

**MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NGÔN NGỮ TOÁN HỌC
CHO HỌC SINH DỰ BỊ ĐẠI HỌC**

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NGÔN NGỮ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH DỰ BỊ ĐẠI HỌC

Bản quyền © thuộc về tác giả, 2020

Không phần nào trong xuất bản phẩm này được phép sao chép hay phát hành dưới bất kỳ hình thức hoặc phương tiện nào mà không có sự cho phép trước bằng văn bản của tác giả. Chúng tôi luôn mong muốn nhận được những ý kiến đóng góp của quý vị độc giả để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Biên mục trên xuất bản phẩm của Thư viện Quốc gia Việt Nam

Một số biện pháp phát triển ngôn ngữ toán học cho học sinh dự bị đại học/Kiều Mạnh Hùng (cb) – Nguyễn Thị Phương Đông – Bùi Trần Tuyết Hạnh – Trần Quỳnh Mai – Phan Thị Minh (bs) - H.:

Đại học Quốc gia Hà Nội, 2020. – 200tr. ; 14,5 cm.) ISBN: 978-604-315-875-5

1. Tham khảo 2. Khoa học tự nhiên. 3. Việt Nam. 4. Sách tiếng Việt 808.83 - dc23

PNF0048p

KIỀU MẠNH HÙNG (Chủ biên)
NGUYỄN THỊ PHƯƠNG ĐÔNG
BÙI TRẦN TUYẾT HẠNH
TRẦN QUỲNH MAI – PHAN THỊ MINH

**MỘT SỐ BIỆN PHÁP
PHÁT TRIỂN NGÔN NGỮ TOÁN HỌC
CHO HỌC SINH DỰ BỊ ĐẠI HỌC**
(Sách tham khảo)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

MỤC TỪ VIẾT TẮT TRONG SÁCH

NNTH	Ngôn ngữ toán học
GV	Giáo viên
HS	Học sinh

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Cơ sở lý luận

1.1.1. Tổng quan vấn đề nghiên cứu

1.1.1.1. Các nghiên cứu trên thế giới

NNTH có vai trò quan trọng trong phát triển tư duy toán học cũng như trong trình bày và lập luận toán học. NNTH là phương tiện giao tiếp giữa GV và HS trong lớp học toán. Nó có ảnh hưởng không nhỏ đến chất lượng dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Trên thế giới đã có nhiều nghiên cứu về NNTH và những ảnh hưởng của NNTH đến kết quả học tập của HS. Trong những năm gần đây, Hội nghị nghiên cứu Giáo dục toán học của Châu Âu (Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME)) đã thành lập ra các Tiểu ban nghiên cứu những vấn đề khác nhau, trong đó có một tiểu ban chuyên nghiên cứu về vấn đề ngôn ngữ và toán học.

Năm 1952, Hickerson đã nghiên cứu ý nghĩa của các kí hiệu số học được hình thành trong giờ học toán của HS.

Sang thập niên 70 của thế kỉ XX, Jesse Douglas (1897 - 1965) đã tập trung nghiên cứu mối quan hệ giữa năng lực sử dụng NNTN và năng lực tư duy của HS.

Năm 1986, Andrew Waywood đã nghiên cứu sự ảnh hưởng của NNTH đến HS Trung học cơ sở.

Năm 1986, Martin Hughes trong cuốn sách “*Children and*

number” đã đề xuất một quan điểm về những nỗ lực có từ rất sớm của trẻ để hiểu toán học. Ông mô tả những kiến thức đáng kinh ngạc về con số mà trẻ tự biết trước khi chúng bắt đầu đến lớp học. Sự hiểu biết về những con số có trước khi đến trường là trở ngại trong quá trình trẻ học các kiến thức toán học trong lớp học.

Năm 1988, trong công trình “*Second international handbook of mathematics education*”, hai nhà toán học Stigler và Baranes đã đề cập đến việc sử dụng NNTH của HS tiểu học ở Nhật Bản, Đài Loan, Hàn Quốc và Mỹ.

Pimm (1987), Laborde (1990), Ervynck (1982) khẳng định năng lực sử dụng NNTH trong học tập toán của HS thực sự là một rào cản vì NNTH có nhiều khác biệt với ngôn ngữ sử dụng hàng ngày.

Năm 1993, Diane L. Miller đã kết luận rằng phát triển NNTH có ảnh hưởng sâu sắc trong việc phát triển các khái niệm toán học¹.

Năm 1995, Eula Ewing Monroe và Robert Panchyshyn đã nghiên cứu vấn đề từ vựng của NNTH, sự cần thiết của từ vựng trong phát triển các khái niệm toán học.

Năm 2007, Chard Larson đã nhấn mạnh vai trò của từ vựng toán học trong sự hiểu biết và học tập của HS trung học cơ sở. Ông tin rằng toán học là một ngôn ngữ và HS muốn thông thạo ngôn ngữ đó phải có khả năng sử dụng và hiểu được vốn từ vựng. Với việc sử dụng các câu hỏi về từ vựng và các hoạt động liên quan đến từ vựng lấy từ toán học, HS sẽ tiếp thu tốt hơn sự hiểu biết về các khái niệm toán học².

¹ Diane L. Miller (1993), *Making the connection with language, The Arithmetic Teacher*, Researching Library, p. 311.

² Chard Larson (2007), *The Importance of Vocabulary Instruction in Everyday Mathematics*, University of Nebraska - Lincoln.

Năm 2008, Charlene Leaderhouse đã nghiên cứu NNTH trong phân môn Hình học. Ông đã nghiên cứu về NNTH của HS lớp 6 trong học tập hình học và kết luận rằng khả năng hiểu, sử dụng chính xác thuật ngữ toán học sẽ giúp các em nắm chắc khái niệm toán học. Để học tốt môn Hình học thì trong dạy học các em cần có nhiều cơ hội thảo luận ý tưởng cũng như thực hành sử dụng NNTH¹.

Năm 2008, Bill Barton² đã kết luận rằng ý tưởng toán học hàng ngày được thể hiện khác nhau trong các ngôn ngữ khác nhau. Sự đa dạng xảy ra theo cách ngôn ngữ thể hiện các con số, ngôn ngữ mô tả vị trí các con số, ngữ pháp của cách diễn đạt nội dung toán học.

Năm 2009, Rheta N. Rubenstein đã nghiên cứu vấn đề làm thế nào để giúp GV giảng dạy môn Toán ở trường Trung học phổ thông nhận ra những thách thức mà HS thường gặp phải với các biểu tượng toán học để đề xuất các chiến lược giảng dạy có thể làm giảm những khó khăn đó. Nghiên cứu đã đề xuất các giải pháp giúp GV biết cách sử dụng các biểu tượng khác nhau và xác định những khó khăn chung thường gặp khi HS nói, đọc và viết kí hiệu; Đồng thời ông cũng cung cấp các phương pháp giảng dạy để có thể tránh được hoặc khắc phục được những khó khăn này³.

¹ Joseph Roicki (2008), *Effects of discussion and writing on student understanding of Mathematics concept*, Spring Term.

² Bill Barton (2008), *The Language of Mathematics*, Springer.

³ Rheta N. Rubenstein (2009), *Mathematical symbolization: Challenges across levels*, In: <http://tsg.kme11.org/document/get/853>.

1.1.1.2. Các nghiên cứu ở trong nước

Ở Việt Nam đã có một số công trình nghiên cứu đề cập đến khía cạnh NNTH và vấn đề NNTH trong dạy học môn Toán ở trường Trung học phổ thông. Vấn đề phát triển năng lực sử dụng NNTH cũng đã được nghiên cứu và vận dụng vào thực tiễn giảng dạy ở các khía cạnh khác nhau.

Năm 1970, Nguyễn Đức Dân viết giáo trình “*Ngôn ngữ toán học*”, trong đó có đề cập đến phương pháp và cách trình bày một số khái niệm cơ bản, định lý và cách vận dụng logic toán, lý thuyết tập hợp để cho sinh viên mô tả và giải thích các hiện tượng ngôn ngữ khác nhau.

Năm 1981, Phạm Văn Hoàn (chủ biên), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình khẳng định việc thể hiện đúng mối quan hệ giữa “*nội dung tư tưởng toán học*” và “*hình thức NNTH*” là cơ sở phương pháp luận quan trọng của giáo dục toán học¹.

Năm 1990, Hà Sĩ Hồ đã trình bày một số quan niệm và đặc điểm của NNTH. Theo đó NNTH chủ yếu là ngôn ngữ sử dụng kí hiệu, không phải là ngôn ngữ “*lời nói*” như trong NNTN. NNTH chủ yếu là ngôn ngữ “*viết*” mang đặc trưng vừa chặt chẽ vừa uyển chuyển².

Năm 1992, Hoàng Chúng đã nghiên cứu về NNTH và việc dạy học kí hiệu toán học ở trường Trung học phổ thông. Theo tác giả thì các thuật ngữ, kí hiệu toán học được hình thành và phát triển trong quá trình hình thành, phát triển của các khái niệm toán học và

¹ Phạm Văn Hoàn (chủ biên) (1981), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình, *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

² Hà Sĩ Hồ (1990), *Những vấn đề cơ sở của phương pháp dạy và học toán cấp 1*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

phương pháp giải các bài toán; Một thuật ngữ, một kí hiệu phản ánh cùng một khái niệm, có thể được định nghĩa theo nhiều cách tương đương nhau. Tác giả lưu ý khi dùng các kí hiệu toán học cần phân biệt: những kí hiệu phải dùng nguyên vẹn, không thay đổi; những kí hiệu nên dùng (tuy có thể thay bằng kí hiệu khác) vì đã quen thuộc với nhiều người; những kí hiệu có thể tùy ý chọn. Theo tác giả, quá trình phát triển toán học luôn đòi hỏi phải mở rộng, thay đổi một khái niệm, kéo theo việc mở rộng, thay đổi cách hiểu đối với một thuật ngữ, một kí hiệu. Trong toán học có thể dùng các kí hiệu khác nhau để chỉ cùng một đối tượng nhưng không được dùng một kí hiệu để chỉ hai đối tượng khác nhau trong cùng một vấn đề¹.

Năm 1998, các tác giả Hà Sĩ Hồ, Đỗ Đình Hoan, Đỗ Trung Hiệu đã đề cập đến nhiều khía cạnh của NNTH. Theo đó, cần phải có một ngôn ngữ thích hợp với việc diễn đạt nội dung toán học, đồng thời phải khắc phục được các nhược điểm của NNTH².

Năm 2004, trong luận án “*Góp phần phát triển năng lực tư duy logic và sử dụng chính xác NNTH cho HS đầu cấp Trung học phổ thông trong dạy học đại số*”, tác giả Nguyễn Văn Thuận đã đề xuất các biện pháp sư phạm: Tập cho HS diễn đạt một số định nghĩa, định lí theo những cách khác nhau; Rèn luyện cho HS sử dụng chính xác các phép biến đổi; Tập luyện sử dụng các thuật ngữ, kí hiệu của logic toán để diễn đạt các mệnh đề toán học³.

¹ Thái Huy Vinh (2014), *Rèn luyện kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Vinh.

² Hà Sĩ Hồ, Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan (1998), *Phương pháp dạy học Toán*, NXB Giáo dục.

³ Nguyễn Văn Thuận (2004), *Góp phần phát triển năng lực tư duy logic và sử dụng chính xác ngôn ngữ Toán học cho học sinh đầu cấp Trung học phổ thông trong dạy học Đại số*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Vinh.

Gần đây có nhiều nghiên cứu trực tiếp cũng như gián tiếp về ngôn ngữ trong dạy học môn Toán phổ thông, có thể kể đến là Trần Ngọc Bích¹, Vũ Thị Bình², Thái Huy Vinh³,... Các công trình nghiên cứu này đã làm sáng tỏ quan niệm về NNTH, giao tiếp NNTH, những khó khăn, rào cản của HS khi tiếp cận với NNTH, ý nghĩa NNTH trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Nhấn mạnh ý nghĩa việc rèn luyện HS hiểu đúng, sử dụng chính xác, hợp lí ngôn ngữ của lí thuyết tập hợp và logic toán cùng các kí hiệu, thuật ngữ toán học để trình bày lời giải; phải kịp thời phân tích và sửa chữa sai lầm mà HS có thể mắc phải. Khẳng định tầm quan trọng việc rèn luyện HS sử dụng ngôn ngữ, kí hiệu nhằm diễn đạt nội dung toán học phải theo nhiều cách khác nhau, từ đó chọn cách theo hướng thuận lợi cho vấn đề cần giải quyết. Cần thiết phải giúp HS biết chuyển từ NNTH thông thường sang thuật ngữ, kí hiệu của logic toán và ngược lại. Đồng thời phải rèn luyện cho HS khả năng vận dụng kiến thức toán học vào các bài toán thực tiễn. Tóm lại, việc rèn luyện kĩ năng sử dụng NNTH là một biện pháp tích cực để nâng cao chất lượng dạy học môn Toán.

HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên chủ yếu là người Ê đê.

¹ Trần Ngọc Bích (2013), *Một số biện pháp giúp học sinh các lớp đầu cấp tiểu học sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

² Vũ Thị Bình (2016), *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Viện khoa học Giáo dục Việt Nam.

³ Thái Huy Vinh (2014), *Rèn luyện kĩ năng sử dụng ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Vinh.

Trong những năm qua đã có nhiều nghiên cứu về tiếng Ê đê dưới góc độ ngôn ngữ, có thể kể đến là: *Vài nét về các ngôn ngữ Malyô - Pôlynêxia ở Việt Nam* của Romal Del và Trường Văn Sinh¹; Luận án tiến sĩ của Đoàn Văn Phúc (2009) với đề tài *Ngữ âm tiếng Ê đê*²; Luận án tiến sĩ Ngôn ngữ học của Trương Thông Tuần với đề tài *Phương thức so sánh trong văn bản luật tục tiếng Ê đê*³; Luận án tiến sĩ Ngôn ngữ học của Nguyễn Minh Hoạt (2012) với đề tài *Từ loại danh từ trong tiếng Ê đê*. Luận án tiến sĩ Ngôn ngữ học của Đoàn Thị Tâm (2012) với đề tài *Hệ thống từ ngữ chỉ người trong tiếng Ê đê*. Tuy nhiên, các công trình này chỉ nghiên cứu dưới góc độ ngôn ngữ tiếng Ê đê - tiếng mẹ đẻ (phương ngữ) của hầu hết HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên.

Như vậy, trên thế giới cũng như ở Việt Nam, đã có nhiều nghiên cứu về vấn đề NNTH, vai trò và những ảnh hưởng của NNTH đến quá trình học tập của HS. Phát triển NNTH cho HS Tiểu học, Trung học cơ sở cũng như Trung học phổ thông bước đầu đã được đề cập đến nhưng chưa có tác giả và công trình khoa học nào nghiên cứu cho HS Dự bị đại học. Đặc biệt chưa có tác giả nào nghiên cứu, đề xuất các biện pháp nhằm phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên.

¹ Romal Del và Trường Văn Sinh (2010), “Vài nét về các ngôn ngữ Malyô - Pôlynêxia ở Việt Nam”, *Tạp chí Ngôn ngữ*, số 3/2010, tr.12-15.

² Đoàn Văn Phúc (2009), *Ngữ âm tiếng Ê đê*, Luận án Phó tiến sĩ, Viện Ngôn ngữ học.

³ Trương Thông Tuần (2015), *Phương thức so sánh trong văn bản luật tục tiếng Ê đê*, Luận án tiến sĩ Ngôn ngữ học, Viện ngôn ngữ học.

1.1.2. Ngôn ngữ

1.1.2.1. Khái niệm ngôn ngữ

Theo các nhà nghiên cứu, ngôn ngữ là hiện tượng lịch sử - xã hội nảy sinh trong hoạt động thực tiễn của con người. Trong quá trình cùng nhau lao động, loài người cổ xưa có nhu cầu trao đổi ý nghĩ, dự định, nguyện vọng, tâm tư tình cảm,... Nhờ đó đến một giai đoạn phát triển nhất định đã xuất hiện những dấu hiệu quy ước chung để giao tiếp, trong đó có những dấu hiệu âm thanh, từ những tín hiệu này dần dần tạo thành từ ngữ và một hệ thống quy tắc ngữ pháp, đó chính là ngôn ngữ¹.

Có thể khái quát ngôn ngữ là hệ thống kí hiệu đặc biệt dùng làm phương tiện giao tiếp và làm công cụ tư duy. Ngôn ngữ gồm ba bộ phận chính: ngữ âm, từ vựng và ngữ pháp. Các đơn vị của ngôn ngữ là âm vị, hình vị, từ, câu, ngữ đoạn, văn bản,... Bất cứ ngôn ngữ của dân tộc nào cũng chứa đựng phạm trù ngữ pháp và phạm trù logic. Phạm trù ngữ pháp là một hệ thống các quy định việc thành lập từ và câu. Phạm trù ngữ pháp ở các ngôn ngữ khác nhau là khác nhau. Phạm trù logic là quy luật, phương pháp tư duy đúng đắn của con người. Vì vậy tuy dùng các ngôn ngữ (tiếng nói) khác nhau, nhưng các dân tộc khác nhau vẫn hiểu được nhau².

Quan điểm của chủ nghĩa Mác cho rằng nguồn gốc của ngôn ngữ liên quan đến nguồn gốc của con người và tổ tiên con người là

¹ Vũ Thị Bình (2016), *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Viện khoa học Giáo dục Việt Nam.

² Mai Ngọc Chừ, Vũ Đức Nghiệu, Hoàng Trọng Phiến (2003), *Cơ sở ngôn ngữ và Tiếng Việt*, NXB Giáo dục.

một loài vượn. Quá trình vượn biến thành người bắt đầu từ việc loài vượn đi bằng hai chi sau, tập đứng thẳng, hai chi trước được giải phóng, trở thành tay và cuối cùng là biết chế tạo ra công cụ lao động, biết ăn thịt, tìm ra lửa. Quá trình ăn thức ăn chín làm cho bộ não phát triển hơn và từ đó bắt đầu sống bầy đàn. Như vậy, nguồn gốc của ngôn ngữ bắt nguồn từ lao động. Lao động đã liên kết con người thành những bầy đàn. Bầy người nguyên thủy có sự phân công lao động, nảy sinh ra nhu cầu trao đổi, tức là phải nói với nhau một cái gì đó. Theo Friedrich Engels “*Bắt nguồn từ lao động và sau đó cùng với lao động tiếng nói được hình thành và phát triển*”. Chính lao động đã sáng tạo ra con người và ngôn ngữ của con người¹.

Theo Từ điển Tiếng Việt “*Ngôn ngữ là hệ thống các ngữ âm, từ ngữ và các quy tắc kết hợp chúng, làm phương tiện để giao tiếp chung cho một cộng đồng*”².

Có sự khác biệt giữa ngôn ngữ, lời nói và hoạt động ngôn ngữ. Ngôn ngữ là tập hợp các đơn vị, các quy tắc đã được xã hội quy ước và quy định. Lời nói là hoạt động cá nhân của con người sử dụng hệ thống ngôn ngữ chung để giao tiếp với các thành viên khác trong cộng đồng. Hoạt động ngôn ngữ là những hiện tượng trong đời sống một ngôn ngữ như: nghĩ thầm, độc thoại, hội thoại, viết, đọc, hiểu, tiếp xúc ngôn ngữ, vay mượn, dịch, khôi phục ngôn ngữ,...

1.1.2.2. Chức năng của ngôn ngữ

Vì ngôn ngữ là hiện tượng xã hội đặc biệt, chỉ sinh ra và phát

¹ Mai Ngọc Chừ (chủ biên), Nguyễn Thị Ngân Hoa, Đỗ Việt Hùng, Bùi Minh Toán (2007), *Nhập môn ngôn ngữ học*, NXB Giáo dục.

