, dòng trong bảng, ý nghĩa của bảng số liệu. Kỹ năng này giúp học sinh có khả năng nhận diện bảng số liệu nhanh chóng, tăng thêm hiểu biết và nắm thông tin xã hội.

Rèn luyện kỹ năng nhận xét, phân tích số liệu trên biểu đồ giáo viên cần lưu ý: Sử dụng ngôn ngữ trong câu trả lời hoặc trong lời nhận xét; Hiểu rõ các câu hỏi yêu cầu; Không bỏ sót các dữ liệu của đề bài trong phạm vi và phục vụ cho nhận xét và phân tích. Điều này không chỉ ở phần biểu đồ mà xuyên suốt cho các môn học; Học sinh luôn có sẵn kỹ năng từ việc rèn luyện của giáo viên mỗi khi học tập và đặc biệt là quá trình làm bài tập.

c. Ví dụ và thực hành giải toán

Ví dụ 1: Giải bài toán cổ:

“Vừa gà vừa chó

Bó lại cho tròn

Ba mươi sáu con

Một trăm chân chẵn”.

Hỏi có bao nhiêu con gà, bao nhiêu con chó?

Cách 1: Ta sử dụng phương pháp giả thiết tạm để giải:

Rõ ràng 36 con không thể là gà cả (vì khi đó có $2 \times 36 = 72$ chân), cũng không thể là chó cả (vì khi đó có $4 \times 36 = 144$ chân).

Giả sử 36 con đều là gà thì số chân là: $2 \times 36 = 72$ (chân).

Số chân còn thừa là: $100 - 72 = 28$ (chân).

Vì mỗi con chó có 4 chân, mỗi con gà có 2 chân. Nên số chân còn thừa là số chân chó ta có số chó là: $28 : 2 = 14$ (con) (Vì mỗi con chó nhiều hơn gà 2 chân).

Số gà là: $36 - 14 = 22$ (con).

Cách 2: Bây giờ ta giả sử 36 con đều là chó (đây là giả thiết tạm), thì số chân sẽ là:

$$4 \times 36 = 144 \text{ (chân).}$$

Số chân thừa ra là: $144 - 100 = 44$ (chân)

Sở dĩ như vậy là vì số chân của mỗi con chó hơn số chân của mỗi con gà là:

$$4 - 2 = 2 \text{ (chân).}$$

Vậy số gà là: $44 : 2 = 22$ (con); số chó là: $36 - 22 = 14$ (con).

Cách 3: Gọi số gà là: x (con), ($0 < x < 36$).

Số chân gà là: $2 \times x$ (chân).

Số chó là: $36 - x$ (con).

Số chân chó là: $4 \times (36 - x)$ (chân).

Vì số chân gà và số chân chó là 100 chân ta có: $2 \times x + 4 \times (36 - x) = 100$.

Giải phương trình ta được: $x = 22$ (thỏa mãn điều kiện bài toán).

Vậy số gà là 22 con, số chó là $36 - 22 = 14$ con.

Cách 4: Bây giờ ta giả thiết một trường hợp thật vô lí nhé! Cụ thể mỗi con vật đều bị "chặt đi" một nửa số chân. Như vậy, mỗi con chó chỉ còn có hai chân và mỗi con gà chỉ còn một chân. Tổng số chân cũng chỉ còn một nửa, tức là:

$$100 : 2 = 50 \text{ (chân)}.$$

Giả sử mỗi con chó phải “co” một chân lên để mỗi con vật chỉ có một chân, khi đó 36 con vật có 36 chân. Như vậy, số chân chó phải “co” lên là:

$$50 - 36 = 14 \text{ (chân)}.$$

Vì mỗi con chó có một chân “co” nên suy ra có 14 con chó.

Vậy số gà là: $36 - 14 = 22$ (con).

VD 2: Khối lớp 4 có bốn lớp với tổng số học sinh là 156 em. Lớp 4A nhiều hơn lớp 4B là 10 em. Lớp 4C ít hơn lớp 4A là 4 em. Lớp 4B và lớp 4D có số học sinh bằng nhau. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu em?

Đây là loại toán không khó đối với học sinh Tiểu học, nhưng việc tìm ra những lời giải khác nhau thì lại không đơn giản. Nếu chúng ta áp dụng nguyên lí biến đổi sơ đồ đoạn thẳng thành các đoạn thẳng bằng nhau thì ta sẽ có 4 cách giải khác nhau.

Đầu tiên ta tóm tắt bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng:

Cách 1: (Biến thành 4 đoạn thẳng bằng nhau và bằng đoạn thẳng biểu thị số Học sinh 4B)

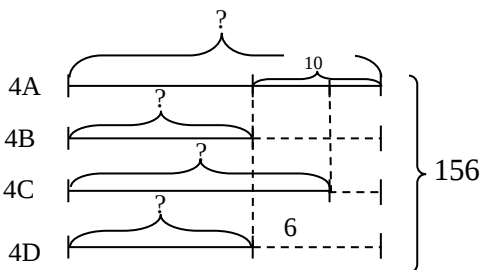
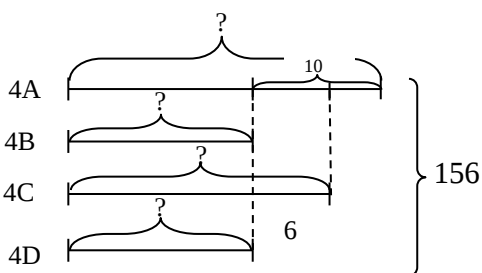
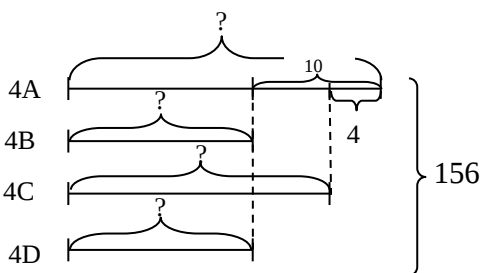
Số học sinh 4C nhiều hơn số học sinh 4B là: $10 - 4 = 6$ (em)
Theo bài ra ta có sơ đồ:

Số học sinh 4B và cũng là số học sinh lớp 4D là:

$$(156 - 10 - 6) : 4 = 35 \text{ (em)}$$

Số học sinh 4A là: $35 + 10 = 45$ (em)

Số học sinh 4C là: $35 + 6 = 41$ (em)



Đáp số: 4A : 45 em, 4B : 35 em, 4C : 41 em, 4D : 35 em.

Cách 2: (Biến thành 4 đoạn bằng nhau và bằng đoạn thẳng biểu thị số học sinh 4A).

Số học sinh 4A là: $(156 + 10 + 4 + 10) : 4 = 45$ (em)

Số học sinh 4B và cũng là số học sinh 4D là: $45 - 10 = 35$ (em)

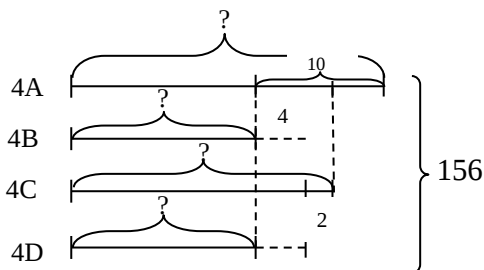
Số học sinh 4C là: $45 - 4 = 41$ (em)

Đáp số : 4A : 45 em, 4B : 35 em, 4C : 41 em, 4D : 35 em.

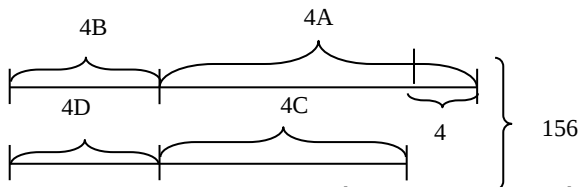
Cách 3: Vì $(10 + 6) : 4 = 4$, từ đây ta biến thành 4 đoạn thẳng bằng nhau và bằng đoạn thẳng biểu thị số học sinh lớp 4B thêm 4 học sinh.