² *Từ điển tiếng Việt* (1997), Viện Ngôn ngữ học, NXB Đà Nẵng, Trung tâm Từ điển học Hà Nội - Đà Nẵng.

triển trong xã hội loài người, có tính cộng đồng và không có tính di truyền nên ngôn ngữ có những chức năng riêng mang tính đặc trưng.

Chức năng giao tiếp

Ngôn ngữ là phương tiện giao tiếp quan trọng nhất của con người, giúp con người hiểu nhau trong quá trình sinh hoạt và lao động; là công cụ sản xuất, công cụ đấu tranh giai cấp.

Chức năng phản ánh

Ngôn ngữ là phương tiện của tư duy. Ngôn ngữ loài người ra đời và phát triển là do con người thấy cần phải nói với nhau một cái gì đó, cần được thông báo với những người khác trong cộng đồng, tức là các kết quả của sự phản ánh thế giới khách quan (là tư duy) của con người.

Chức năng thể hiện tư duy

Ngôn ngữ là sự thể hiện thực tế của tư tưởng, trực tiếp tham gia vào quá trình hình thành tư tưởng. Ngôn ngữ của con người tồn tại dưới các dạng: thành tiếng (dạng biểu tượng âm thanh ở trong não) và chữ viết. Vì thế, chức năng phản ánh của ngôn ngữ không chỉ thể hiện khi ngôn ngữ phát ra thành lời mà cả khi im lặng suy nghĩ hoặc viết ra giấy.

1.1.2.3. Bản chất của ngôn ngữ

Khi nghiên cứu bản chất của ngôn ngữ, Mai Ngọc Chừ trong¹ cho rằng: “*Hoạt động ngôn ngữ có một mặt cá nhân và một mặt xã hội và không thể quan niệm mặt này mà thiếu mặt kia được*”. “*Tất nhiên, hai đối tượng này gắn bó khăng khít với nhau và giả định lẫn*

¹ Mai Ngọc Chừ (chủ biên), Nguyễn Thị Ngân Hoa, Đỗ Việt Hùng, Bùi Minh Toán (2007), *Nhập môn ngôn ngữ học*, NXB Giáo dục.

nhau: ngôn ngữ là cần thiết để cho lời nói có thể hiểu được và gây được tất cả những hiệu quả của nó; nhưng lời nói lại cần thiết để cho ngôn ngữ được xác lập; về phương diện lịch sử, sự kiện của lời nói bao giờ cũng đi trước. Cuối cùng, chính lời nói làm cho ngôn ngữ biến hoá”¹. Như vậy, ngôn ngữ là hiện thực trực tiếp của tư tưởng, là phương tiện để giao tiếp và là công cụ của tư duy. Theo các nghiên cứu trong² ngôn ngữ được thực tại hóa trong lời nói, lời nói chính là ngôn ngữ đang được dùng để giao tiếp giữa người với người. Ngôn ngữ là một hệ thống tín hiệu, có bản chất tín hiệu, sự hợp nhất của cái biểu hiện (vô âm thanh) và cái được biểu hiện (khái niệm về sự vật, hiện tượng được phản ánh, gọi tên).

Khi nói về bản chất của ngôn ngữ, trong cuốn bản chất tín hiệu của ngôn ngữ của tác giả Hoàng Cao Cương³ có nói đến hai khía cạnh: Bản chất kí hiệu và bản chất xã hội của ngôn ngữ. Bản chất kí hiệu mang tính đặc trưng cấu trúc, bản chất xã hội là các mặt chức năng khác của ngôn ngữ trong xã hội. Như là một sự kiện quan trọng của đời sống nhân loại, ngôn ngữ mang trong mình nó cả những đặc điểm của cấu trúc lẫn chức năng⁴.

Ngôn ngữ có bản chất văn hóa điều này thể hiện ngôn ngữ là tấm gương phản chiếu văn hóa dân tộc, là phương tiện giao tiếp quan trọng nhất của con người, được sử dụng nhiều nhất trong các

¹ Mai Ngọc Chừ (chủ biên), Nguyễn Thị Ngân Hoa, Đỗ Việt Hùng, Bùi Minh Toán (2007), Sdd.

² Mai Ngọc Chừ, Vũ Đức Nghiệu, Hoàng Trọng Phiến (2003), *Cơ sở ngôn ngữ và Tiếng Việt*, NXB Giáo dục. Và Hoàng Cao Cương (2007), *Bản chất tính hiệu của ngôn ngữ*,

Ngonngu.net, https://ngonngu.net/banchat_tinhieu/216

³ Hoàng Cao Cương (2007), Sdd.

⁴ Hoàng Cao Cương (2007), Sdd.

phương tiện giao tiếp¹. Ngôn ngữ tiếp xúc văn hóa và ngôn ngữ bản địa, đóng vai trò là phương tiện phản ánh, ghi lại văn hóa bản địa. Ngôn ngữ là công cụ sáng tác văn học và tiếp thu nền văn hóa dân tộc trong mỗi thời kì lịch sử.

Như vậy, bất kì một hiện tượng ngôn ngữ nào đã xuất hiện trong giao tiếp của loài người cũng phải bao gồm hai mặt khác nhau là mặt biểu hiện và mặt được biểu hiện. Mặt biểu hiện làm nhiệm vụ trung chuyển những ý nghĩ, tình cảm, xúc cảm, nhu cầu khác nhau của người nói tới được cơ quan thụ cảm của người nghe.

1.1.2.4. Đặc trưng của ngôn ngữ

Ngôn ngữ là một hệ thống tín hiệu vì các yếu tố trong ngôn ngữ được sắp đặt theo những quy luật nhất định, chúng không thể kết hợp với nhau một cách tùy tiện. Các đơn vị ngôn ngữ gồm âm vị, hình vị, từ, câu. Âm vị là đơn vị ngữ âm nhỏ nhất có tác dụng khu biệt nghĩa, cấu tạo vỏ âm thanh của các đơn vị khác. Hình vị là đơn vị có nghĩa nhỏ nhất dùng để cấu tạo từ. Từ là đơn vị có chức năng định danh. Câu là đơn vị có chức năng thông báo. Mỗi đơn vị tạo thành một hệ thống nằm trong một hệ thống lớn².

Ngôn ngữ là một hiện tượng xã hội đặc biệt vì: không phụ thuộc vào kiến trúc thượng tầng của riêng một xã hội nào; ngôn ngữ chỉ có thể biến đổi liên tục chứ không tạo ra ngôn ngữ mới; ngôn ngữ không có tính giai cấp³.

¹ Nguyễn Thiện Giáp (1997), *Giáo trình ngôn ngữ học*, NXB Đại học Quốc gia Hoàng Cao Cương (2007), *Sđđ*. Hà Nội, Hà Nội.

² Nguyễn Thiện Giáp (1997), *Sđđ*.

³ Hoàng Cao Cương (2007), *Sđđ*.

1.1.3. Ngôn ngữ toán học

1.1.3.1. Sơ lược về lịch sử phát triển ngôn ngữ toán học

Qua nghiên cứu lí luận, các nhà toán học cho rằng toán học là khoa học suy diễn, loại tri thức lí thuyết, hệ thống đối tượng toán học được xác định một cách tiên nghiệm nhưng lớp đối tượng được ứng dụng thành quả toán học lại phi tiên nghiệm. Giao tiếp trong hoạt động toán học chủ yếu là dùng NNTH. NNTH là một hệ thống ngôn ngữ hình thức hoá mang tính tượng trưng. Kiến thức toán học ngày càng phát triển, kéo theo sự phát triển của NNTH. Đồng thời NNTH chủ yếu là ngôn ngữ sử dụng hệ thống kí hiệu, nên sự phát triển này gắn liền với sự phát triển của kí hiệu toán học¹.

Galilei Galileo (1564 - 1642), người được mệnh danh là cha đẻ của khoa học hiện đại cho rằng “*Tự nhiên là cuốn sách được viết bởi NNTH*”. Điều này có thể được giải thích như sau: Tất cả những định luật của khoa học tự nhiên đều được phát biểu dưới dạng những biểu diễn toán học như các phương trình, các bất đẳng thức. Tính đúng đắn của các phương trình, rộng hơn là các quan hệ toán học được thừa nhận là bất biến. Đây là nền tảng vững chắc cho việc xây dựng tòa lâu đài tri thức của con người về giới tự nhiên.

Quá trình suy luận này sẽ không thể thực hiện được nếu không sử dụng NNTH. Từ thực tế khách quan đó buộc con người phải phát minh ra một phương tiện để giao tiếp. Phương tiện giao tiếp hữu hiệu nhất trong hoạt động toán được phát triển theo các giai đoạn phát triển của loài người. Giai đoạn đầu là hình thành hệ thống số tự nhiên và phân số. Đây là giai đoạn đưa vào hệ thống số đếm theo thứ tự và ý nghĩa đặc biệt của số 0. Giai đoạn này phát triển tất yếu

¹ Vũ Thị Bình (2016), Sdd.

vì nó là cơ sở để thực hiện các phép tính toán đơn giản như cộng (+), trừ (−), nhân ($\times$), chia ($:$).

Giai đoạn tiếp theo là phát triển các hệ thống kí hiệu của đại số như delta (Δ), căn bậc 2 ($\sqrt{}$),... Việc phát triển của hệ thống này cho phép chúng ta thể hiện các biến đổi biểu thức phức tạp, các quy tắc giải phương trình một cách trực quan dễ hiểu hơn.

Không dừng ở đó, khi toán học phát triển đòi hỏi phải có các kí hiệu để biểu diễn chúng, các kí hiệu này phải thống nhất trên toàn thế giới. Do đó những người hoạt động toán phát triển hệ thống kí hiệu trong Giải tích, lí thuyết tập hợp và logic toán, Hình học như là tích phân ($\int$), sigma (Σ), vectơ ($\vec{x}$)... Đến thời điểm hiện tại khi công nghệ thông tin phát triển như vũ bão, sự phát triển này có đóng góp một phần không nhỏ của toán học. Để đáp ứng nhu cầu phát triển đó NNTH cũng phát triển. Điều này thể hiện là có rất nhiều kí hiệu toán học mới được dùng trong ngành công nghệ thông tin. Chẳng hạn, trong ngôn ngữ lập trình Pascal nếu muốn diễn đạt x^2 , $\sqrt{x}$ người ta dùng kí hiệu tương ứng là $SQR(x)$, $SQRT(x)$.

Sự phát triển của hệ thống kí hiệu làm phong phú NNTH, giúp các ngành toán học gắn kết với nhau. Chỉ sử dụng kí hiệu đại số và các phép toán chuyên qua giới hạn có thể hiểu được nhiều khái niệm trong Giải tích toán học. Mỗi một chuyên ngành toán học mới xuất hiện đều kèm theo hệ thống kí hiệu riêng của lĩnh vực đó¹.

1.1.3.2. Khái niệm ngôn ngữ toán học

a. Khái niệm

Các nhà nghiên cứu đã chỉ ra rằng hầu hết các kí hiệu toán

¹ Nguyễn Thanh Hưng, Kiều Mạnh Hùng (2017), “Rèn luyện kĩ năng sử dụng ngôn ngữ toán học cho học sinh Dự bị đại học”, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số 136, 01/2017, tr.89-92.

học đang dùng ngày nay chỉ mới được phát minh vào thế kỉ 16. Trước đó, nội dung của toán học được viết ra bằng chữ (tương tự như NNTN), quá trình nhọc nhằn này đã cản trở sự phát triển của toán học¹.

NNTH là kết quả của sự sáng tạo con người nhằm biểu diễn các sự kiện toán học. Là sự khắc phục các mặt tồn tại (sự công kênh) trong NNTN, mở rộng khả năng biểu đạt; loại bỏ tính đa nghĩa. Trong cuốn Phương pháp dạy học môn Toán, Nguyễn Bá Kim cho rằng “*Hoạt động ngôn ngữ được HS thực hiện khi họ được yêu cầu phát biểu, giải thích một định nghĩa, một mệnh đề nào đó, đặc biệt là bằng lời lẽ của mình, hoặc biến đổi chúng từ dạng này sang dạng khác, chẳng hạn từ dạng kí hiệu toán học sang dạng NNTN hoặc ngược lại*”².

Một số quan niệm về NNTH:

Hầu hết các nhà nghiên cứu đều cho rằng, NNTH hiểu theo nghĩa hẹp là ngôn ngữ được xây dựng trên hệ thống các kí hiệu toán học. Theo nghĩa rộng NNTH là bao hàm NNTH theo nghĩa hẹp và các thuật ngữ toán học, hình vẽ, mô hình, biểu đồ, đồ thị, có tính chất quy ước nhằm diễn đạt các nội dung toán học được chính xác, logic và ngắn gọn.

Ví dụ 1.1: Cho hai mệnh đề P và Q . Mệnh đề có dạng “ P nếu và chỉ nếu Q ” được gọi là mệnh đề tương đương và kí hiệu là “ $P \Leftrightarrow Q$ ”³. Trong ví dụ này, các thuật ngữ toán học: “*mệnh đề*”, “*mệnh đề*

¹ Nguyễn Đức Dân (1970), *Ngôn ngữ toán học*, NXB Đại học sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

² Nguyễn Bá Kim (2002), *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm, trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

³ Đoàn Quỳnh, Nguyễn Huy Đoan, Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng, Trần Văn Vương, *Đại số nâng cao lớp 10* (Sách chỉnh lí hợp nhất năm 2000),

tương đương”; các kí hiệu toán học: $P, Q, \Leftrightarrow$; các liên từ logic: “và”, “nếu và chỉ nếu”; NNTN: “cho”, “có dạng”, “được gọi là”, “kí hiệu là”,... Tất cả được sử dụng đan xen, thống nhất với nhau tạo thành mệnh đề toán học.

Theo nhà tâm lí học người Pháp Raymond Duval thì NNTH bao gồm ngôn ngữ, các kí hiệu tượng trưng, hình ảnh trực quan¹.

Trong cuốn *Những vấn đề cơ sở của phương pháp dạy và học toán cấp 1*², tác giả Hà Sĩ Hồ cho rằng NNTH là một hệ thống các thuật ngữ, kí hiệu toán học chủ yếu ở dạng ngôn ngữ viết. Các kí hiệu này có tính chất quy ước để diễn đạt nội dung toán học đảm bảo tính logic, chính xác và ngắn gọn. Bên cạnh hệ thống thuật ngữ, kí hiệu thì toán học còn sử dụng các hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, đồ thị,... làm phương tiện để biểu thị nội dung toán học. Khi đó, hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, đồ thị,... được coi là các “*phương tiện trực quan tượng trưng*”.

Theo Hoàng Chúng³ thì “*mỗi phương tiện trực quan tượng trưng là một loại ngôn ngữ*”.

Trong Luận án này, chúng tôi thống nhất với quan điểm về NNTH của tác giả Nguyễn Đức Dân trong⁴: “*NNTH bao gồm các kí*

NXB Giáo dục, Hà Nội.

¹ Raymond Duval et. al. (2005), “Language and Mathematics”, *CERME 4*.

² Hà Sĩ Hồ (1990), *Những vấn đề cơ sở của phương pháp dạy và học toán cấp 1*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

³ Hoàng Chúng (1997), *Một số vấn đề giảng dạy ngôn ngữ và kí hiệu toán học ở trường phổ thông cấp 2*, Bộ GD&ĐT, Vụ Giáo viên, Hà Nội.

⁴ Nguyễn Đức Dân (1970), *Ngôn ngữ toán học*, NXB Đại học sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

hiệu, thuật ngữ (từ, cụm từ), biểu tượng và các quy tắc kết hợp chúng dùng làm phương tiện để diễn đạt nội dung toán học một cách logic, chính xác, rõ ràng. Kí hiệu gồm chữ số, chữ cái, kí tự alphabetic, dấu các phép toán, dấu quan hệ và các dấu ngoặc được dùng trong toán học. Biểu tượng gồm hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ hoặc mô hình của đối tượng cụ thể”.

b. Ngữ nghĩa và cú pháp

Trong dạy học môn Toán nói chung và NNTH nói riêng, cần quan tâm đúng mức đến hai phương diện: *ngữ nghĩa* và *cú pháp*.

Theo tác giả Nguyễn Bá Kim: Trong Toán học, người ta phân biệt cái kí hiệu và cái được kí hiệu, cái biểu diễn và cái được biểu diễn. Nếu xem xét phương diện những cái kí hiệu, những cái biểu diễn, đi vào cấu trúc hình thức và những quy tắc hình thức để xác định và biến đổi chúng, thì đó là phương diện *cú pháp*. Nếu xem xét phương diện những cái được kí hiệu, những cái được biểu diễn, tức là đi vào nội dung, nghĩa của những cái kí hiệu, những cái biểu diễn thì đó là phương diện *ngữ nghĩa*¹.

W. Walsch đã nêu lên hai mặt *ngữ nghĩa* và *cú pháp* của một số đối tượng thường gặp trong Toán học: Phương diện *ngữ nghĩa* của Toán học là mặt xem xét nội dung của những mệnh đề toán học và nghĩa của những cách đặt vấn đề toán học. Phương diện *cú pháp* của Toán học là mặt xem xét cấu trúc hình thức và sự biến đổi hình thức những biểu thức toán học, sự làm việc theo những quy tắc xác định và nói riêng là sự làm việc theo thuật giải.

Thực tế dạy học cho thấy, không ít HS còn yếu trong việc nắm *cú pháp* của NNTH, *chẳng hạn*, HS cho rằng: $-(a + b) = -a + b$;

¹ Nguyễn Văn Thuận (2004), Sdd.

từ đẳng thức $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R}$ suy ra đẳng thức $R_1 + R_2 = R$;

$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a}$; $\sqrt{a^2} = a$ (không cần để ý dấu của a);

$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$; $(-x)^n = -x^n$ (không cần để ý n chẵn hay lẻ);

$$f^1(x) = \frac{1}{f(x)}; \dots$$

Mặt khác, nhiều HS tuy có “*nhắm được*” cú pháp một cách hình thức nhưng không hẳn đã hiểu được ngữ nghĩa của ngôn ngữ

kí hiệu toán học. Ví dụ: Sau khi biết $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (*) HS có

thể chứng minh mệnh đề: $C_n^{n-k} = C_n^k$ (**) bằng cách áp dụng trực tiếp công thức (*). Tuy nhiên rất ít em có thể chứng minh được công thức (**) bằng cách theo cách hiểu của C_n^k : C_n^k là số tập con có k phần tử của một tập X gồm n phần tử, C_n^{n-k} là số tập con có $n - k$ phần tử của tập X . Nếu tách ra từ X một tập con có k phần tử thì còn lại một phần bù có $n - k$ phần tử và ngược lại. Như vậy: nếu tập X có bao nhiêu tập con gồm k phần tử thì nó sẽ có bấy nhiêu tập con gồm $n - k$ phần tử. Nói cách khác: $C_n^k = C_n^{n-k}$. Có thể xét thêm ví dụ chẳng hạn như nhiều HS biết sử dụng công thức $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$, nhưng không phải em nào cũng hiểu được bản chất của dấu “=” trong công thức.

Qua các ví dụ trên có thể khẳng định sự cần thiết phải quan tâm một cách đúng mức đến các phương diện *ngữ nghĩa* và *cú pháp* trong dạy học môn Toán.

Trong dạy học phương trình, ban đầu phải chú trọng chủ yếu

đến phương diện ngữ nghĩa, càng về sau càng tăng cường thêm những yếu tố về phương diện cú pháp nhưng không bao giờ được lãng quên mặt ngữ nghĩa. Chú trọng phương diện ngữ nghĩa sẽ làm cho học sinh hiểu về phương trình một cách sâu sắc, khắc phục được những hiểu biết hình thức và máy móc. Quan tâm tới phương diện cú pháp sẽ góp phần rèn luyện cho học sinh kỹ năng và kỹ xảo trong việc giải phương trình¹.