Lời giải cách 3
tương tự như trên.

Cách 4: Biến
đôi sơ đồ thành 4
đoạn thẳng bằng nhau
và bằng đoạn thẳng
biểu thị số HỌC
SINH 4C.



Cách 5: Chú ý: Cách này dựa vào việc để ý điều kiện số HỌC SINH 2 lớp 4B và 4D bằng nhau. Sơ đồ:



Như vậy ta lại đưa bài toán 2 về bài toán tìm 2 số biết tổng và hiệu của 2 số đó.

Bài tập áp dụng

1. Rạp Kim Đồng một buổi chiếu phim bán được 500 vé gồm hai loại 2000đ và 3000đ. Số tiền thu được là 1120000đ. Hỏi số vé bán mỗi loại là bao nhiêu?

2. Giải bài toán cổ

*“Quýt ngon mỗi quả chia ba
Cam ngon mỗi quả chia ra làm mười
Mỗi người một miếng, trăm người
Có mười bảy quả, chia rồi còn đâu!”*

Hỏi có mấy quả cam, mấy quả quýt?

BÀI TẬP ÔN TẬP

1. Việt có 18 hòn bi, Nam có 16 hòn bi. Hòa có số bi bằng trung bình cộng của Việt và Nam. Bình có số bi kém trung bình cộng của cả 4 bạn là 6 hòn bi. Hỏi Bình có bao nhiêu hòn bi?

2. An đọc một quyển truyện dày 104 trang, biết rằng 5 lần số trang đã đọc bằng 3 lần số trang chưa đọc. Hỏi An đã đọc bao nhiêu trang và chưa đọc bao nhiêu trang?

3. Chị chia xoài cho các em, nếu cho mỗi em 3 quả thì thừa 2 quả. Nếu cho mỗi em 4 quả thì thiếu 2 quả. Hỏi có bao nhiêu quả xoài và bao nhiêu em được chia xoài?

4. Số trứng gà bằng 0,75 số trứng vịt. Nếu thêm vào số trứng gà 36 quả nữa thì số trứng gà bằng 0,9 số trứng vịt. Tính số trứng gà, số trứng vịt lúc đầu.

5. Trong một trận thi đấu cờ tướng có 12 kì thủ tham gia. Biết rằng họ thi đấu vòng tròn tính điểm, ai cũng phải thi đấu với

những người khác 1 trận. Hỏi có bao nhiêu trận đấu tất cả?

6. Cho phân số $\frac{14}{26}$, hãy tìm một số nào đó để khi cùng cộng thêm số đó vào tử số và mẫu số của phân số đó thì được phân số mới có giá trị bằng phân số $\frac{6}{9}$.

7. Cho một tích hai thừa số, thừa số thứ nhất là 23. Nếu giảm một thừa số đi 2 đơn vị và tăng thừa số kia 2 đơn vị thì tích tăng thêm 20 đơn vị. Tìm thừa số thứ hai.

8. Bạn An đã được kiểm tra một số bài, bạn đó tính rằng nếu được thêm 3 điểm 10 và 3 điểm 9 nữa thì điểm trung bình của tất cả các bài sẽ là 8, nếu được thêm 1 điểm 9 và 2 điểm 10 nữa thì điểm trung bình của tất cả các bài sẽ là 7,5. Hỏi bạn An được kiểm tra mấy bài?

9. Một người bán một bộ bàn ghế mỹ nghệ được lãi 20% theo giá vốn. Hỏi người đó được lãi bao nhiêu phần trăm theo giá bán?

10. Cuối năm học, một cửa hàng văn hóa phẩm hạ giá bán vở bớt 20%. Hỏi với cùng một số tiền, một học sinh sẽ mua thêm được bao nhiêu phần trăm số vở so với trước đây?

11. Giá một quyển vở tháng 9 tăng 10% so với tháng 8, sang tháng 10 lại giảm 10% so với tháng 9. Hỏi giá một quyển vở ở tháng 10 so với tháng 8 thì rẻ hơn hay đắt hơn?

12. Cho một tam giác vuông góc ở A. Cạnh AB dài 6cm, cạnh AC dài 8cm. Tính độ dài cạnh BC?

13. Một ô tô gặp một xe lửa chạy ngược chiều trên hai đoạn đường song song. Một hành khách trên ô tô thấy từ lúc toa đầu và

toa cuối của xe lửa chạy qua khỏi mình hết 7 giây. Tính vận tốc của xe lửa biết rằng xe lửa có chiều dài 196m và vận tốc ô tô là 960m/phút.

14. Hai hình tròn có tổng diện tích $136,8\text{cm}^2$, biết hình tròn thứ nhất có bán kính gấp 3 lần hình tròn nhỏ. Tính diện tích mỗi hình tròn.

15. Tam giác ABC có số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với 3 : 4 : 5. Tính số đo mỗi góc của tam giác ABC.

16. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC, biết rằng các cạnh có tỉ lệ 4 : 5 : 6 và chu vi của tam giác ABC là 30cm.

17. Số học sinh giỏi, khá, trung bình của khối 7 lần lượt tỉ lệ với 2 : 3 : 5. Tính số học sinh giỏi, khá, trung bình, biết tổng số học sinh khá và học sinh trung bình hơn học sinh giỏi là 180 em.

18. Ba lớp 8A, 8B, 8C trồng được 120 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp, biết rằng số cây trồng được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với 3 : 4 : 5.

19. Ba lớp 7A, 7B, 7C trồng được 90 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp, biết rằng số cây trồng được của mỗi lớp lần lượt tỉ lệ với 4 : 6 : 8.

19. Tìm số đo mỗi góc của tam giác ABC, biết số đo 3 góc có tỉ lệ là 1 : 2 : 3. Khi đó tam giác ABC là tam giác gì?

19. Hai thanh kim loại nặng bằng nhau và có khối lượng riêng tương ứng là 3g/cm^3 và 5g/cm^3 . Thể tích của mỗi thanh kim loại là bao nhiêu, biết tổng thể tích của chúng là 8000cm^3 .

20. Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 45km/h hết 3 giờ 15 phút. Hỏi chiếc xe đó chạy từ A đến B với vận tốc 65km/h hết bao nhiêu thời gian?

21. Cho biết 5 người làm cỏ một cánh đồng hết 8 giờ, hỏi 8 người (cùng năng suất như thế) làm cỏ hết bao nhiêu giờ?

22. Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 3 ngày, đội thứ hai cày xong trong 5 ngày, đội thứ ba cày xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy, biết rằng đội thứ ba ít hơn đội thứ hai 1 máy.

23. Hai thanh sắt và chì có khối lượng bằng nhau. Hỏi thanh nào có thể tích lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần, biết khối lượng riêng của sắt là $7,8\text{g/cm}^3$ và của chì là $11,3\text{g/cm}^3$.

24. Rút gọn biểu thức: a) $P = 54 \times 47 - 47 \times 53 - 20 - 27$

b) $P = (20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25) \times (16 - 2 \times 8)$

c) $P = (72 - 8 \times 9) : (20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25)$

d) $P = (500 \times 9 - 250 \times 18) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$

e) $P = (11 + 13 + 15 + \dots + 19) \times (6 \times 8 - 48)$

24. Tính tổng của các số lẻ bé hơn 100.

25. Tính tổng của 20 số lẻ liên tiếp kể từ 1 trở đi.

26. Tính tổng của 20 số chẵn đầu tiên.

27. Tính tổng của các số có hai chữ số mà các số đều có chữ số tận cùng là 5

28. Trung bình cộng của ba số lẻ liên tiếp bằng 125. Tìm ba số đó.

29. Khi giải bài tập, bạn An phải chia một số cho 3 rồi cộng thương với 8, bạn đã làm nhầm: nhân số đó với 3, rồi trừ đi 8 nhưng đáp số vẫn đúng. Số đó bằng bao nhiêu?

30. Ở một trại chăn nuôi, trước đây số gà và số vịt bằng nhau, vừa qua người ta mới mua thêm 15 con gà và 5 con vịt nên bây giờ số gà bằng 51% tổng số gà và vịt. Tính số gà và số vịt hiện có.