1.1.3.3. Chức năng của ngôn ngữ toán học

NNTN là một hiện tượng xã hội nên nó chỉ sinh ra và phát triển trong xã hội loài người². NNTN là phương tiện để giao tiếp và là công cụ của tư duy. Trong giao tiếp con người sử dụng nhiều phương tiện khác nhau nhưng NNTN là phương tiện duy nhất thỏa mãn được tất cả các nhu cầu của con người. Sở dĩ NNTN trở thành một công cụ giao tiếp vạn năng của con người vì nó đồng hành cùng con người, luôn được bổ sung và hoàn thiện cùng với sự hoàn thiện dần theo lịch sử tiến hoá của nhân loại. Cũng giống như NNTN, NNTH cũng có ba chức năng cơ bản là: hiện thực trực tiếp của tư duy, phản ánh tư duy và phương tiện giao tiếp trong toán học.³

a. Ngôn ngữ toán học là hiện thực trực tiếp của tư duy

Tư duy (xem thêm mục 1.1.4) là cái được biểu hiện còn NNTH là cái biểu hiện. Chính nhờ có NNTH mà kiến thức toán học phân chia được thành các khái niệm. Nếu không có NNTH thì con người

¹ Nguyễn Văn Thuận (2004), Sđd.

² Nguyễn Thiện Giáp (1997), *Giáo trình ngôn ngữ học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

³ Vũ Thị Bình (2016), Sđd.

không có phương tiện phân cắt thực tại ra các khái niệm, các định lí, các mệnh đề,... Chính các từ, kí hiệu, thuật ngữ,... đã cố định hóa các ý tưởng về kiến thức toán học vào các nội dung cụ thể.

Mặt khác NNTH còn là phương tiện để biểu đạt kết quả của tư duy.

Ví dụ 1.2: Khi xét phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). Nếu hai hệ số a và c trái dấu thì kết luận phương trình có hai nghiệm thực. Sở dĩ có kết luận này là chúng ta đã tư duy đến dấu của biệt số delta Δ . Tuy nhiên muốn người khác cũng hiểu điều này thì cách tốt nhất là sử dụng NNTH. *Cụ thể:* Ta có $\Delta = b^2 - 4a \times c = b^2 + 4(-a \times c) > 0$.

Tóm lại, có thể khẳng định rằng tư duy là cái được biểu hiện còn NNTH là cái để biểu hiện kết quả của tư duy.

b. Ngôn ngữ toán học phản ánh tư duy

Bên cạnh chức năng thực hiện trực tiếp tư duy, NNTH còn tham gia vào quá trình suy nghĩ giải quyết các vấn đề toán học. NNTH phản ánh tư duy của một cá nhân thể hiện qua việc các ý tưởng toán học mà người đó đưa ra qua cách biểu diễn bằng NNTH có rõ ràng không. Nếu một cá nhân đưa ra ý tưởng toán học nhưng không biểu diễn được bằng NNTH thì ý tưởng toán học đó chưa chính xác, rõ ràng.

Khi tiến hành các hoạt động tư duy nhằm giải quyết một vấn đề toán học thì người làm toán cần phải có một vốn tri thức, sự hiểu biết liên quan đến vấn đề cần giải quyết. Vốn tri thức đó có được là nhờ các hoạt động khám phá, tìm tòi, nghiên cứu và tích lũy trong quá trình làm toán. Vốn tri thức này được lưu giữ, tàng trữ trong bộ não của con người chủ yếu là nhờ NNTH. Thông qua NNTH loài

người có thể truyền thụ những tri thức toán học từ người này sang người khác, từ thế hệ này sang thế hệ khác¹.

c. Ngôn ngữ toán học là phương tiện giao tiếp trong hoạt động toán học

Giao tiếp là hoạt động gặp gỡ, tiếp xúc giữa các thành viên trong xã hội để trao đổi thông tin, tư tưởng, tình cảm và để bày tỏ thái độ của bản thân với thế giới xung quanh. Giao tiếp trong toán học được hiểu như là hoạt động của những người làm việc với toán học. Nó là nhu cầu có tính bắt buộc, thiết yếu với con người trong hoạt động toán học. Hoạt động giao tiếp trong quá trình làm việc với toán học ngày càng phong phú, đa dạng cùng với sự phát triển của con người và xã hội. Nhờ có hoạt động giao tiếp, chúng ta mới đưa toán học phát triển như ngày hôm nay. Đặc điểm của hoạt động giao tiếp trong toán học xảy ra trong quá trình làm việc với toán, với công cụ là NNTH và nhằm một mục tiêu giới thiệu, trao đổi các vấn đề toán học. Để đáp ứng được các nhu cầu giao tiếp của người này và người kia trong quá trình làm toán, các nhà toán học đã tạo ra và thiết lập rất nhiều các hệ thống tín hiệu khác nhau bên cạnh hệ thống tín hiệu NNTH. Các hệ thống tín hiệu này vượt qua các biên giới quốc gia, các ranh giới của thể chế chính trị và được truyền từ đời này sang đời khác².

Nếu NNTN được sử dụng làm phương tiện để giao tiếp, truyền đạt những suy nghĩ, ý tưởng của con người với nhau thì NNTH được sử dụng làm phương tiện để giao tiếp, truyền đạt những

¹ Vũ Thị Bình (2016), Sđd.

² Trương Đình (2000), *Phát triển ngôn ngữ cho học sinh phổ thông*, NXB Đà Nẵng.

suy nghĩ, ý tưởng toán học của những người làm toán với nhau. Khi nghiên cứu chức năng giao tiếp của NNTN, nhà ngôn ngữ học vĩ đại người Anh, Michael Halliday cho rằng ngôn ngữ giúp con người xây dựng hình ảnh tinh thần của thực tại, trao đổi kinh nghiệm của những gì đang diễn ra xung quanh và bên trong mỗi chúng ta. Còn Mercer (2000) nhận xét, ngôn ngữ là phương tiện để con người cùng nhau suy nghĩ, cùng nhau tạo ra kiến thức và sự hiểu biết, làm cho mọi người trên thế giới hiểu nhau hơn (dẫn theo¹).

Tóm lại, chức năng quan trọng nhất của NNTH là công cụ chủ yếu cho hoạt động giao tiếp toán học. Tất cả các phương tiện giao tiếp khác dù có những ưu điểm nhất định chỉ là các phương tiện giao tiếp bổ sung quan trọng mà thôi.

1.1.3.4. Vai trò của ngôn ngữ toán học trong chương trình môn Toán dùng cho học sinh Dự bị đại học

NNTH cần phản ánh ba mặt sau:

Về mặt ngữ nghĩa: Thiết lập mối quan hệ giữa kí hiệu và đối tượng toán học mà chúng biểu thị.

Về mặt ngữ pháp: Các kiến thức về quy tắc, cách viết, sự phát âm các kí hiệu, công thức, phương trình và thuật ngữ toán học.

Về mặt thực tiễn: Trang bị phương pháp, cách thức trình bày nội dung toán học bằng NNTH và đảm bảo sự giao tiếp bằng NNTH theo các kĩ năng nghe, nói, đọc, viết.

NNTH được sử dụng trong toàn bộ các giai đoạn của quá trình dạy học môn Toán với các chức năng đa dạng. Với sự hỗ trợ của NNTH, nội dung toán học được truyền đạt và lĩnh hội trong hoạt động dạy và học. NNTH góp phần giúp HS hình thành khái niệm

¹ Vũ Thị Bình (2016), Sdd.

toán học, phương pháp nhận thức đặc trưng môn Toán, hình thành mối liên hệ nội môn và liên môn, phát triển tư duy và hình thành thế giới quan duy vật biện chứng cho HS.

NNTH tham gia vào tri thức kinh nghiệm, vào sự khái quát hóa và hệ thống hóa các kết quả của kiến thức môn Toán. NNTH có vai trò to lớn trong phương pháp nhận thức toán học; khái quát các tri thức lí thuyết; các biểu tượng; các kí hiệu như: sơ đồ, đồ thị, hình vẽ,...

Kĩ năng sử dụng NNTH và vận dụng trong những tình huống khác nhau là tiêu chuẩn không chỉ của việc nắm vững kiến thức toán học mà còn là tiêu chuẩn của sự phát triển tư duy HS. Tất cả các kĩ năng hoạt động với NNTH đều liên quan đến hoạt động trí tuệ. Sự so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa, mã hóa bằng các kí hiệu, mô hình hóa,... đều thuộc về các trình độ nắm vững NNTH.

Các kĩ năng về sử dụng NNTH cho phép thực hiện các hoạt động nhận thức một cách có hiệu quả: nắm và củng cố khái niệm, tìm hiểu tính chất, phương pháp, phân tích bài toán, giải các bài toán.

Ví dụ 1.3: Xét các kí hiệu trong Lí thuyết tập hợp.

Kí hiệu “ $\in$ ” thay cho từ “thuộc”; kí hiệu “ $\notin$ ” thay cho cụm từ “không thuộc” để “*diễn tả quan hệ giữa một phần tử với một tập hợp*”.

Chẳng hạn: Kí hiệu $a \in A$, đọc là phần tử a thuộc tập hợp A hoặc a là phần tử của tập hợp A ; Kí hiệu $b \notin A$, đọc là phần tử b không thuộc tập hợp A hoặc b không là phần tử của tập hợp A .

Kí hiệu “ $\subset$ ” thay cho từ “con” hay cụm từ “chứa trong”; kí hiệu “ $\supset$ ” thay cho từ “chứa” khi “*diễn tả quan hệ giữa hai tập hợp*”.

Chẳng hạn: Kí hiệu: $A \subset B$ hay $B \supset A$ và đọc là: A là tập hợp con của tập hợp B hoặc tập hợp A được chứa trong tập hợp B hoặc tập hợp B chứa tập hợp A .

Kí hiệu $\nsubseteq$ thay cho từ “không là tập con” hay cụm từ “không chứa trong”. Chẳng hạn: Kí hiệu $A \nsubseteq B$ đọc là tập hợp A không là tập con của tập hợp B , hay đọc là tập hợp A không chứa trong tập hợp B hay tồn tại một phần tử x thuộc tập hợp A mà không thuộc tập hợp B ($\exists x, x \in A \Rightarrow x \notin B$).

Ví dụ 1.4: Cho tập hợp $A = \{1; 3; 5\}$, $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $C = \{2; 4; 6\}$. Ta có: $A \subset B$, $C \not\subset B$, $A \not\subset C$, $C \not\subset A$.

Kí hiệu “ $\emptyset$ ” thay cho “tập rỗng”, “tập không có phần tử nào”.
Ví dụ: Tập hợp nghiệm thực của phương trình $x^2 + 1 = 0$ là tập $\emptyset$.

Kí hiệu “ $\cap$ ” thay cho từ “giao” khi diễn đạt phép toán giao của hai tập hợp.

Ví dụ 1.5: Tập hợp A gồm các ước nguyên dương của 12 là $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$. Tập hợp B gồm các nghiệm của phương trình $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$ là $B = \{0; 2; 3\}$. Khi đó tập $A \cap B = \{2; 3\}$.

Kí hiệu “ $\leq$ ” thay cho cụm từ “bé hơn hoặc bằng”; kí hiệu “ $\geq$ ” thay cho cụm từ “lớn hơn hoặc bằng” khi diễn đạt biểu thức chứa chữ, chẳng hạn:

Viết $a \leq b$ để chỉ $a < b$ hoặc $a = b$, viết $b \geq a$ để chỉ $b > a$ hoặc $b = a$.

Kí hiệu “ $\cdot$ ” với vai trò công cụ, thay cho cụm từ “phép nhân”, ví dụ: $\overline{ab} = 10 \cdot a + b$. Ngoài ra người ta cũng dùng dấu “ $\times$ ” để chỉ phép nhân. Như vậy, có hai kí hiệu thay cho cụm từ “phép nhân”, để diễn đạt một mệnh đề toán học.

Kí hiệu “ $\neq$ ” cũng xuất hiện với vai trò thay cho cụm từ “khác nhau”, dùng kí hiệu này khi diễn đạt hai đối tượng không giống nhau, ví dụ: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Kí hiệu “ $:$ ” thay cho cụm từ “chia hết cho”, dùng kí hiệu này

khi diễn đạt quan hệ chia hết của hai số hay biểu thức chứa chữ, chẳng hạn: $a : m$ và $b : m \Rightarrow (a + b) : m$

Kí hiệu “ $\Rightarrow$ ” thay cho cụm từ “*suy ra*” hoặc “*kéo theo*”, dùng kí hiệu này khi diễn đạt đối tượng A kéo theo đối tượng B , chẳng hạn: $a < b$ và $b < c \Rightarrow a < c$.

Kí hiệu “ $\Leftrightarrow$ ” thay cho cụm từ “*trương đương*” dùng kí hiệu này khi diễn đạt đối tượng A trương đương đối tượng B , chẳng hạn: $a \leq b$ và $b \geq a \Leftrightarrow a = b$. Chú ý giới thiệu dấu “ $\Leftrightarrow$ ” (trương đương) GV có thể giải thích cho HS là nó có thể được thay bằng hai dấu “ $\Rightarrow$ ” và “ $\Leftarrow$ ”.

Kí hiệu “ $-$ ” xuất hiện không chỉ thay cho cụm từ “*phép trừ*” mà còn thay cho từ “*âm*” hay “*trừ*” trong hệ thống số nguyên, chẳng hạn: Nếu thêm dấu “ $-$ ” trước các số tự nhiên 1, 2, 3 ta được -1 , -2 , -3 và đọc là âm 1, âm 2, âm 3 hoặc trừ 1, trừ 2, trừ 3.

Như vậy kí hiệu dấu “ $-$ ” với ba nghĩa khác nhau là: Dấu “ $-$ ” trong phép trừ, dấu “ $-$ ” của số nguyên âm, dấu “ $-$ ” của số đối.

Kí hiệu “ $||$ ” thay cho cụm từ “*giá trị tuyệt đối*”, dùng kí hiệu này khi diễn đạt giá trị tuyệt đối của một “*số*” hoặc “*chữ*” hoặc “*biểu thức*”, chẳng hạn: $|a|$, $|2| = 2$, $|-3| = 3$.

Kí hiệu “ $:$ ” xuất hiện với vai trò là thay cho cụm từ “*tỉ số*” và đã ngầm đồng nhất kí hiệu “*phép chia*” với “*tỉ số*” là một, chẳng hạn: Tỉ số của a và b kí hiệu là $a : b$ và cũng kí hiệu là $\frac{a}{b}$.

Trong chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học, hầu hết các kiến thức lí thuyết trong bài học đều được khái quát hóa thành những công thức hoặc quy tắc và được diễn đạt bằng ngôn ngữ kí hiệu toán học hoặc kết hợp giữa ngôn ngữ kí hiệu toán

học và ngôn ngữ thông thường. *Chẳng hạn*: Tính chất kết hợp của phép cộng các số nguyên: $(a + b) + c = a + (b + c)$. GV cần quan tâm rèn luyện cho HS cách diễn đạt mệnh đề toán học bằng ngôn ngữ kí hiệu toán học.

Ngôn ngữ kí hiệu toán học trong phần Hình học của chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học được giới thiệu dựa vào việc sử dụng những kí hiệu của lí thuyết tập hợp để diễn đạt các quan hệ hình học như: quan hệ “thuộc”, quan hệ “bao hàm”. *Chẳng hạn*: Điểm A thuộc đường thẳng a kí hiệu là $A \in a$; điểm B không thuộc đường thẳng a kí hiệu là $B \notin a$. Hơn nữa GV nên chú ý nhấn mạnh cho HS sử dụng thành thạo các cách diễn đạt trực quan như “*nằm trên*”, “*nằm ngoài*”, “*đi qua*”, “*không đi qua*”, “*chứa*”, “*không chứa*”.

Một số quy ước trong sử dụng ngôn ngữ kí hiệu toán học mà HS buộc phải tuân theo, chẳng hạn như dùng các chữ cái thường $a, b, c, \dots$ để đặt tên cho các đường thẳng; $A, B, C, M, N, P, \dots$ để đặt tên cho các điểm. Đối với đường thẳng đi qua hai điểm A, B thì không kí hiệu là AB mà luôn có cụm từ “*đường thẳng*” đứng trước, chẳng hạn ta gọi đường thẳng đi qua hai điểm A và B là đường thẳng AB hoặc đường thẳng BA .

Kí hiệu “*đoạn thẳng*” là xác định rõ đoạn thẳng đó tạo bởi hai điểm nào. Chẳng hạn nói đoạn thẳng AB là muốn nói đoạn thẳng tạo bởi hai điểm A và B .

Kí hiệu “ $\wedge$ ”, thay cho từ “*góc*” khi diễn đạt góc tạo bởi hai tia hay góc trong tam giác, chẳng hạn: góc $x\widehat{O}y$.

Kí hiệu “ R ” hoặc “ r ” thay cho cụm từ “*bán kính*” của đường tròn. Kí hiệu “ Δ ” thay cho cụm từ “*tam giác*” khi diễn đạt tên gọi một tam giác, chẳng hạn:

Thay vì viết “*tam giác ABC*” ta kí hiệu là ΔABC . Kí hiệu “ Δ ” không đứng độc lập, chẳng hạn ta không thể viết “*cho Δ vuông...*”.

1.1.4. Tư duy và tư duy toán học

1.1.4.1. Tư duy

Theo *Từ điển Bách khoa Việt Nam*, tư duy được giải thích như là nhận thức bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật, bằng những hình thức như biểu tượng, khái niệm, phán đoán, suy lí¹.

Ở Việt Nam, từ năm 1986, từ “*tư duy*” được dùng không ít trên các phương tiện thông tin đại chúng, trong các cụm từ như “*cần đổi mới tư duy, đặc biệt, tư duy kinh tế*”, “*cần thay đổi tư duy*”, “*cần tư duy mới*”, “*cần có tư duy độc lập*”, “*cần có tư duy sáng tạo*”, “*cần khắc phục tư duy trì trệ*”, “*cần khắc phục tư duy giáo điều*”... Có một thực tế là, tư duy duy cực kì quan trọng, ai cũng muốn tư duy tốt nhưng hiểu biết một cách khoa học của nhiều người trong xã hội về tư duy lại rất ít và cũng ít người có ý thức tự tìm hiểu tư duy của chính mình².

Có nhiều định nghĩa về tư duy: “Tư duy là quá trình phản ánh tích cực hiện thực, gắn kết với việc giải quyết vấn đề này hay vấn đề khác, là sản phẩm cao cấp nhất của loại vật chất được tổ chức đặc biệt - bộ óc của con người. Kết quả của quá trình tư duy là các ý nghĩ giải quyết vấn đề”³. (tư duy là loại hoạt động của bộ óc con người).

Tư duy là sản phẩm cao nhất của cái vật chất được tổ chức một cách đặc biệt là bộ não, quá trình phản ánh tích cực thế giới khách quan trong các khái niệm, phán đoán, lí luận,...⁴

¹ *Từ điển Bách khoa Việt Nam* (2011), NXB Từ điển Bách khoa, Hà Nội.

² Tiến Thành (2008), *Phương pháp tư duy logic*, NXB Văn hóa thông tin.

³ Lê Hải Yến (2008), *Dạy cách tư duy*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

⁴ Nguyễn Cảnh Toàn (1969), *Rèn luyện kĩ năng sáng tạo Toán học ở trường*

Trong Luận án này, chúng tôi thống nhất với quan điểm về tư duy của tác giả Phạm Minh Hạc trong: *“Tư duy là một quá trình tâm lí phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối liên hệ và quan hệ bên trong có tính quy luật của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan mà trước đó chủ thể nhận thức chưa biết”*¹.