31. Một ô tô đi từ A đến B hết 4 giờ. Khi từ B về A, ô tô tăng vận tốc thêm 15 km mỗi giờ, nên thời gian đi từ B đến A hết 3 giờ. Tính quãng đường AB.

32. Tám năm trước tổng số tuổi của ba cha con là 45. Tám năm sau cha hơn con gái 26 tuổi, hơn con trai 34 tuổi. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

33. Một người câu được một con cá rất to. Khi người ta hỏi anh: “Con cá nặng bao nhiêu ki-lô-gam?”. Anh trả lời: “Cái đầu nặng 1kg, cái đầu nặng bằng cái đuôi và $\frac{1}{2}$ thân cộng lại, còn cái thân nặng bằng đầu và đuôi cộng lại”. Nhờ bạn tính hộ con cá nặng bao nhiêu ki-lô-gam?

34. Một người bán cam: lần đầu bán $\frac{1}{2}$ số cam và 1 quả, lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số cam còn lại và 1 quả, lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau lần bán thứ hai và 1 quả thì còn 10 quả. Hỏi người đó đã đem đi bán tất cả bao nhiêu quả cam?

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2000), *Tài liệu bồi dưỡng giáo viên Tiểu học về chương trình*, SGK môn toán Tiểu học mới, NXB Giáo dục.

[2]. Trần Diên Hiền (2011), *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi toán Tiểu học*, NXB Đại học Sư phạm.

[3]. Trần Diên Hiền (2011), *Thực hành giải toán Tiểu học*, NXB Đại học Sư phạm.

[4]. Đỗ Đình Hoan, Đỗ Trung Hiệu, Hà Sĩ Hồ (1994), *Phương pháp dạy học toán ở Tiểu học*, NXB Giáo dục.

[5]. Đỗ Đình Hoan (chủ biên, 2002), *Một số vấn đề cơ bản của chương trình Tiểu học mới*, NXB Giáo dục.

[6]. Đỗ Đình Hoan, Đỗ Trung Hiệu, Vũ Dương Thụy, Vũ Quốc Chung (2002), *Phương pháp dạy học môn toán ở Tiểu học*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

[7]. Đỗ Đình Hoan (chủ biên, 2013), *Sách giáo khoa toán 1*, NXB Giáo dục.

[8]. Đỗ Đình Hoan (chủ biên, 2013), *Sách giáo khoa toán 2*, NXB Giáo dục.

[9]. Đỗ Đình Hoan (chủ biên, 2013), *Sách giáo khoa toán 3*, NXB Giáo dục.

[10]. Đỗ Đình Hoan (chủ biên, 2013), *Sách giáo khoa toán 4*, NXB Giáo dục.

[11]. Đỗ Đình Hoan (chủ biên, 2013), *Sách giáo khoa toán 5*, NXB Giáo dục.

[12]. Nguyễn Thanh Hưng (2008), *Phương pháp dạy học môn toán ở Tiểu học*, NXB Giáo dục.

[13]. Nguyễn Thanh Hưng (2011), *Rèn luyện tư duy khi dạy học môn toán ở cấp Tiểu học*, NXB Giáo dục.

[14]. Nguyễn Phú Hy, Phạm Đình Hòa (2000), *Dạy học các tập hợp số ở bậc Tiểu học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[15]. Nguyễn Phú Hy, Bùi Thị Hương, Nguyễn Thị Trang (2000), *DH môn toán ở cấp Tiểu học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[16]. Nguyễn Phú Hy, Bùi Thị Hương (2001), *Dạy học phép đo đại lượng ở bậc Tiểu học*, NXB Giáo dục.

[17]. Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy, Phạm Văn Kiều (1997), *Phát triển lí luận DH môn toán*, NXB Giáo dục.