Đặc điểm của tư duy

- * Tư duy chỉ nảy sinh khi gặp những hoàn cảnh có vấn đề;
- * Tư duy có tính khái quát;
- * Tư duy có tính gián tiếp;

* Tư duy có quan hệ mật thiết với nhận thức cảm tính: tư duy thường bắt đầu từ nhận thức cảm tính, dù tư duy có khái quát và trừu tượng đến đâu thì nội dung của tư duy vẫn chứa đựng những thành phần cảm tính (cảm giác, tri giác, hình tượng trực quan, ...). X. L. Rubinstêin khẳng định rằng: *“Nội dung cảm tính bao giờ cũng có trong tư duy trừu tượng, tựa hồ như làm thành chỗ dựa cho tư duy”*².

* Tư duy là một quá trình: tư duy được xét như một quá trình, nghĩa là tư duy có nảy sinh, diễn biến và kết thúc. Quá trình tư duy bao gồm nhiều giai đoạn kế tiếp nhau.

* Quá trình tư duy là một hành động trí tuệ: quá trình tư duy được diễn ra bằng cách chủ thể tiến hành những thao tác trí tuệ nhất định. Có rất nhiều thao tác trí tuệ tham gia vào một quá trình tư duy cụ thể với tư cách một hành động trí tuệ: phân tích, tổng hợp, so

phổ thông, NXB Giáo dục, Hà Nội.

¹ Phạm Minh Hạc (chủ biên) (1988), *Tâm lí học*, NXB Giáo dục, Hà nội.

² Nguyễn Văn Thuận (2004), Sđd.

sánh, trừu tượng hoá, khái quát hoá, ...

1.1.4.2. Tư duy toán học

Nghiên cứu tư duy toán học được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm vì nó giúp GV tìm ra các biện pháp thích hợp để kích thích khả năng sáng tạo của HS. Để phát triển tư duy, thì không thể không rèn luyện các thao tác tư duy. Các thao tác của tư duy phổ biến là: *Phân tích, tổng hợp, tương tự hóa, khái quát hóa, đặc biệt hóa và so sánh*. Để có khả năng tư duy tốt trong toán học HS phải biết khắc phục hai nguyên nhân thường gặp là “*lối mòn tư duy*” và “*bị ỳ tâm lý*”. Những nguyên nhân này nếu không được loại bỏ sớm sẽ làm cho HS giải bài toán một cách thụ động, tức là chỉ biết giải các bài toán khi có sẵn phương pháp, các bước giải cụ thể. HS sẽ gặp khó khăn khi đứng trước những bài toán khó, những bài toán đòi hỏi phải kết hợp nhiều phương pháp giải¹.

GV phải luôn tạo môi trường thuận lợi cho HS rèn luyện và phát triển các thao tác tư duy. Cụ thể thông qua việc giải các bài toán từng bước xóa bỏ lối suy nghĩ của HS rằng bài toán chỉ có một cách giải, giải như vậy là xong rồi, đã “*hết cách*” giải rồi. Đồng thời thông qua các câu hỏi gợi vấn đề GV nhắc HS không được chấp nhận lối mòn, phải có những suy nghĩ linh hoạt để tìm lời giải. Để rèn luyện các thao tác của tư duy, GV phải giúp HS thực hiện bốn giai đoạn: *Giai đoạn chuẩn bị* (giai đoạn của sự nghiên cứu lí thuyết, sưu tầm tài liệu tham khảo, tổng hợp kiến thức liên quan để sẵn sàng cho một hoạt động sáng tạo); *Giai đoạn áp dụng* (giai đoạn mà bài toán cần giải

¹ Đỗ Ngọc Miên (2014), *Phát triển một số tư duy sáng tạo cho học sinh Tiểu học*, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

quyết được đặt sang một bên, để trực giác, tiềm thức, cảm xúc trỗi dậy về nó); *Giai đoạn bừng sáng* (khoảnh khắc mà giải pháp đột ngột xuất hiện tuy vẫn còn ở trạng thái mơ hồ và có phần lộn xộn, chưa rõ ràng); *Giai đoạn xác nhận* (ý tưởng được thể hiện ở dạng có thể chứng minh và được trình bày mạch lạc đầy đủ thành lời giải hoàn chỉnh bài toán)¹.

Trong Luận án này, chúng tôi sử dụng định nghĩa tư duy toán học: Tư duy toán học được hiểu là hình thức biểu lộ tư duy biện chứng trong quá trình con người nhận thức khoa học toán học hay trong quá trình áp dụng toán học vào các khoa học khác như kỹ thuật, kinh tế,... Tư duy toán học có các tính chất đặc thù được quy định bởi tính chất của khoa học toán học vì có sự áp dụng các phương pháp toán học để nhận thức các hiện tượng thế giới hiện thực, cũng như bởi chính các phương thức chung của tư duy mà nó sử dụng².

1.1.5. Mối quan hệ giữa ngôn ngữ và tư duy, ngôn ngữ toán học và tư duy toán học

1.1.5.1. Mối quan hệ ngôn ngữ và tư duy

Ngôn ngữ và tư duy là một thể thống nhất nhưng không phải là quan hệ đồng nhất. Ngôn ngữ tồn tại ở dạng vật chất còn tư duy thuộc tinh thần. Ngôn ngữ được con người cảm nhận được bằng giác quan như cao độ, trường độ, sắc thái,... còn tư duy là sự nhận thức suy nghĩ bên trong thuộc bộ não của con người theo trật tự logic nhất định. Ngôn ngữ mang tính dân tộc (sản phẩm của dân tộc) còn tư duy mang tính nhân loại (mọi dân tộc có chung những sản

¹ Tiến Thành (2008), *Phương pháp tư duy logic*, NXB Văn hóa thông tin.

² Tiến Thành (2008), *Sđđ*.

phẩm của tư duy về vấn đề như: chủ quyền, hòa bình, giáo dục, y tế,...)¹. Nguyên lí ngôn ngữ và tư duy không đồng nhất biểu hiện rõ nhất ở mâu thuẫn giữa sự hạn chế của chất liệu ngôn ngữ với yêu cầu biểu đạt của tư duy.

Ngôn ngữ là hiện thực trực tiếp của tư duy, không có ngôn ngữ thì cũng không có tư duy và ngược lại, không có tư duy thì ngôn ngữ cũng chỉ là những âm thanh trống rỗng. Mỗi quan hệ giữa ngôn ngữ với tư duy được thể hiện ở chỗ: ngôn ngữ là vật chất, là cái để biểu hiện tư duy còn tư duy là tinh thần, là cái được biểu hiện. Ngôn ngữ học nghiên cứu các hiện tượng, quy tắc ngôn ngữ còn logic học nghiên cứu các quy luật của tư duy. Đơn vị của ngôn ngữ là âm vị, hình vị, từ, câu còn đơn vị của tư duy là khái niệm, phán đoán, suy luận,... ngôn ngữ có tính dân tộc còn tư duy có tính nhân loại².

1.1.5.2. Mối quan hệ ngôn ngữ toán học và tư duy toán học

NNTH vừa là công cụ vừa là cái vỏ vật chất của tư duy toán học. NNTH và tư duy toán học là một thể thống nhất nhưng không đồng nhất. Điều này thể hiện ở chỗ NNTH tồn tại ở dạng vật chất, tư duy toán học tồn tại ở dạng tinh thần. Các đơn vị của NNTH cảm nhận được bằng các giác quan và có đặc tính vật chất như cao độ, cường độ,... Còn tư duy toán học không cảm nhận được bằng các giác quan như vậy, không có những đặc tính của vật chất như khối lượng, trọng lượng, mùi vị,... Hoạt động của tư duy toán học đòi hỏi phải hợp lí, logic trong khi đó NNTH lại hoạt động theo thói quen. Những đơn vị của tư duy toán học không đồng nhất với đơn

¹ Nguyễn Thiện Giáp (1997), *Giáo trình ngôn ngữ học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

² Hoàng Cao Cương (2007), *Bản chất tính hiệu của ngôn ngữ*, Ngonngu.net, https://ngonngu.net/banchat_tinhieu/216.

vị của NNTH. Chức năng của NNTH đối với tư duy toán học là thể hiện tư tưởng và trực tiếp tham gia vào việc hình thành tư tưởng¹.

Mối quan hệ giữa tư duy và NNTH rất chặt chẽ. Trong NNTH khi nhắc đến một kí hiệu, thuật ngữ toán học là người nói đang muốn người nghe hiểu một khái niệm hoặc tư tưởng toán học.

Ngược lại, khi chúng ta muốn thể hiện một ý tưởng, suy nghĩ nào đó thì phải nhờ NNTH.

Ví dụ 18: Khi nhìn vào phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ người đọc sẽ nghĩ đến việc bài toán yêu cầu giải tìm x . Đây là đẳng thức gồm các kí hiệu toán học, các con số liên kết với nhau theo một quy tắc nhất định và chứa đựng một vấn đề toán học cần được giải quyết. Vấn đề ở đây là tìm giá trị thực của x để hai vế của đẳng thức bằng nhau (vế trái của đẳng thức bằng 0). Để tìm x chúng ta phải tư duy, phải tuân theo các bước giải phương trình bậc hai một ẩn. Quá trình tư duy để tìm x được thực hiện nhờ NNTH.

1.1.6. Kỹ năng giao tiếp và kỹ năng giao tiếp toán học

1.1.6.1. Kỹ năng giao tiếp

Joseph Roicki nhấn mạnh “*Những gì tôi có thể làm thì tôi có thể nghĩ tới. Những gì tôi có thể nghĩ đến thì tôi có thể nói đến. Những gì tôi có thể nói đến thì tôi có thể viết ra. Những gì tôi có thể viết ra thì tôi có thể đọc được. Những từ nhắc nhở tôi về những gì tôi đã làm, nghĩ và nói thì tôi có thể đọc,...*”². Như vậy, có thể nói

¹ G. Polya (1975), *Toán học và những suy luận có lí*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

² Joseph Roicki (2008), *Effects of discussion and writing on student understanding of Mathematics concept*, Spring Term.

vai trò của giao tiếp trong suy nghĩ và hành động là rất lớn.

Theo các nhà tâm lí học, giao tiếp là một quá trình trong đó các bên tham gia tạo ra hoặc chia sẻ thông tin, cảm xúc với nhau nhằm đạt được mục đích giao tiếp. Theo cách quan niệm này, giao tiếp không đơn thuần là một hành vi đơn lẻ mà nó nằm trong một chuỗi các tư duy hay hành vi mang tính hệ thống trong bản thân các bên tham gia giao tiếp hoặc giữa họ với nhau. Thành phần các bên tham gia vào quá trình giao tiếp có thể rất đa dạng nếu xét giao tiếp theo nghĩa rộng. Tuy nhiên, giao tiếp công vụ mà chúng ta nói ở đây giới hạn vào con người với tư cách là các bên tham gia giao tiếp. Bởi giao tiếp là một quá trình, giao tiếp liên quan đến việc chia sẻ thông tin hoặc cảm xúc giữa các bên tham gia. Điều này nhấn mạnh rằng giao tiếp không thể mang tính một chiều dù rằng xét bề mặt thì có rất nhiều tình huống cho thấy một bên tham gia giao tiếp hướng tới bên kia một cách “*tuyệt vọng*” mà không có hồi âm hay phản hồi. (Nhận định trên chúng tôi rút ra từ các tài liệu¹).

Như vậy, giao tiếp có thể được hiểu là các biểu hiện mang tính hướng ngoại và bề mặt khi con người thể hiện các tiếp xúc tương tác với các cá nhân khác trong cộng đồng. Cái gốc của các biểu hiện bề mặt đó là cách tiếp cận của cá nhân ứng với từng vấn đề như vụ việc, con người, công việc hay cuộc đời nói chung. Ngoài ra, khi sử dụng tập hợp từ ngữ giao tiếp ứng xử, chúng ta nhấn mạnh tính tình thế của các hành vi giao tiếp trong đó các bên tham gia giao tiếp cần tính tới các đặc thù của bối cảnh như thời điểm, không gian hay các yếu tố liên quan đến bên cùng tham gia giao tiếp để có nhận thức và hành vi phù hợp².

¹ Phạm Minh Hạc (chủ biên) (1988), *Tâm lí học*, NXB Giáo dục, Hà nội.

² Bộ Nội vụ (2000), *Chương trình, tài liệu, đào tạo, bồi dưỡng cán bộ công*

Kỹ năng giao tiếp là tập hợp những quy tắc, nghệ thuật về cách ứng xử, đối đáp được đúc kết qua những kinh nghiệm thực tế, giúp việc giao tiếp hiệu quả và đạt mục đích đặt ra trong những trường hợp cụ thể.

1.1.6.2. Kỹ năng giao tiếp toán học

Nghe, nói, đọc và viết là bốn kỹ năng cơ bản trong giao tiếp. Các kỹ năng này thường bị bỏ qua trong dạy học toán. Có nhiều lí do, trước hết phải kể đến là GV giảng dạy môn Toán thường chú trọng truyền đạt phương pháp giảng dạy, ít quan tâm đến năng lực giao tiếp toán học của HS. Lí do tiếp là nhiều GV vẫn chưa định hình được kỹ năng giao tiếp trong dạy học môn Toán¹.

Giao tiếp là một hoạt động mang tính bản chất của vạn vật, trong đó có loài người, nhằm phục vụ mục đích sinh tồn. Tuy nhiên, giao tiếp trong các lĩnh vực cụ thể sẽ có mục đích khác nhau, giao tiếp trong dạy học toán là cách thức không thể thiếu giúp GV và HS đạt được mục đích là giải quyết được vấn đề toán học.

Giao tiếp giúp HS thể hiện mình và qua giao tiếp HS có phương án giải quyết các vấn đề toán học nảy sinh. Bên cạnh đó, giao tiếp trong dạy học toán học cũng góp phần giúp HS hoàn thiện nhân cách. Giao tiếp giúp tạo cho HS có môi trường để tư duy, tích lũy và phát triển kiến thức toán học. Như vậy, vai trò của giao tiếp

chức chuyên đề 11, moha.gov.vn/uploads/resources/admin/chuyenvien/ChuyenDe11.pdf, Hà Nội.

¹ Nguyễn Thanh Hưng, Kiều Mạnh Hùng (2017), “Rèn luyện kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học cho học sinh Dự bị đại học”, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số 136, 01/2017, tr.89-92.

toán học là giúp HS:

- Biết kiến thức toán học;
- Hiểu kiến thức toán học;
- Hành động, giải quyết các vấn đề toán học, vận dụng kiến thức toán;
- Phát triển kiến thức toán học.

Kĩ năng giao tiếp toán học là khả năng hiểu được các vấn đề toán học qua giao tiếp bằng nghe, nói, đọc và viết. Là khả năng sử dụng hiệu quả NNTH trong mối quan hệ chặt chẽ với NNTN để trao đổi, trình bày, giải thích, lập luận và chứng minh toán học một cách chính xác, logic, làm rõ các ý tưởng toán học trong bối cảnh cụ thể.

1.1.7. Phát triển và phát triển ngôn ngữ toán học

1.1.7.1. Khái niệm phát triển

Theo Từ điển Tiếng Việt “*phát triển*” được hiểu là quá trình vận động, tiến triển theo hướng tăng lên, ví dụ phát triển kinh tế, phát triển văn hoá, phát triển xã hội¹.

Theo Từ điển Bách khoa Việt Nam “*Phát triển là phạm trù triết học chỉ ra tính chất của những biến đổi đang diễn ra trong thế giới. Phát triển là một thuộc tính của vật chất. Mọi sự vật và hiện tượng của hiện thực không tồn tại trong trạng thái khác nhau từ khi xuất hiện đến lúc tiêu vong, ... nguồn gốc của phát triển là sự thống nhất và đấu tranh giữa các mặt đối lập*”².

¹ Từ điển tiếng Việt (1997), Viện Ngôn ngữ học, NXB Đà Nẵng, Trung tâm Từ điển học Hà Nội - Đà Nẵng.

² Thái Duy Tuyên (2007), *Phương pháp dạy học truyền thống và đổi mới*,

Như vậy, về căn bản khái niệm phát triển gắn với hầu hết các lĩnh vực, chẳng hạn như: tài nguyên con người và phát triển, môi trường và phát triển, phụ nữ, gia đình và phát triển, dân tộc và phát triển, tôn giáo và phát triển. Khái niệm phát triển cũng liên quan nhiều đến nhiều lĩnh vực rộng hơn, ảnh hưởng đến chất lượng cuộc sống như thành tựu giáo dục, tình trạng dinh dưỡng, giá trị những quyền tự do cơ bản và đời sống tinh thần,...¹.

1.1.7.2. Các mức độ phát triển ngôn ngữ toán học

Định hướng đổi mới phương pháp dạy học là tổ chức cho HS học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo. Từ đó, xác định vị trí chủ thể của người học, đảm bảo tính tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo của hoạt động học tập được thực hiện độc lập hoặc trong giao lưu. Khi hoạt động NNTH được thực hiện và phát triển sẽ giúp HS suy nghĩ, khám phá, tìm ra cách giải quyết các vấn đề toán học; sắp xếp, ghi nhớ, biểu đạt các ý tưởng toán học. Khi hoạt động NNTH diễn ra trong giao lưu, nó thể hiện dưới bình diện giao tiếp toán học. Khi đó, NNTH là phương tiện chủ yếu để HS giao tiếp, tiếp nhận hay chuyển tải các kiến thức, kỹ năng toán học với GV, với bạn².

Để phát triển NNTH cho HS một cách hiệu quả, trước hết cần củng cố, phân tích cho HS hiểu và sử dụng đúng các từ, các kí hiệu, các thuật toán học trong các tiên đề, định nghĩa, định lí, công thức. Hơn nữa, phải giúp HS biết diễn đạt nội dung toán học theo nhiều

NXB Giáo dục.

¹ Bùi Đình Thanh (2015), *Về khái niệm phát triển*, Viện nghiên cứu truyền thông và phát triển, <http://tadri.org/vi/news/tin-tuc/ve-khai-niem-phat-trien-199>.

² Vũ Thị Bình (2016), Sdd.

cách, gọn, dễ hiểu.

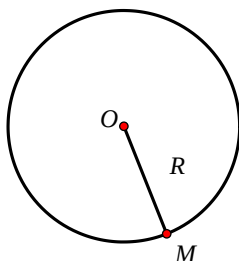
a. Phát triển năng lực sử dụng ngôn ngữ toán học

Năng lực sử dụng NNTH được hiểu là năng lực dùng NNTH làm phương tiện phục vụ cho việc giao tiếp, giảng dạy, học tập, làm việc và nghiên cứu toán học (hoạt động toán học)¹. Tức là khả năng làm chủ và vận dụng những kiến thức về NNTH để thực hiện hiệu quả hoạt động toán học.

Năng lực sử dụng NNTH gồm:

* Khả năng tiếp nhận và hiểu các kiến thức, kĩ năng về NNTH.

Ví dụ 1.19: Sau khi GV nêu định nghĩa đường tròn trong mặt phẳng:



Hình 1.1

Cho điểm cố định O và số thực dương R , khi đó đường tròn (C) tâm O bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R . GV thường viết dạng rút gọn dưới dạng tập hợp: $(C) = \{M: OM = R\}$. Biểu hiện năng lực sử dụng NNTH của HS qua việc tiếp

¹ Thái Huy Vinh (2014), *Rèn luyện kĩ năng sử dụng ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Vinh.

nhận và hiểu cách viết dạng rút gọn này.

* Khả năng tạo lập, vận dụng thực hành hiệu quả NNTH trong giao tiếp cũng như tư duy.

Ví dụ 1.20: Khi trình bày tính chất của logarit: $\log_a b^x = x \log_a b$, GV yêu cầu HS viết tính chất trong các trường hợp đặc biệt của x , cụ thể $x = 0$, $x = 2$, $x = 3$. Ở tính chất này nếu $0 < a \neq 1$, $b > 0$ thì không có gì đáng phải bàn. Chúng tôi muốn nhấn mạnh đến trường hợp $x = 2$. Tức là khi $x = 2$, biểu thức $\log_a b^2$ được viết như thế nào? HS phát hiện được khi $x = 2$ chỉ cần điều kiện $0 < a \neq 1$, $b \neq 0$ và do đó $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$. Biểu hiện năng lực sử dụng NNTH của HS có thể thấy được qua việc viết đúng tính chất này trong các trường hợp đặc biệt của x .

* Khả năng lựa chọn, chuyển đổi ngôn ngữ trong học tập và trong thực tiễn.

Ví dụ 1.21: Trong hình học phẳng khi nói “ M là trung điểm của đoạn AB ” HS phải phát biểu được bằng các dạng tương đương như sau:

$$\cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \text{ (ngôn ngữ vectơ)}$$

$$\cdot x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}, \text{ với } A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \text{ (ngôn ngữ tọa độ)}$$

$$\cdot \begin{cases} MA + MB = AB \\ MA = MB \end{cases} \text{ (ngôn ngữ hình học tổng hợp)}$$

Ví dụ 1.22: Khái niệm tứ diện gần đều được phát biểu dưới các dạng tương đương: “Tứ diện gần đều là tứ diện có các cặp cạnh đối đôi một bằng nhau”.

- Tứ diện có bốn mặt với diện tích bằng nhau.
- Tứ diện có tổng các góc phẳng của mỗi tam diện tại các đỉnh bằng 180^0 .
- Tứ diện có trọng tâm trùng với tâm mặt cầu ngoại tiếp.
- Tứ diện có tâm mặt cầu nội tiếp trùng với tâm mặt cầu ngoại tiếp.

Biểu hiện năng lực sử dụng NNTH của HS qua việc phát hiện ra các phát biểu tương đương.

Có thể nói, năng lực sử dụng NNTH là một năng lực quan trọng trong quá trình nhận thức toán học, cần được hình thành và phát triển cho HS ngay từ khi HS bắt đầu làm quen với toán, qua việc tổ chức các hoạt động NNTH. Việc hình thành và phát triển năng lực sử dụng NNTH phải thực hiện trong quá trình hoạt động toán học và bằng các hoạt động NNTH.

Theo các tác giả Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy, Phạm Văn Kiên: Do đặc điểm của môn Toán, là môn có tiềm năng quan trọng có thể khai thác để rèn luyện cho HS tư duy logic. Nhưng tư duy không thể tách rời ngôn ngữ, nó phải diễn ra dưới hình thức ngôn ngữ và được hoàn thiện trong sự trao đổi ngôn ngữ của con người và ngược lại, ngôn ngữ được hình thành nhờ có tư duy¹.

Việc rèn luyện và phát triển năng lực sử dụng NNTH được thực hiện theo 3 hướng liên quan chặt chẽ với nhau:

- Làm cho học sinh nắm vững, hiểu đúng và sử dụng đúng những liên kết logic: *Và, hoặc, nếu ... thì, phải địnhh*, những lượng từ *tồn tại* và *khái quát* ...

¹ Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy, Phạm Văn Kiên (1997), *Phát triển lí luận dạy học môn Toán*, Tập 1, NXB Giáo dục, Hà Nội.

- Phát triển khả năng định nghĩa và làm việc với những định nghĩa;
- Phát triển khả năng hiểu chứng minh, trình bày lại chứng minh và độc lập tiến hành chứng minh¹.

Muốn vậy GV cần giúp HS đạt được các yêu cầu:

- Nắm vững các *thuật ngữ toán học* và các *kí hiệu toán học* (NNTH);
- Phát triển khả năng *định nghĩa* và *phân chia các khái niệm*;
- Phát triển khả năng *suy luận chính xác, chặt chẽ*².

b. Phát triển năng lực biểu diễn toán học

Theo Từ điển từ và ngữ Việt Nam, khái niệm “*biểu diễn*” là ghi bằng hình vẽ hoặc kí hiệu. Bên cạnh đó khái niệm biểu diễn còn được hiểu: Biểu diễn là diễn tả bằng công thức hoặc hình vẽ; Biểu diễn thường là một dấu hiệu hoặc một hình dạng của các dấu hiệu, kí tự hoặc các đối tượng có thể đại diện (tượng trưng, phản ánh, mã hóa, hoặc mô tả) cho một cái gì đó khác hơn chính nó. Các tác giả Hoàng Chúng, Hà Sĩ Hò, Nguyễn Bá Kim tuy không dùng thuật ngữ “*biểu diễn*” nhưng khi nói đến NNTH đã quan tâm tới ngôn ngữ sơ đồ, đồ thị, hình ảnh, tranh vẽ, ...và nhấn mạnh cần rèn luyện cho HS nắm vững, sử dụng và phiên dịch chúng sang ngôn ngữ kí hiệu toán học và NNTN³.

Biểu diễn toán học là việc sử dụng, sắp xếp các thuật ngữ, kí hiệu, hình ảnh (sơ đồ, biểu đồ, hình vẽ, đồ thị, dấu hiệu trên giấy,

¹ Nguyễn Văn Thuận (2004), Sdd.

² Romal Del và Trường Văn Sinh (2010), “Vài nét về các ngôn ngữ Malyô - Pôlynêxia ở Việt Nam”, *Tạp chí Ngôn ngữ*, số 3/2010, tr.12-15.

³ Vũ Thị Bình (2016), Sdd.

phác thảo hình học,...) hay các đối tượng cụ thể hàm chứa nội dung toán học để mô tả, tượng trưng hoặc đại diện cho một đối tượng, quan hệ hay một quy trình toán học¹. Nói cách khác, biểu diễn toán học là sự trình bày nội dung toán học bằng các thuật ngữ, kí hiệu, biểu tượng, sơ đồ, hình vẽ,... Biểu diễn toán học có thể thay đổi tùy theo bối cảnh hoặc theo cách mà ta sử dụng các biểu diễn.

Quan niệm trên cho thấy biểu diễn toán học gồm các biểu diễn trên các đối tượng thực, các biểu diễn trực quan và các biểu diễn ngôn ngữ. Mỗi quan hệ giữa NNTH và các biểu diễn tương tự như mỗi quan hệ giữa ngôn ngữ và lời nói, NNTH là phương tiện giao tiếp, là công cụ để tư duy dưới dạng vật chất tiềm tàng, các biểu diễn là phương tiện, công cụ ở dạng hiện thực hóa, tức là ở dạng hoạt động, gắn liền với những nội dung toán học cụ thể.

Trong chương trình môn Toán ở Trung học phổ thông có 2 dạng biểu diễn toán học chính sau đây:

** Biểu diễn theo qui ước và biểu diễn không theo qui ước*

Biểu diễn theo qui ước có nghĩa là những biểu diễn đã được phát triển theo thời gian và được thống nhất sử dụng rộng rãi như: Hệ thống kí tự số, công thức, đồ thị, hình hình học, biểu đồ, ... Bên cạnh đó còn có những biểu diễn không theo qui ước như là các hệ thống kí hiệu, các sơ đồ, hình vẽ ước lệ, các mô hình, phác thảo có tính cá nhân, được tạo ra trong quá trình nhận thức toán học của mỗi cá nhân².

** Biểu diễn bên trong và biểu diễn bên ngoài*

¹ Vũ Thị Bình (2016), Sdd.

² Vũ Thị Bình (2016), Sdd.

Biểu diễn diễn ra trong ý nghĩ, trong sử dụng để hỗ trợ cho tư duy, cho nhận thức hay giải quyết các vấn đề toán học gọi là biểu diễn bên trong.

Biểu diễn thể hiện khi HS trình bày suy nghĩ, trao đổi, lập luận, giải thích, kết nối các đối tượng và các mối quan hệ toán học được gọi là biểu diễn bên ngoài. Chẳng hạn: Quá trình suy nghĩ, hình dung việc biểu diễn các số nguyên trên trục số, sao cho: *“mỗi một số nguyên ứng với một vị trí trên trục số, cách đều nhau và theo thứ tự tăng từ trái sang phải”* là biểu diễn bên trong. Khi HS tạo ra trục số và các điểm tương ứng trên bản vẽ thì đó là biểu diễn ngoài.

Ngoài ra, nếu xét về mặt hình thức sử dụng, biểu diễn toán học được chia thành 3 dạng: Biểu diễn cụ thể (các biểu diễn thực tế ở mức độ thấp nhất và các biểu diễn thao tác được), biểu diễn hình tượng (các biểu diễn trực quan sử dụng các hình ảnh, đồ thị, sơ đồ, biểu bảng, ... biểu diễn kí hiệu (các biểu diễn ngôn ngữ và biểu diễn kí hiệu, thuật ngữ). Trong mỗi loại biểu diễn có nhiều biểu hiện cụ thể khác nhau và việc lựa chọn, chuyển đổi các biểu diễn có ý nghĩa quan trọng trong bồi dưỡng phát triển tư duy, sự hiểu biết các khái niệm toán học và giải quyết vấn đề.

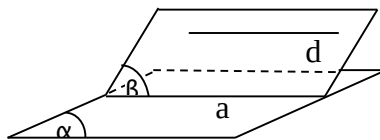
Trong chương trình môn Toán dùng cho hệ Dự bị đại học, HS được làm quen với các biểu diễn toán học trực quan để diễn tả các liên hệ, quan hệ, các đối tượng khi hình thành khái niệm, tính chất, ... Thông qua hoạt động dạy học hình thành kí hiệu, biểu tượng toán học, HS biết đọc, viết, hiểu ý nghĩa và cấu trúc ngữ pháp, nhận dạng và thể hiện được các biểu diễn toán học, ... Từ đó, giúp HS hiểu và sử dụng chính xác, hiệu quả NNTH trong quá trình học tập môn Toán.

Ví dụ 1.23: Xét định lí: Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

Nếu mặt phẳng (β) đi qua d và cắt mặt phẳng (α) thì giao tuyến của (α) và (β) song song với d .

Định lí được viết gọn là

$$\begin{cases} d // (\alpha); d \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = a \end{cases} \Rightarrow a // d.$$



Hình 1.2

Biểu diễn bằng Hình 1.2.

Trong dạy học môn Toán, các hoạt động lựa chọn và chuyển đổi các biểu diễn toán học vẫn thường diễn ra. Tuy nhiên, tổ chức các hoạt động có chủ đích nhằm hình thành cho HS khả năng lựa chọn và chuyển đổi các biểu diễn toán học trong nhận thức, thực hành, ghi nhớ cần được quan tâm hơn nữa. Cần giúp HS biết lựa chọn các biểu diễn toán học khác nhau cho cùng một nội dung trong quá trình học toán. Chẳng hạn: Để biểu diễn hàm số $y = x + 1$, tùy theo mục đích sử dụng, HS có thể lựa chọn các cách biểu diễn sau:

+ Biểu diễn bằng công thức: $y = x + 1$;

+ Biểu diễn dưới dạng bảng;

x	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x$	-1	0	1	2	3	4

+ Bảng đồ thị.

Trong dạy học toán, HS cần được khuyến khích lựa chọn các biểu diễn như: bản đồ tư duy, sơ đồ cây, biểu đồ Ven, các dạng bảng, biểu đồ,... để ghi nhớ, tóm tắt, hệ thống kiến thức toán học.

Việc thiết lập được nhiều biểu diễn khác nhau cho cùng một khái niệm toán học có tác dụng thúc đẩy việc hiểu khái niệm toán của HS. HS có thể chứng tỏ việc hiểu sâu sắc một khái niệm bằng cách chuyển

từ biểu diễn này sang kiểu biểu diễn khác của cùng khái niệm đó. Biểu diễn toán học còn là những cách cụ thể hóa khác nhau cho một khái niệm, được sử dụng để giảm bớt độ khó và làm cho toán học hấp dẫn, thú vị hơn. HS sử dụng biểu diễn toán học để hỗ trợ giải quyết vấn đề toán học hoặc học các khái niệm mới. Bởi vậy, biểu diễn là một phần không thể tách rời trong quá trình nhận thức toán học của HS. Không chỉ sử dụng các biểu diễn toán học, HS cần có khả năng tạo ra các biểu diễn cho riêng mình (biểu diễn không theo qui ước), điều này tiềm ẩn một nội lực sáng tạo mạnh mẽ, một sự linh hoạt về ngôn ngữ, khả năng hiểu biết toán học vượt trội trong các tình huống học tập, đặc biệt khi toán học được đặt trong những bối cảnh cụ thể¹.

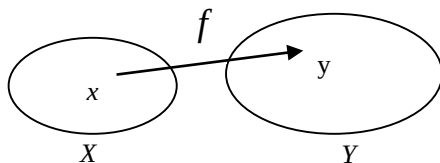
Ví dụ 1.24: Định nghĩa hàm số: Cho X là tập hợp con của tập số thực và khác rỗng. Hàm số f xác định trên X là một quy tắc cho tương ứng với mỗi số $x \in X$ có duy nhất một số thực y .

Ta có biểu diễn dạng rút gọn định nghĩa trên như sau:

$$f: X \rightarrow Y$$

$$x \mapsto y = f(x)$$

Bên cạnh đó, chúng ta có thể biểu diễn bằng Hình 1.3.



Hình 1.3

¹ Vũ Thị Bình (2016), *Sdd*.

Phát triển năng lực biểu diễn toán học là làm tăng khả năng hiểu và sử dụng hiệu quả mối quan hệ giữa các biểu diễn khác nhau; làm tăng khả năng biểu diễn bằng kí hiệu, đồ thị, bảng biểu, biểu đồ, hình ảnh, sơ đồ và kể cả văn bản¹.

Do đặc điểm của môn Toán, hình thức trực quan được sử dụng rộng rãi nhất, có ý nghĩa nhất trong môn Toán là trực quan tượng trưng (hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, bảng, công thức, kí hiệu, ...).

Phương tiện trực quan tượng trưng là một hệ thống kí hiệu quy ước nhằm biểu diễn tính chất muốn nghiên cứu, tách rời khỏi tất cả các tính chất khác của đối tượng và hiện tượng, nó nhằm cụ thể hóa cái trừu tượng trong đối tượng và hiện tượng².

.Trong dạy học môn Toán, năng lực biểu diễn toán học đóng một vai trò vô cùng quan trọng, khả năng biểu diễn toán học không chỉ ảnh hưởng đến quá trình hình thành khái niệm mà còn hỗ trợ đắc lực cho dạy học định lí; dạy học giải bài tập toán; ...

Chẳng hạn, ta biết rằng, hình thành khái niệm là một quá trình tâm lí phức tạp theo sơ đồ: cảm giác - tri giác - biểu tượng - khái niệm, điều này cho thấy vai trò của năng lực biểu diễn toán học là rất quan trọng đối với HS đặc biệt là HS Dự bị đại học.

Trước hết có thể thấy rằng, nếu HS có năng lực biểu diễn toán học tốt, thì việc tìm ra hướng giải quyết bài toán sẽ đỡ khó khăn hơn, cách lập luận sẽ có căn cứ xác đáng hơn, những sai sót trong tính toán (về dấu; về chuyển sang mệnh đề tương đương; ...) sẽ ít

¹ OECD. *Learning Mathematics for Life. A view perspective from PISA*. 2009.

² Nguyễn Văn Thuận (2004), *Sđd*.

mắc phải hơn. Chẳng hạn: Xét bài toán “Tìm m sao cho $f(x) = x^2 - 2mx + 1 \geq 0$ với mọi $x \geq 2$ ”. Để giải bài toán GV hướng dẫn HS xét hai trường hợp: Trường hợp 1: $\Delta' = m^2 - 1 \leq 0$ tức $|m| \leq 1$ thì $f(x) \geq 0 \forall x$ và do đó $f(x) \geq 0 \forall x \geq 2$. Trường hợp 2: $\Delta' = m^2 - 1 > 0$ tức $m > 1$ hoặc $m < -1$ thì $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt, kí hiệu hai nghiệm đó là x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Theo định lí thuận thì $f(x) \geq 0$ tương đương với $x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$. Để $f(x) = x^2 - 2mx + 1 \geq 0$ với mọi $x \geq 2$ thì tập $U = (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$ phải chứa tập $V = [2; +\infty)$. Nếu HS có năng lực biểu diễn toán học tốt sẽ rút ra được $x_1 < x_2 \leq 2$.

Nhưng nhiều HS không hiểu được tại sao lại phải có $x_1 < x_2 \leq 2$, mà đây lại là một trong các khâu then chốt của bài giải. Đặc trưng của việc tìm ra sự then chốt ấy lại là ở chỗ: sự nắm vững ngôn ngữ tập hợp và logic; sự chuyển hóa hợp lí từ khái niệm tập con sang hình ảnh làm phương tiện mô phỏng nó.

c. Phát triển năng lực giao tiếp toán học

Trong quá trình dạy học, GV sử dụng ngôn ngữ, tiếng nói, chữ viết, cũng như các hình thức nghe nhìn hoặc học cụ khác để truyền tải ý tưởng, kiến thức ... HS là người nghe, suy diễn, đánh giá và tiếp nhận thông điệp theo sự hiểu biết và kinh nghiệm của mình. Tiếp theo, HS sẽ có phản ứng hoặc phản hồi như: ghi chép, lắng nghe, nhận xét, trả lời hay phản biện để điều chỉnh hoặc cấu trúc lại thông điệp cho phù hợp.

Giao tiếp toán học giúp phát triển NNTH, thông qua giao tiếp, quá trình lựa chọn, sử dụng NNTH được phản ánh, HS có cơ hội điều chỉnh, bổ sung, hoàn thiện. Giao tiếp toán học giúp HS hình thành, củng cố NNTH, thuận lợi cho phát triển tư duy, cho nhận thức toán học. Hoạt động giao tiếp toán học là hoạt động HS sử

dụng NNTH trong mối quan hệ với NNTN để hiểu, tiếp nhận, trình bày, trao đổi, giải thích các nội dung, giải pháp, ý tưởng toán học một cách hiệu quả¹.

Rõ ràng, quá trình HS xây dựng, chiếm lĩnh tri thức toán học luôn gắn chặt với hoạt động giao tiếp toán học trong học tập môn Toán. Giao tiếp toán học có một số đặc điểm riêng như:

- Thông điệp giao tiếp gồm các nội dung, kiến thức, tư tưởng toán học;

- Mã trong giao tiếp sử dụng NNTN và NNTH;

- Chủ thể trong giao tiếp: GV và HS vừa là chủ thể vừa là đối tác trong giao tiếp toán học, trong dạy và học toán. Trong giao tiếp toán học, HS đứng trên hai phương diện là: *phương diện tiếp nhận* (HS tiếp nhận thông điệp qua kênh (nghe, đọc, ...) và giải mã (bằng NNTN và NNTH) để hiểu được các nội dung, tư tưởng toán học trong thông điệp mà chủ thể giao tiếp (GV hay bạn học cùng lớp đưa ra); *phương diện trình bày* (HS sử dụng NNTN và NNTH để mã hóa nội dung toán học dưới dạng một thông điệp phù hợp, truyền qua kênh giao tiếp để phản hồi (về thông điệp đã nhận) đến chủ thể giao tiếp).

Khi nói đến năng lực GTTH của HS Dự bị đại học, chúng tôi quan tâm đến khả năng hiểu, tiếp nhận và lĩnh hội nội dung toán học được nói, viết ra; khả năng tạo ra các thông điệp toán học có ý nghĩa; khả năng thể hiện mạch lạc, chính xác, logic, tự tin, thuyết phục khi bày tỏ quan điểm toán học của mình trong trao đổi, thảo luận.

Qua thực tế dạy học, chúng tôi nhận thấy, còn có nhiều HS bị

¹ Nguyễn Văn Thuận (2004), Sđd.

động, lúng túng trong giao tiếp toán học, hay nhầm lẫn, thiếu căn cứ khi nói toán và viết toán, chưa có khả năng diễn đạt được suy nghĩ của mình bằng NNTH,... Ví dụ: Có một số HS không biết cách đọc đúng kí hiệu “ $\ln x$ ”, thay vì đọc “*logarit tự nhiên của x*” thì các em lại đọc “*lờ nờ x*”, “*lin của x*”,...