[18]. Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy (2002), *Phương pháp dạy học môn toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

MỤC LỤC

Chương 1:

NHỮNG YÊU CẦU CƠ BẢN ĐỐI VỚI GIÁO VIÊN KHI DẠY HỌC GIẢI CÁC BÀI TẬP TOÁN CHO HỌC SINH TIỂU HỌC

1.1. Những yêu cầu cơ bản đối với giáo viên.....6

1.1.1. *Nắm vững đặc điểm tâm sinh lí của học sinh Tiểu học.....6*

1.1.2. *Nắm vững cơ sở lí luận của các phương pháp giải toán.....9*

1.1.3. *Nắm vững nội dung chương trình, hệ thống kiến thức cơ bản trong chương trình và hệ thống dạng bài tập tương ứng.....12*

1.1.4. *Nắm vững các dạng bài tập, các bài toán đặc thù và phương pháp giải của từng loại một cách chặt chẽ.....29*

1.2. Các dạng bài tập cơ bản trong chương trình môn toán ở Tiểu học.....40

1.2.1. *Các dạng toán ở tiểu học.....40*

1.2.2. *Các hoạt động dạy học giải bài tập.....40*

Chương 2:

THỰC HÀNH GIẢI TOÁN TIỂU HỌC ĐỐI VỚI GIÁO VIÊN

2.1. Một số phương pháp giải toán ở tiểu học.....46

2.1.1. *Phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.....46*

2.1.2. *Phương pháp rút về đơn vị, phương pháp tỉ số.....53*

2.1.3. *Phương pháp chia tỉ lệ.....60*

2.1.4. *Phương pháp thay thế.....67*

2.1.5. *Phương pháp giả thiết tạm.....72*

2.1.6. *Phương pháp suy luận logic.....77*

2.1.7. Phương pháp ứng dụng nguyên lý Dirichlet.....	86
2.1.8. Phương pháp khử.....	89
2.1.9. Phương pháp suy ngược từ cuối	94
2.1.10. Phương pháp lựa chọn.....	102
2.1.11. Phương pháp sơ đồ graph (Phương pháp ứng dụng đồ thị). 110	
2.1.12. Phương pháp diện tích.....	217
2.1.13. Phương pháp dùng chữ thay số.....	125
2.1.14. Phương pháp sơ đồ diện tích hình chữ nhật.....	129
2.2. Thực hành giải các bài toán đặc thù.....	140
2.2.1. Dạng cắt ghép hình.....	140
2.2.2. Nhận dạng, phân tích tổng hợp hình, đếm hình, ghi hình bằng chữ.....	147
2.2.3. Bài toán cân bi.....	157

Chương 3

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG NHIỀU CÁCH

3.1. Khái niệm.....	164
3.2. Một số bài toán giải bằng nhiều cách.....	166
3.2.1. Bài toán số học.....	166
3.2.2. Bài toán hình học.....	174
3.2.3. Bài toán đại lượng.....	177
3.2.4. Bài toán thống kê.....	183
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	194

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại: Biên tập: (024) 39714896

Quản lý xuất bản: (024) 39728806. Tổng biên tập: (024) 39715011

Fax: (024) 39729436

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập chuyên môn: ĐẶNG THỊ PHƯƠNG ANH

Biên tập xuất bản: ĐẶNG THỊ PHƯƠNG ANH

Sửa bản in: CHÂU THÀNH AN

Chế bản: THIÊN THANH

Trình bày bìa: NHÂN DŨNG

**Đối tác liên kết: Công ty Cổ phần Văn hóa và Truyền thông
Quốc tế VFS**

Địa chỉ: 27 Trung Kính, Yên Hòa, Cầu Giấy, Hà Nội

SÁCH LIÊN KẾT

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC TOÁN 3

In 1000 bản khổ 14.5x20.5 cm tại Công ty TNHH in Thanh Bình. Địa chỉ: 432 Đường K2, Cầu Diễn – Nam Từ Liêm – Hà Nội. Số xác nhận ĐKXB 2493-2020/CXBIPH/45-184/ĐHQGHN, ngày 25/11/2020. Quyết định xuất bản số 606 LK-TN/QĐ – NXB ĐHQGHN, ngày 18/12/2020. Mã ISBN: 978-604-315-889-2. In xong và nộp lưu chiểu năm 2020.