Việc HS viết vấn đề toán học còn chưa logic, chặt chẽ, ngắn gọn, chính xác khá phổ biến

Ví dụ 1.25: Khi khảo sát hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$, HS phải tìm tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và tính đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$, thay vì kết luận $y' < 0$ với mọi $x \in D$, các em lại kết luận $y' < 0$ với mọi x .

d. Phát triển năng lực chuyển đổi ngôn ngữ trong quá trình giải toán

Để chuyển đổi giữa các ngôn ngữ trong quá trình giải toán ta thường sử dụng các cách tiếp cận khác nhau,... để có được các cách tiếp cận bài toán. Từ đó đưa đến các cách khác nhau để giải quyết bài toán.

Sau đây là ví dụ giới thiệu một số khái niệm được diễn đạt theo ba ngôn ngữ: ngôn ngữ hình học tổng hợp, ngôn ngữ vectơ và ngôn ngữ tọa độ.

Bảng 1.1: Một số khái niệm diễn đạt theo ngôn ngữ hình học tổng hợp, ngôn ngữ vectơ và ngôn ngữ tọa độ trong hình học phẳng

Ngôn ngữ hình học tổng hợp	Ngôn ngữ vectơ	Ngôn ngữ tọa độ
Điểm A trùng với điểm B	$\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$, với mọi O.	$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{cases}$
Đoạn thẳng AB	Tập hợp những điểm M: $\overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB}$ với $0 \leq t \leq 1$	Tập hợp những điểm $M(x; y)$ sao cho: $\begin{cases} x = x_A + (x_B - x_A)t \\ y = y_A + (y_B - y_A)t \end{cases}$ với $0 \leq t \leq 1$, $(x_A; y_A)$, $(x_B; y_B)$ lần lượt là tọa độ của A, B
Đường thẳng AB	Tập hợp những điểm M: $\overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB}$, t là số thực bất kì	Tập hợp những điểm $M(x; y)$ sao cho: $\begin{cases} x = x_A + (x_B - x_A)t \\ y = y_A + (y_B - y_A)t \end{cases}$ với $(x_A; y_A)$, $(x_B; y_B)$ lần lượt là tọa độ của A, B, t là số thực bất kì
Trung điểm I của đoạn thẳng AB	$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ hoặc $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, với O bất kì	$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

Trọng tâm G của ΔABC hoặc Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến của ΔABC	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ hoặc với O bất kì: $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$	$\begin{cases} x_G = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C) \\ y_G = \frac{1}{3}(y_A + y_B + y_C) \end{cases},$ với $(x_A; y_A), (x_B; y_B), (x_C; y_C)$ lần lượt là toạ độ của A, B, C
Trọng tâm G của tứ giác ABCD	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ hoặc với O bất kì: $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$	$\begin{cases} x_G = \frac{1}{4}(x_A + x_B + x_C + x_D) \\ y_G = \frac{1}{4}(y_A + y_B + y_C + y_D) \end{cases},$ với $(x_A; y_A), (x_B; y_B), (x_C; y_C), (x_D; y_D)$ lần lượt là toạ độ của A, B, C, D
Ba điểm A, B, C thẳng hàng	Tồn tại số thực $k \neq 0$: $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$	Tồn tại số thực $k \neq 0$ $\begin{cases} x_C - x_A = k(x_B - x_A) \\ y_C - y_A = k(y_B - y_A) \end{cases}$
Tam giác ABC cân tại A	$(\overrightarrow{AB})^2 = (\overrightarrow{AC})^2$	$(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$
AM là trung tuyến của tam giác ABC	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$	
Hai đường thẳng AB và CD song song hoặc trùng nhau	Tồn tại số thực $k \neq 0$: $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{CD}$	Tồn tại số thực $k \neq 0$ $\begin{cases} x_B - x_A = k(x_C - x_A) \\ y_B - y_A = k(y_C - y_A) \end{cases}$

Góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$	$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} }$	$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2}}$
Đường thẳng AB và CD vuông góc	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$	$(x_B - x_A)(x_D - x_C) + (y_B - y_A)(y_D - y_C) = 0$
H là trực tâm của tam giác ABC	$\begin{cases} \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$	$\begin{aligned} &(x_A - x_H)(x_C - x_B) + (y_A - y_H)(y_C - y_B) = 0 \\ &\text{và } (x_B - x_H)(x_C - x_A) + (y_B - y_H)(y_C - y_A) = 0 \end{aligned}$
I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC	$\begin{cases} (\overline{IA})^2 = (\overline{IB})^2 \\ (\overline{IA})^2 = (\overline{IC})^2 \end{cases}$	$\begin{aligned} &(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 \\ &\text{và } (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \end{aligned}$

Ví dụ 1.26: Khi dạy học nội dung phương trình đường thẳng trong mặt phẳng, GV có thể cho HS lập bảng so sánh cách sử dụng theo hai ngôn ngữ sau:

Bảng 1.2: Một số khái niệm trong hình học phẳng diễn đạt theo ngôn ngữ hình học tổng hợp và ngôn ngữ tọa độ

Ngôn ngữ hình học tổng hợp	Ngôn ngữ tọa độ
Điểm M thuộc đường thẳng Δ	Tọa độ $(x; y)$ của M nghiệm đúng phương trình đường thẳng Δ
M là giao điểm của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2	Tọa độ $(x; y)$ của M là nghiệm của hệ hai phương trình hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2
Hai đường thẳng d_1, d_2 vuông góc ($d_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $d_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$)	$A_1.A_2 + B_1.B_2 = 0$
Hai đường thẳng d_1, d_2 song song	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}, A_2B_2C_2 \neq 0$
Hai đường thẳng d_1, d_2 trùng nhau	$A_1:B_1:C_1 = A_2:B_2:C_2$
Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 bằng α	$\cos \alpha = \frac{ A_1.A_2 + B_1.B_2 }{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$

Ví dụ 1.27: Khi dạy học nội dung kiến thức phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (1), tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$), GV cần yêu cầu HS lập bảng diễn đạt theo hai ngôn ngữ là NNTN và ngôn ngữ kí hiệu.

Bảng 1.3: Một số khái niệm diễn đạt theo NNTN và ngôn ngữ kí hiệu

Diễn đạt dưới dạng NNTN	Diễn đạt dưới dạng ngôn ngữ kí hiệu
Phương trình (1) vô nghiệm	$\Delta = b^2 - 4ac < 0$
Phương trình (1) có nghiệm kép	$\Delta = b^2 - 4ac = 0$
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt	$\Delta = b^2 - 4ac > 0$
Bất phương trình $f(x) > 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$	$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
Bất phương trình $f(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$	$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$
Bất phương trình $f(x) < 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$	$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
Bất phương trình $f(x) \leq 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$	$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$
Phương trình (1) có hai nghiệm dương	$\Delta \geq 0, S = \frac{-b}{a} > 0, P = \frac{c}{a} > 0$
Phương trình (1) có hai nghiệm âm	$\Delta \geq 0, S = \frac{-b}{a} < 0, P = \frac{c}{a} > 0$
Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu	$a \cdot c < 0$

1.1.7.3. Thang đánh giá cấp độ phát triển ngôn ngữ toán học của học sinh Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên

Để đánh giá kiến thức, kĩ năng hay năng lực, người ta thường dùng thang đánh giá cấp độ tư duy Boleslaw Niemierko. Hiện nay, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quyết định đánh giá kết quả học tập của HS trên lớp và trên diện rộng như thi Trung học phổ thông theo bốn cấp độ tư duy của thang đánh giá Boleslaw Niemierko (Bảng 1.4)¹.

Bảng 1.4: Thang đánh giá các cấp độ tư duy của Boleslaw

Cấp độ tư duy	Mức độ
Nhận biết	HS nhớ các khái niệm cơ bản, có thể nêu lên hoặc nhận ra chúng khi được yêu cầu
Thông hiểu	HS nhớ các khái niệm cơ bản và có thể vận dụng khi chúng được thể hiện theo các cách tương tự như cách GV đó giảng hoặc như các ví dụ tiêu biểu về chúng trên lớp học
Vận dụng (ở cấp độ thấp)	HS có thể hiểu được khái niệm ở một cấp độ cao hơn “ <i>thông hiểu</i> ”, tạo ra được sự liên kết logic giữa các khái niệm cơ bản và có thể vận dụng chúng để tổ chức lại các thông tin đó được trình bày giống với bài giảng của GV hoặc trong SGK
Vận dụng (ở cấp độ cao)	HS có thể sử dụng các khái niệm về môn học - chủ đề để giải quyết các vấn đề mới, không giống với những điều đó được học hoặc trình

¹ Nguyễn Quang Thuấn, “Đánh giá theo định hướng năng lực”, *Tạp chí khoa học Đại học quốc gia Hà Nội*, Tập 32, số 2, tr.62-82.

	bày trong SGK nhưng phù hợp khi được giải quyết với kĩ năng và kiến thức được giảng dạy ở mức độ nhận thức này. Đây là những vấn đề giống với các tình huống HS sẽ gặp phải ngoài xã hội
--	--

Dựa vào thang đánh giá các cấp độ tư duy của Boleslaw, trong Luận án này chúng tôi đề xuất các cấp độ phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên như sau:

Bảng 1.5: Thang đánh giá các cấp độ phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên

Cấp độ phát triển	Chi báo
Cấp độ 1	HS nhớ được kí hiệu, thuật ngữ toán học và nắm được cú pháp của NNTH. HS đọc đúng tên, nhận ra kí hiệu, thuật ngữ toán học và sử dụng chính xác kí hiệu, thuật ngữ toán học ở dạng đơn lẻ.
Cấp độ 2	HS sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu, thuật ngữ toán học; liên kết đúng các kí hiệu toán học ở dạng đơn giản. Bước đầu đọc, hiểu nội dung toán học qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan.
Cấp độ 3	HS sử dụng đúng, chính xác kí hiệu toán học ở dạng phức; Bước đầu biết thể hiện nội dung toán học qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan.
Cấp độ 4	HS biết: Đọc và hiểu đúng nội dung toán học trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ; Sử dụng NNTH để trình bày vấn đề toán học bằng ngôn ngữ viết một cách chặt chẽ, logic, chính xác.

	Sử dụng NNTH để nghe, hiểu những gì người khác nói và trình bày được vấn đề toán học.
--	---

Như vậy để đạt được các cấp độ trên, cần phải có hệ thống các biện pháp giúp HS Dự bị đại học phát triển NNTH trong dạy học môn Toán.

1.2. Cơ sở thực tiễn

1.2.1. Chương trình môn Toán dùng cho học sinh Dự bị đại học¹

1.2.1.1. Mục tiêu, yêu cầu

a. Mục tiêu

Giúp cho HS Dự bị đại học dân tộc củng cố, ôn tập và hệ thống lại những kiến thức cơ bản của chương trình môn Toán Trung học phổ thông nhằm phục vụ cho việc học tiếp theo tại các trường đại học, cao đẳng.

Rèn luyện, bổ sung các kỹ năng cần thiết trong chương trình môn Toán Trung học phổ thông từ đó rèn luyện tư duy logic, phát huy tính tích cực, tự giác của người học; Hình thành phát triển năng lực tự học.

b. Kiến thức: Giúp HS hiểu rõ được các khái niệm, các định lý, các tính chất, các quy tắc, các phương pháp giải và biết cách áp dụng để giải các bài tập cơ bản môn Toán trong chương trình Trung học phổ thông.

c. Kỹ năng: Rèn luyện cho HS kỹ năng vận dụng các khái niệm,

¹ Bộ Giáo dục và Đào tạo (2012), *Thông tư số 48/2012/TT-BGDĐT Ban hành đề cương chi tiết 11 môn học Dự bị đại học*, Hà Nội.

các định lí, các phương pháp, các quy tắc để làm được các bài tập cơ bản môn Toán trong chương trình Trung học phổ thông.

1.2.1.2. Nội dung

Phân phối chương trình môn Toán là 8 tiết/tuần $\times$ 28 tuần = 224 tiết.

Trong một tuần có 8 tiết, gồm 5 tiết Đại số và Giải tích, 3 tiết Hình học.

Bảng 1.6: Bảng phân phối chương trình môn Toán của HS Dự bị đại học

Đại số					
TT	Chương	Tên chương	Số tiết		
			Tổng số	Lí thuyết	Bài tập, ôn tập
1	1	Tổ hợp và xác suất	25	12	13
2	2	Phương trình, hệ phương trình, bất phương trình	45	22	23
3	3	Lượng giác	15	7	8
4	4	Đạo hàm và ứng dụng	30	16	14
5	5	Nguyên hàm và	18	8	10

		tích phân			
6	6	Số phức	7	4	3
Tổng			140	69	71
<i>Hình học</i>					
TT	Chương	Tên chương	Số tiết		
			Tổng số	Lí thuyết	Bài tập, ôn tập
1	1	Vector	8	3	5
2	2	Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	29	14	15
3	3	Khối đa diện - Mặt cầu - Mặt trụ - Mặt nón	11	5	6
4	4	Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng	15	8	7
5	5	Phương pháp tọa độ trong không gian	21	12	9
Tổng			84	44	40

Tóm tắt nội dung phần Đại số (140 tiết)

Chương 1: TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT (25 tiết): *Tổ hợp*: Tập hợp (3 tiết); Đại số tổ hợp (7 tiết); Nhị thức Niu-ton (3 tiết); Ôn tập (2 tiết). *Xác suất*: Biến cố và xác suất của biến cố (4 tiết); Các quy tắc tính xác suất (5 tiết); Ôn tập (1 tiết).

Chương 2: PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẤT PHƯƠNG TRÌNH (45 tiết): Bất đẳng thức (7 tiết); Đại cương về phương trình và hệ phương trình (2 tiết); Phương trình - Hệ phương trình - Bất phương trình bậc nhất (3 tiết); Phương trình - Hệ phương trình - Bất phương trình bậc hai (12 tiết); Phương trình - Bất phương trình vô tỉ (3 tiết); Phương trình - Bất phương trình mũ (6 tiết); Phương trình - Bất phương trình logarit (6 tiết); Ôn tập (3 tiết).

Chương 3: LƯỢNG GIÁC (15 tiết): Đường tròn lượng giác và các công thức lượng giác (1 tiết); Hệ thức lượng trong tam giác (4 tiết); Phương trình lượng giác (8 tiết); Ôn tập (2 tiết).

Chương 4: ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG (30 tiết): Đại cương về hàm số (5 tiết); Đạo hàm (4 tiết); Liên hệ giữa tính đồng biến, nghịch biến của hàm số với đạo hàm của nó (2 tiết); Cực trị của hàm số (3 tiết); Tiệm cận của đồ thị (1 tiết); Khảo sát hàm số (6 tiết). Sự tương giao của hai đồ thị (3 tiết); Tiếp tuyến (3 tiết); Ôn tập (3 tiết).

Chương 5: NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN (18 tiết): Nguyên hàm (6 tiết); Tích phân (7 tiết); Ứng dụng tích phân để tính diện tích và tính thể tích (3 tiết); Ôn tập (2 tiết).

Chương 6: SỐ PHỨC (7 tiết): Số phức (3 tiết); Căn bậc hai của số phức và phương trình bậc hai (1 tiết); Dạng lượng giác của số phức và ứng dụng (2 tiết); Ôn tập (1 tiết).

Tóm tắt nội dung phần Hình học (84 tiết)

Chương 1: VECTƠ (8 tiết): Các khái niệm cơ bản và các phép toán cộng, trừ vector, phép nhân vector với một số (2 tiết); Vector

cùng phương, vectơ đồng phẳng và áp dụng (3 tiết); Tích vô hướng của hai vectơ và áp dụng (2 tiết); Ôn tập (1 tiết).

Chương 2: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN (29 tiết): Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng (3 tiết); Quan hệ song song (6 tiết); Quan hệ vuông góc (17 tiết); Ôn tập (3 tiết).

Chương 3: KHỐI ĐA DIỆN - MẶT CẦU - MẶT TRỤ - MẶT NÓN (11 tiết): Khối đa diện và thể tích của chúng (4 tiết); Mặt cầu - Mặt trụ - Mặt nón (5 tiết); Ôn tập (2 tiết).

Chương 4: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG (15 tiết): Hệ trục tọa độ trong mặt phẳng (3 tiết); Phương trình đường thẳng (5 tiết); Phương trình đường tròn (2 tiết); Ôn tập (2 tiết).

Chương 5: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN (21 tiết): Hệ trục tọa độ trong không gian (4 tiết); Phương trình mặt phẳng (3 tiết); Phương trình đường thẳng (5 tiết); Khoảng cách và góc (4 tiết); Mặt cầu (3 tiết); Ôn tập (2 tiết).

1.2.2. Nhận xét chương trình môn Toán hệ Dự bị đại học

a. Ưu điểm: Chương trình môn Toán hệ Dự bị đại học giúp HS ôn tập lại kiến thức đã học ở Phổ thông trung học. Với việc phân loại các dạng toán theo hệ thống từ dễ đến khó, giúp HS ghi nhớ lâu hơn những kiến thức sẽ làm nền tảng cho các em trong quá trình học đại học. Đối với HS khá, qua thời gian học Dự bị đại học sẽ có cái nhìn tổng quát hơn, rèn luyện được các kỹ năng tính toán, kỹ năng suy luận logic. Biết sử dụng các thao tác tư duy, qua việc giải các bài tập HS biết cách trình bày lời giải bài toán ngắn gọn, dễ hiểu. Biết được một số sai lầm thường mắc phải để từ đó có biện pháp khắc phục.

b. Hạn chế: Bên cạnh ưu điểm trên, chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học cũng có nhiều hạn chế. Cụ thể, chương trình tập trung giúp HS ôn tập củng cố nội dung môn Toán của 3 năm Trung học phổ thông, chưa có nội dung để HS có thể qua đó rèn luyện được phương pháp, cách thức tiếp cận kiến thức các năm học tiếp theo.

Qua phân tích đặc điểm của chương trình môn Toán hệ Dự bị đại học chúng tôi nhận thấy NNTH ảnh hưởng rất lớn đến đối tượng HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên - chủ yếu là người Ê Đê. Đối tượng mà tiếng mẹ đẻ không phải là tiếng Việt. Trong dạy học môn Toán cần yêu cầu GV phải không ngừng đầu tư kiến thức, thay đổi phương pháp, cải thiện phương thức đánh giá để giải quyết tốt mối quan hệ tiếng mẹ đẻ - tiếng Việt - NNTH của đối tượng HS chuyên biệt này.

Để dạy học môn Toán cho HS Dự bị đại học có hiệu quả nhất, GV phải đổi mới phương thức tổ chức và cách thức điều khiển hoạt động học của HS. Làm sao biến những nội dung tương đối khô khan thành những kiến thức mang tính thực tế của đời sống hàng ngày. Biến hoạt động dạy học thành chuỗi các hoạt động cuốn hút để HS tích cực tham gia, lĩnh hội kiến thức. GV cần nắm vững các yêu cầu, các con đường hình thành kiến thức môn Toán để từ đó thiết kế các hoạt động chuyển tải kiến thức. Để đạt hiệu quả trong dạy học, GV nên chia lớp thành nhóm nhỏ theo khả năng nhận thức để có phương pháp tổ chức và điều khiển phù hợp. Trong quá trình dạy học, GV phải không ngừng đưa ra các câu hỏi, các ví dụ và bài tập cho HS luyện tập. Chú ý câu hỏi, ví dụ và bài tập đưa ra phải phù hợp với từng nhóm HS. Trong cùng một nhóm mặc dù khả năng nhận thức của các HS là khác nhau nhưng yêu cầu nắm vững tri thức đối với mọi HS là như nhau.

Bên cạnh việc đưa ra hệ thống câu hỏi, GV cần có kế hoạch soạn bài giảng, không ngừng cải tiến bài soạn sao cho phù hợp cho đối tượng HS. Muốn đạt được hiệu quả giảng dạy, GV cần đổi mới việc soạn bài giảng sao cho HS tiếp thu được đầy đủ theo yêu cầu nhưng lại đảm bảo sự linh hoạt để ứng phó với các tình huống sư phạm. Bài giảng nên soạn theo hướng dạy học nêu vấn đề, tức là cần cung cấp vốn kiến thức ban đầu đủ để HS tiếp thu cái mới. Không nên bắt HS hiểu những điều hoàn toàn mới trong khi chưa có những kiến thức nền làm cơ sở để tiếp thu nó. GV chọn một số chủ đề cho nhóm HS khá giỏi làm bài tập lớn (có sự định hướng của GV) thay cho những bài kiểm tra định kì. Tránh biến những HS khá - giỏi thành những thợ giải bài tập, chỉ biết giải những bài tập dạng có sẵn. Có như vậy mới kích thích được sự hào hứng học tập của các em. Tạo động lực phấn đấu, ganh đua giữa các HS với nhau.

Những kiến thức trong chương trình môn Toán tuy khô khan, nếu GV biết gắn kiến thức đó với thực tiễn cuộc sống thì HS sẽ thấy đơn giản và gần gũi. Làm được điều này không dễ, nó đòi hỏi khả năng sáng tạo của GV trước những kiến thức mình cần truyền đạt.

1.2.3. Đặc điểm học sinh Dự bị đại học

Đối tượng HS Dự bị đại học được tuyển theo ba hình thức là dựa vào kết quả kì thi Trung học phổ thông Quốc gia, xét theo điểm học bạ của ba năm Trung học phổ thông và xét cho HS thuộc Đối tượng 30a (HS có hộ khẩu trên 36 tháng thuộc huyện nghèo được Chính phủ quy định). Tuy nhiên, một số ngành lấy điểm chuẩn thấp (các ngành thuộc khối nông lâm, chăn nuôi thú y, triết học, các ngành thuộc khối xã hội) nên nhiều HS có học lực môn Toán yếu hoặc trung bình (HS có điểm thi Trung học phổ thông quốc gia môn Toán dưới 5). Thực tế hiển nhiên là những HS có điểm thi môn Toán từ 1.25 điểm đến 4 điểm khó có thể theo kịp những HS có điểm thi

trên 6 (chủ yếu là HS dự bị Y đa khoa). Các Trường Dự bị đại học dân tộc như Trường Dự bị đại học dân tộc Trung ương Việt Trì, Trường Dự bị đại học Sầm Sơn, Trường Dự bị đại học dân tộc Trung ương Nha Trang, ... có số lượng HS lớn nên có thể tổ chức thi phân lớp để mặt bằng kiến thức lớp về cơ bản là tương đồng. Còn HS của Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên do số lượng ít (trung bình mỗi năm có khoảng 120 HS) nên phải học chung. Điều này dẫn đến trình trạng nếu GV dạy chương trình cơ bản thì HS khá sẽ không hứng thú, còn khi GV dạy chương trình nâng cao thì HS yếu không theo kịp.

Nhiều HS Dự bị đại học đã tốt nghiệp Trung học phổ thông (khoảng 10%) trước khi nhập học 2, 3 năm dẫn đến các em quên gần hết kiến thức phổ thông. HS là người đồng bào dân tộc thiểu số chiếm tỉ lệ cao (gần 80%), các HS này thường rụt rè, sống trầm, ngại giao tiếp. Do đó, trong quá trình dạy học, GV cần chú ý kích thích tính chủ động học tập của HS, cần có những hoạt động bổ ích, thiết thực, hấp dẫn HS tìm hiểu, tự học tập và hội nhập với cộng đồng, bước đầu làm quen và tiến đến rèn luyện tính tự giác học tập. Trong mỗi tiết học và trong suốt quá trình giảng dạy, GV phải đặc biệt chú trọng xây dựng tinh thần say mê học tập, tự học và sáng tạo, để HS có một tư thế vững vàng khi lên học đại học.

1.2.4. Khảo sát thực trạng phát triển ngôn ngữ toán học của học sinh Dự bị đại học

1.2.4.1. Mục đích khảo sát

Chúng tôi tiến hành khảo sát thực trạng phát triển NNTH của HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên nhằm:

- Tìm hiểu về nhận thức việc phát triển NNTH của GV giảng dạy môn Toán cho HS.
- Tìm hiểu về nhận thức việc phát triển NNTH của HS.

- Tìm hiểu về năng lực sử dụng NNTH của HS.
- Tìm hiểu về thực trạng phát triển NNTH cho HS.
- Tìm hiểu về nhu cầu của việc phát triển NNTH cho HS.

1.2.4.2. Đối tượng khảo sát

Khảo sát HS khối A, B của Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên, cụ thể: 137 HS Dự bị đại học khối A, B khóa 2016 - 2017, 143 HS Dự bị đại học khối A, B khóa 2017 - 2018, đội ngũ cán bộ giảng dạy môn Toán cho HS Dự bị đại học của Trường Đại học Tây Nguyên.

1.2.4.3. Nội dung khảo sát

Phiếu khảo sát (Nội dung phiếu khảo sát xem Phụ lục 1.3) tập trung vào các vấn đề sau:

Tìm hiểu thực trạng phát triển NNTH của HS Dự bị đại học.

Tìm hiểu khả năng hiểu, sử dụng NNTH của HS; việc tổ chức các hoạt động NNTH trong giờ học toán; việc dạy học theo hướng phát triển NNTH trong dạy học môn Toán cho HS Dự bị đại học.

1.2.4.4. Phương pháp khảo sát

Để thực hiện nhiệm vụ đặt ra, chúng tôi sử dụng những phương pháp sau:

- Phương pháp điều tra bằng phiếu hỏi (Phụ lục 1.1, Phụ lục 1.2) phương pháp đàm thoại, phỏng vấn.
- Phương pháp quan sát qua dự giờ môn Toán.
- Phương pháp nghiên cứu sản phẩm: phân tích, đánh giá vở bài tập toán, phiếu học tập, bài kiểm tra (Phụ lục 1.5) của HS.

- Phương pháp xử lý số liệu: Xử lý số liệu bằng phần mềm Excel.

1.2.4.5. Kết quả khảo sát

Kết quả khảo sát bằng phiếu (xem Phụ lục 1.3, Phụ lục 1.4), bài kiểm tra, quan sát, dự giờ, phỏng vấn HS - GV về những vấn đề liên quan đến phát triển NNTH chúng tôi rút ra một số kết luận sau:

Ở khu vực Tây Nguyên: Trường Đại học Tây Nguyên đã tổ chức đào tạo hệ Dự bị đại học từ những khóa đầu tiên khi thành lập Nhà trường. Năm 1996, Nhà trường thành lập Khoa Dự bị và Tạo nguồn (Nay đổi lại thành Khoa Dự bị Đại học). Từ năm học 2005 - 2006 đào tạo hệ Dự bị đại học được tổ chức theo quy chế mới: Số 09/2005/QĐ - Bộ Giáo dục và Đào tạo, ngày 29 tháng 3 năm 2005. Trên cơ sở quy chế mới, Bộ đã ban hành khung chương trình chi tiết cho tất cả các môn học, theo quyết định số 24/QĐ - Bộ Giáo dục và Đào tạo, ngày 29 tháng 5 năm 2006.

Từ năm 2006 đến nay đội ngũ thầy, cô giáo của Trường Đại học Tây Nguyên nói chung và các thầy, cô giáo của Khoa Dự bị đại học nói riêng đã có nhiều công trình nghiên cứu nhằm nâng cao chất lượng đào tạo cho HS Dự bị đại học. Chúng tôi đã thực hiện thành công 5 đề tài cụ thể:

Năm 2009, với đề tài “*Thực trạng kiến thức môn Toán của học sinh Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên*” (đề tài cấp cơ sở) chúng tôi đã tìm hiểu thực trạng kiến thức môn Toán, các yếu tố ảnh hưởng đến kiến thức môn Toán và đề xuất một số biện pháp giúp HS nâng cao kết quả học tập môn Toán.

Năm 2013, đề tài “*Tìm hiểu những khó khăn thường gặp khi học phần Hình học không gian của học sinh khối A, B Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên*”.

Năm 2015, đề tài “*Góp phần rèn luyện thao tác phân tích - tổng hợp của tư duy khi giải toán cho học sinh Dự bị đại học, Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên*”.

Năm 2016, đề tài “*Đề xuất một số phương pháp giải toán Hình học cho học sinh Dự bị đại học, Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên*”.

Năm 2018, đề tài “*Một số biện pháp góp phần rèn luyện kỹ năng sử dụng ngôn ngữ cho học sinh Dự bị đại học ở Trường Đại học Tây Nguyên*”. Các biện pháp chúng tôi đề xuất trong những đề tài trên vẫn mang tính khái quát chưa thực sự làm thay đổi chất lượng dạy học môn Toán của HS Dự bị đại học. Trong đề tài thứ 2, chúng tôi có đưa ra một số phương pháp giúp HS biết cách tự sử dụng thao tác phân tích - tổng hợp của tư duy để tìm cách giải một bài toán. Nhưng các phương pháp này cũng chỉ giúp được phần nào khả năng giải toán của HS Dự bị đại học. Trong đề tài thứ 3, chúng tôi đã xây dựng một cách hệ thống các dạng bài tập và nêu phương pháp giải cụ thể để giúp HS phần nào hiểu và giải được một số dạng toán Hình học trong chương trình môn Toán của hệ Dự bị đại học. Trong đề tài thứ 4, chúng tôi đề xuất một số biện pháp giúp HS Dự bị đại học góp phần rèn luyện kỹ năng sử dụng CNTT. Qua quá trình khảo sát chúng tôi rút ra một số kết luận sau:

Về phía GV: Qua khảo sát, chúng tôi nhận thấy, đội ngũ GV giảng dạy nói chung, GV giảng dạy môn Toán nói riêng cho HS Dự bị đại học đã không ngừng đổi mới phương pháp cũng như cách thức dạy học. Một số GV đã tích cực vận dụng các phương tiện hiện đại vào phục vụ dạy học như việc dùng giáo án điện tử, các phần mềm dạy học, các mô hình không gian ba, bốn chiều,... Ngoài ra, GV cũng đã đổi mới phương thức kiểm tra, đánh giá chất

lượng HS đảm bảo công bằng, khách quan và đánh giá một cách toàn diện HS hơn. Nhiều GV đã quan tâm đến công tác tự học ở nhà, tự học theo nhóm của HS Dự bị đại học.

GV ngày càng tâm huyết với việc truyền kiến thức, nhận thức được tầm quan trọng của việc phát triển NNTH. GV được đào tạo bài bản ở các trường Đại học sư phạm, được trang bị đầy đủ phương pháp, cách thức và nghiệp vụ sư phạm. Phần lớn GV đã bắt đầu tiếp thu và hăng hái vận dụng các phương pháp dạy học mới. Mặc dù, nhiều GV có hoàn cảnh kinh tế khó khăn nhưng đều có tinh thần trách nhiệm, tâm huyết với nghề.

Về phía HS: Còn nhiều HS gặp khó khăn trong quá trình học tập môn Toán nói chung, trong việc hoạt động NNTH nói riêng. Nguyên nhân có nhiều nhưng chủ yếu HS của Khoa Dự bị đại học - Trường Đại học Tây Nguyên có tư duy trừu tượng chưa tốt, trong khi kiến thức Toán học là những kiến thức trừu tượng, khó hiểu. HS không có điều kiện để rèn luyện và phát triển NNTH. Do HS đến từ nhiều vùng và thuộc nhiều dân tộc khác nhau, tính cách, quan niệm và ngôn ngữ khác nhau, dẫn đến mối quan hệ giữa HS và HS, giữa HS và GV có những khó khăn nhất định, làm hạn chế trong việc dạy của GV và việc học của HS. Trong các buổi chữa bài tập trên lớp, các buổi học nhóm, có rất ít HS tham gia phát biểu ý kiến. Do thói quen học tập một cách thụ động, phương pháp học ở cấp học trước vẫn mang tính thông báo, liệt kê, tái hiện. Chính vì vậy, HS có cảm giác thiếu tự tin khi phát biểu, tham gia ý kiến. Khi gặp bài toán tương tự, nhiều HS lúng túng do chưa có thói quen tự tìm tòi, khám phá, tự tổng hợp và nhìn nhận vấn đề một cách khái quát.

Khi giải các bài toán Hình học, vì chưa hiểu hết giả thiết bài

toán nên nhiều HS vẽ sai hình. HS nhận định, kết luận theo trực giác dẫn đến bế tắc trong suy luận để tìm cách giải bài toán. Không ít HS chưa nắm được định nghĩa, khái niệm (chẳng hạn: góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng,...). Việc vận dụng định lí, tính chất vào giải toán, đặc biệt là các bài toán có nhiều trường hợp còn gặp nhiều khó khăn. Điều này cho thấy năng lực biểu diễn toán học, năng lực sử dụng NNTH để phân tích tích, mổ xẻ bài toán của HS còn yếu.

Kết quả điều tra cho thấy: Phần lớn các kĩ năng NNTH của HS còn yếu thể hiện ở: Số HS đạt mức độ “tốt”, “khá” còn ít, số HS đạt mức độ “trung bình” và mức độ “yếu” vẫn chiếm phần lớn.

Năng lực sử dụng, giao tiếp NNTH còn hạn chế và đặc biệt có sự phân mức rất lớn. HS không có điều kiện, môi trường để phát triển NNTH.

Bảng phiếu học tập chúng tôi nhận thấy mức độ phát triển NNTH của HS còn thấp, cụ thể:

Có 58% HS vẽ sai hình.

Có 76% HS không vận dụng được hoặc vận dụng không đúng định lí, mệnh đề giải bài toán.

Có 65% HS giải thiếu trường hợp hoặc quên xét trường hợp đặc biệt.

Phần lớn GV và HS đều cho rằng NNTH trong chương trình môn Toán dùng cho hệ Dự bị đại học là phù hợp với trình độ nhận thức của HS. Có 7,5% HS nhận xét một số thuật ngữ, sơ đồ, bảng, tranh vẽ,... trong chương trình môn Toán chưa phù hợp. Tỷ lệ các bài tập có tranh vẽ, hình vẽ, bảng, biểu minh họa chưa nhiều, cần được quan tâm bổ sung thêm những bài tập toán học gắn với thực

tiền (xem thêm Phụ lục 1.3).

HS hiểu và sử dụng NNTH ở mức trung bình chiếm tỉ lệ khá cao (61,5%).

Nhiều HS còn gặp khó khăn trong việc hiểu và sử dụng các hình vẽ, biểu đồ, đồ thị, sơ đồ.

Hầu hết GV và HS đều cho rằng khả năng chuyển đổi mệnh đề toán học từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ kí hiệu và ngược lại ở mức trung bình.

Tỉ lệ GV thường xuyên tổ chức rèn cho HS hiểu và sử dụng NNTH khi dạy học môn Toán là 85%, nhưng vẫn có khoảng 15% HS cho rằng mình ít khi được rèn luyện để hiểu và sử dụng NNTH.

Việc HS tham gia các hình thức giao tiếp trong giờ học toán là khá thường xuyên (chiếm 79,4%).

Có 25% GV và HS cho rằng chất lượng, hiệu quả của rèn luyện năng lực sử dụng NNTH chưa cao. HS thường gặp khó khăn và thụ động khi giao tiếp bằng NNTH trong lớp học toán.

Chúng tôi phân tích thực tiễn dạy học và nhận thấy rằng: HS Dự bị đại học còn có những biểu hiện mơ hồ, lẫn lộn, máy móc trong việc nắm, hiểu, sử dụng những thuật ngữ toán học.

Những hiện tượng thường thấy là:

- Một “*từ*” xuất hiện ở hai khái niệm thì sẽ có cùng tính chất ở hai khái niệm đó. Chẳng hạn, có nhiều HS cho rằng: Khi biết tổng của hai số lẻ là một số chẵn suy ra *tổng của hai hàm số lẻ là một hàm số chẵn*. Nhưng thực ra, nếu hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là lẻ trên tập xác định D thì $f(x) + g(x)$ cũng là một hàm lẻ trên tập xác định D .

- Có sự đồng nhất với nghĩa thông thường của các từ trong

tiếng Việt. Chẳng hạn, có HS cho rằng: Giá trị cực đại của một hàm số thì luôn lớn hơn giá trị cực tiểu.

- Lạm dụng thuật ngữ và kí hiệu toán học để thay thế cho từ của NNTN. Chẳng hạn, HS viết “ $\exists$ ngày như $\forall$ ngày” thay cho “một ngày như mọi ngày”.

- Ảnh hưởng thói quen ngôn ngữ không đúng đắn. Chẳng hạn, HS thường không cần để ý đến dấu của x , do đó các em ngầm hiểu $\sqrt{x^2} = x$.

- Những khó khăn và sai lầm xuất phát từ cách nhìn nặng về hình thức. Chẳng hạn, nhiều HS hiểu $2x + 4y = 3$ là phương trình đường thẳng nhưng lại cho biểu thức $2z + 4t = 3$ không phải là phương trình đường thẳng.

- Chưa thành thục trong việc chuyển cách nhìn bài toán. Chẳng hạn, có nhiều HS chưa hiểu khi GV hướng dẫn chuyển phương trình ẩn x có chứa tham số a , mà bậc của a là 2 sang phương trình bậc 2 đối với ẩn a .

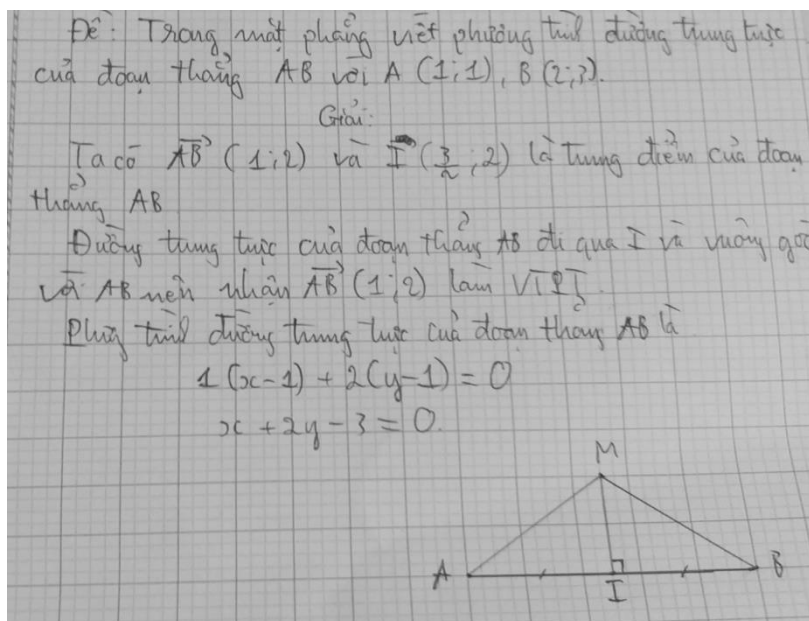
So với các môn học khác, môn Toán có đặc điểm là HS sẽ rất lúng túng khi ghi một biểu thức toán học thông qua lời đọc của GV. Chẳng hạn, HS sẽ không ghi được biểu thức $\ln(x^2 \cos(x^2 + 1) + x)$ nếu không được nhìn thấy tận mắt.

Để có cái nhìn cụ thể hơn về đối tượng HS Dự bị đại học, chúng tôi phân tích bài giải của một số HS, xét ví dụ cụ thể là Câu 2 của Đề kiểm tra trong Phụ lục 1.4. Đề bài: Trong mặt phẳng viết phương trình đường thẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1; 1)$ và $B(2; 3)$.

Đây không phải là bài toán khó, đa phần HS giải được. HS thường suy nghĩ theo hướng viết phương trình đường thẳng theo

định nghĩa, tức là tìm điểm đi qua và vector pháp tuyến hoặc tìm điểm đi qua và vector chỉ phương. Để giải được bài toán theo hướng này HS phải hiểu thuật ngữ “*đường thẳng trung trực của đoạn thẳng*”, cụ thể “*đường trung trực của đoạn thẳng là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó*”. Do đó HS sẽ tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB và vector pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$.

Tuy nhiên, năng lực NNTH của nhiều HS còn thấp, cụ thể các em vẫn còn viết tọa độ của vector như tọa độ của điểm (thiếu dấu “=”), chẳng hạn: $\overrightarrow{AB} (1; 2)$ (Hình 1.4).



Hình 1.4

Bên cạnh đó, nhiều HS suy nghĩ theo hướng “*đường trung*”

trực là đường thẳng gồm tập hợp các điểm cách đều A và B ", do đó HS giải bài toán bằng cách gọi điểm $M(x; y)$ và tìm mối liên hệ giữa x và y . Tuy nhiên, vẫn còn một số HS chưa quen với phương trình đường thẳng có dạng $ax + by = c$. Đối với nhiều HS, phương trình đường thẳng phải có dạng $y = ax + b$ (Hình 1.5).

Đề: Trong mp viết pt đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1; 1)$, $B(2; 3)$

Giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm bất kỳ thuộc trung trực đoạn thẳng AB
Ta có: $MA = MB$

$$MA = |\vec{MA}| = \sqrt{(1-x)^2 + (1-y)^2}$$

$$MB = |\vec{MB}| = \sqrt{(2-x)^2 + (3-y)^2}$$

$$\underline{MA = MB}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(1-x)^2 + (1-y)^2} = \sqrt{(2-x)^2 + (3-y)^2}$$

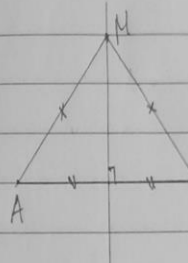
$$\Leftrightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (2-x)^2 + (3-y)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2x + 1 - 2y = 4 - 4x + 9 - 6y$$

$$\Leftrightarrow -2x + 11 = 4y$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{11}{4}$$

Vậy pt đường thẳng $y = -\frac{x}{2} + \frac{11}{4}$



Hình 1.5

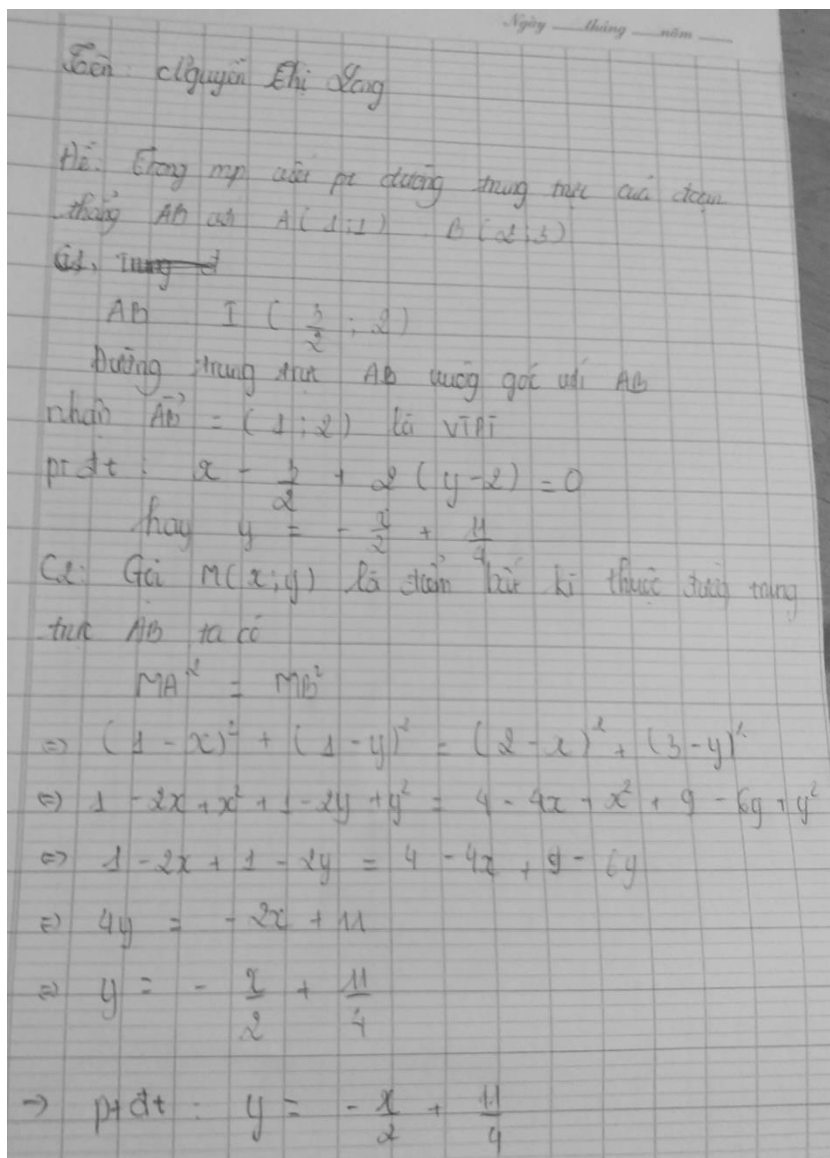
Đối với những HS Dự bị đại học ngành Y đa khoa, các em có trình độ, năng lực môn Toán tương đối khá. Những HS này có kết quả thi Trung học phổ thông quốc gia khá cao (trên 20 điểm). Do đó khi gặp bài toán trên, các em có thể giải được theo hai cách (Hình 1.6, Hình 1.7).

Đề: Trong mp viết pt đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1; 1)$; $B(2; 3)$

(1) Trung điểm AB: $I(\frac{3}{2}; 2)$
 Đường trung trực AB vuông góc với AB
 $\Rightarrow$ nhân $\vec{AB} = (1; 2)$ là VTPT
 $\Rightarrow$ pt đt: $x - \frac{3}{2} + 2(y - 2) = 0$
 hay: $2y - x = \frac{11}{2}$

(2) Gọi $M(x; y)$ là điểm bất kì thuộc đường trung trực AB ta có
 $MA^2 = MB^2$
 $\Rightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (2-x)^2 + (3-y)^2$
 $\Rightarrow 1 - 2x + x^2 + 1 - 2y + y^2 = 4 - 4x + x^2 + 9 - 6y + y^2$
 $\Rightarrow 1 - 2x + 1 - 2y = 4 - 4x + 9 - 6y$
 $\Rightarrow 4y = -2x + 11$
 $\Rightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{11}{4}$
 Vậy pt đt: $y = -\frac{x}{2} + \frac{11}{4}$

Hình 1.6



Hình 1.7

Tuy nhiên, số HS trình bày lời giải một cách hoàn chỉnh

không nhiều, các em vẫn chưa có thói quen vẽ hình minh họa. Vẫn còn nhiều HS vẽ chưa đúng hình (chẳng hạn: độ dài MA dài hơn độ dài đoạn MB , ...). Nhiều HS vẫn dùng các kí hiệu, các từ viết tắt không chính thống trong trình bày lời giải, chẳng hạn dùng “vs” thay cho từ “với”, dùng kí hiệu “ $\rightarrow$ ” thay cho “ $\Rightarrow$ ”, ... (Hình 1.8).

Đề: Trong mp viết pt đường trung trực của đoạn thẳng AB vs $A(1;1); B(2;3)$.

Cách 1: Trung điểm $AB: I(\frac{3}{2}; 2)$.

Đường trung trực của AB qua I và vuông góc vs AB .

$\rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 2)$ là VTCP.

$\rightarrow$ pt đường trung trực của AB :

$$x - \frac{3}{2} + 2(y - 2) = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{-x}{2} + \frac{11}{4}$$

Cách 2: Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường trung trực AB .

$\rightarrow MA^2 = MB^2$

$$\Leftrightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (2-x)^2 + (3-y)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2x + x^2 + 1 - 2y + y^2 = 4 - 4x + x^2 + 9 - 6y + y^2$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2x + 1 - 2y = 4 - 4x + 9 - 6y$$

$$\Leftrightarrow 4y = -2x + 11$$

$$\Rightarrow y = \frac{-x}{2} + \frac{11}{4}$$

$\Rightarrow$ pt đường trung trực của $AB: y = \frac{-x}{2} + \frac{11}{4}$

Hình 1.8

Chúng tôi đã tiến hành khảo sát bằng cách phỏng vấn, phát phiếu học tập, phát đề kiểm tra. Phân tích câu trả lời trong các cuộc phỏng vấn, phiếu học tập và 220 bài kiểm tra (Đề kiểm tra xem Phụ lục 1.4) của HS Dự bị khóa 2015 - 2016, 2016 - 2017, Khoa Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên chúng tôi thu được kết quả như sau:

Bảng 1.7: Kết quả khảo sát thực trạng NNTH của HS Dự bị đại học

TT	Các kỹ năng	Mức độ (Đánh giá theo điểm, lấy đến một chữ số thập phân)			
		Tốt (8,0-10)	Khá (6,5-7,9)	TB (5,0-6,4)	Yếu (0-4,9)
1	Hiểu cú pháp của NNTH	13	34	78	95
2	Hiểu ngữ nghĩa của NNTH	21	56	65	78
3	Viết chính xác NNTH	9	23	87	101
4	Dùng NNTH giải quyết thành thạo các	7	45	65	103

	vấn đề toán học				
5	Biết trình bày, biểu diễn nội dung toán học cho người khác hiểu	32	23	98	67
6	Biết chuyển đổi từ NNTN sang NNTH	15	43	52	110
7	Biết chuyển đổi từ NNTH sang NNTN	11	23	76	110
8	Biểu diễn đúng sơ đồ, hình vẽ, đồ thị,...	17	34	87	82

Kết quả khảo sát cho thấy cần phải có những biện pháp làm tăng tỉ lệ HS tham gia vào hoạt động phát triển NNTH để từ đó nâng

cao chất lượng học tập trong giờ học. HS có ít cơ hội được củng cố kiến thức NNTH, rèn luyện các kỹ năng giao tiếp bằng NNTH. HS gặp nhiều khó khăn trong “*nói toán*” và tốn nhiều thời gian trình bày bài giải mạch lạc, rõ ràng. Nhiều GV chưa thực sự quan tâm đến việc phát triển NNTH cho HS.

1.2.4.6. Nguyên nhân của thực trạng

Có nhiều nguyên nhân khách quan, chủ quan đến từ GV cũng như HS, sau đây là một số nguyên nhân cơ bản.

Mặc dù nhận thức được vai trò quan trọng của NNTH trong dạy học môn Toán nhưng GV chưa định hình được phương pháp giúp HS phát triển NNTH.

GV không có điều kiện hiểu hết văn hóa, phong tục tập quán, thói quen của từng HS trong lớp học nên phần nào vẫn có khoảng cách giữa thầy và trò.

Trong điều kiện dạy học theo cấu trúc chương trình chặt chẽ, việc thực hiện phải đảm bảo yêu cầu khắt khe về mục tiêu, nội dung, về chuẩn kiến thức, kỹ năng, về thời gian, về kiểm tra đánh giá,... nên GV ít có cơ hội tổ chức rèn luyện, bồi dưỡng, xây môi trường để HS phát triển NNTH.

Nhiều HS chỉ chú ý giải được bài toán, chứng minh được định lý mà chưa thật sự quan tâm đến cách trình bày, cách diễn đạt sao cho ngắn gọn, chặt chẽ, logic.

HS Dự bị đại học xếp lớp dựa vào khối ngành học do đó trình độ trong một lớp không đồng đều (ví dụ: HS dự bị ngành Y đa khoa có kiến thức cao hơn HS dự bị ngành Nông lâm và Chăn nuôi thú ý mặc dù các em cùng lớp Dự bị khối B). Đây là rào cản không hề nhỏ trong việc giao tiếp NNTH.

HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên chủ yếu tuyển hai đối tượng: đối tượng 30a (HS có hộ khẩu trên 36 tháng thuộc huyện nghèo do Chính phủ quy định hằng năm) và đối tượng HS đồng bào dân tộc thiểu số. Do đó có sự khác nhau về ngôn ngữ mẹ đẻ, văn hóa cũng như điều kiện sống.

1.2.5. Kết luận của thực trạng phát triển ngôn ngữ toán học của học sinh Dự bị đại học

Sau khi nghiên cứu: Các quan niệm về ngôn ngữ, NNTH, tư duy, tư duy toán học, mối quan hệ giữa ngôn ngữ và tư duy, giữa NNTH và tư duy toán học; Nghiên cứu chương trình môn Toán dùng cho hệ Dự bị đại học; Tìm hiểu những thuận lợi và khó khăn trong việc dạy học môn Toán; Khảo sát thực trạng phát triển NNTH của HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên. Chúng tôi nhận thấy NNTH có ảnh hưởng đến chất lượng học tập môn Toán của HS Dự bị đại học. Do đó, để góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán cho HS Dự bị đại học thì cần phải có những biện pháp phát triển NNTH. Chúng tôi khẳng định có thể rèn luyện và phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên. Việc này đòi hỏi luận án phải đề xuất được một số biện pháp giải quyết được vấn đề:

Củng cố vốn tri thức về NNTH cho HS Dự bị đại học.

Rèn luyện cho HS Dự bị đại học sử dụng chính xác NNTH trong học tập môn Toán: sử dụng đúng, chính xác NNTH trong giải quyết các vấn đề toán học.

Phát triển cho HS kĩ năng giao tiếp bằng NNTH thông qua bốn kĩ năng nghe, nói, đọc, viết. HS biết trình bày vấn đề bằng ngôn ngữ nói và ngôn ngữ viết chặt chẽ, logic.

Kết luận chương 1

Trong Chương 1, chúng tôi đã nghiên cứu và làm sáng tỏ các vấn đề sau:

Nghiên cứu tổng quan vấn đề liên quan đến ngôn ngữ, NNTH ở trong và ngoài nước. Qua đó nhận thấy đã có nhiều công trình liên quan đến ngôn ngữ, NNTH, liên quan đến phát triển NNTH cho HS Tiểu học, Trung học cơ sở cũng như Trung học phổ thông. Riêng đối tượng HS Dự bị đại học thì chưa có công trình nào nghiên cứu đến vấn đề phát triển NNTH.

Trình bày, phân tích, làm rõ một số vấn đề liên quan đến ngôn ngữ, NNTH, tư duy, tư duy toán học, mối quan hệ giữa ngôn ngữ và tư duy, giữa NNTH và tư duy toán học, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng giao tiếp toán học, phát triển và phát triển NNTH. Liên quan đến ngôn ngữ và NNTH, Luận án tập trung làm rõ các vấn đề như khái niệm, chức năng, bản chất và đặc trưng. Trong Chương 1, chúng tôi cũng làm rõ một số vấn đề liên quan đến tư duy, tư duy toán học để từ đó phân tích mối quan hệ giữa ngôn ngữ và tư duy, giữa NNTH và tư duy toán học. Một trong những cách tốt nhất để phát triển ngôn ngữ nói chung, NNTH nói riêng là giao tiếp nên chúng tôi cũng trình bày một số khái niệm liên quan đến kỹ năng giao tiếp, kỹ năng giao tiếp toán học.

Để có cơ sở lí luận cho vấn đề phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học, sau khi giới thiệu một số quan điểm về khái niệm phát triển, phát triển NNTH, chúng tôi nhận thấy muốn phát triển NNTH cần phát triển năng lực sử dụng, năng lực biểu diễn, năng lực giao tiếp và năng lực chuyển đổi ngôn ngữ. Dựa trên thang đánh giá các cấp độ tư duy của Boleslaw, chúng tôi đề xuất thang đánh giá các cấp độ phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở Vùng Tây Nguyên.

Giới thiệu chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học. Qua đó phân tích đặc điểm chương trình cũng như nêu lên một số lưu ý khi dạy học môn Toán cho HS Dự bị đại học.

Tìm hiểu thực trạng phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học, qua đó biết tình hình và thấy được cần thiết phải rèn luyện, phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên.

Những nội dung đã nêu ở trên là tiền đề cơ sở để chúng tôi đề xuất những vấn đề sau và cũng là những luận điểm mới của luận án:

- Làm rõ, phân tích NNTH của HS Dự bị đại học.
- Tìm hiểu và khảo sát thực trạng phát triển NNTH của HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên hiện nay.
- Đề xuất một số biện pháp dạy học nhằm phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên.

Chương 2

PHÁT TRIỂN NGÔN NGỮ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH DỰ BỊ ĐẠI HỌC Ở VÙNG TÂY NGUYÊN

Dựa vào cơ sở lí luận và cơ sở thực tiễn đã được trình bày trong Chương 1, chúng tôi đưa ra một số nguyên tắc, định hướng và đề xuất bốn nhóm biện pháp dạy học nhằm phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên. Từ đó, nâng cao chất lượng học tập môn Toán nói riêng cũng như nâng cao chất lượng đào tạo cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên.

2.1. Một số nguyên tắc trong việc xây dựng và thực hiện biện pháp

Để có thể phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học, chúng tôi xây dựng một số biện pháp dạy học, các biện pháp phải đảm bảo nguyên tắc:

2.1.1. Phù hợp với đặc điểm dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học

Không giống như các môn học khác, đặc điểm của môn Toán có tính trừu tượng cao, tính khái quát rộng, tính thực tiễn rõ ràng, tính logic chặt chẽ và tính thực nghiệm. Các kiến thức toán học được xây dựng bằng cách suy diễn logic qua các tiên đề, mệnh đề, định lí và tính chất. Phương pháp tìm tòi, phát hiện kiến thức trong toán học chủ yếu là mò mẫm, dự đoán. Sự thống nhất giữa suy đoán và suy diễn là một đặc điểm của tư duy toán học. Do đó, GV cần chú ý đặc điểm này để có biện pháp dạy học cho HS đặc biệt là HS Dự bị đại học.

Dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học nhằm

ôn lại các kiến thức của ba năm Trung học phổ thông. GV hệ thống lại kiến thức môn Toán theo mạch kiến thức mà HS đã được học. GV tổng hợp, trình bày lí thuyết kết hợp ví dụ và bài tập nhằm củng cố tối đa kiến thức mà HS còn thiếu. Trong chương trình Dự bị đại học, HS được bồi dưỡng năng lực tư duy, phương pháp suy luận cũng như kĩ năng trình bày lời giải. Phương pháp huy động kiến thức cũ để giải quyết vấn đề đặt ra cũng thường xuyên được bồi dưỡng.

2.1.2. Phù hợp với nguyên tắc dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học

Nguyên tắc dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học là phải phù hợp với đặc điểm học tập mang tính củng cố, ôn tập lại kiến thức cơ bản. Chương trình học tập mang tính mở, có môi trường phát huy tối đa năng lực tự học. Các năng lực cơ bản của HS trong việc tiếp nhận kiến thức môn Toán ở chương trình Dự bị đại học được xác định dựa trên các quan điểm cơ bản về lí luận nhận thức và lí thuyết hoạt động, đồng thời dựa vào đặc điểm học tập của HS. Đối với HS Dự bị đại học việc nâng cao chất lượng học tập môn Toán là quan trọng, nó giúp HS không những học tốt mà còn yêu thích môn Toán. Hình thành năng lực học tập môn Toán cho HS Dự bị đại học nhằm làm tăng khả năng tiếp thu kiến thức, khả năng giải toán và khả năng tìm tòi phát hiện kiến thức mới. Tuy nhiên, năng lực và kiến thức môn Toán của HS Dự bị đại học còn hạn chế và đặc biệt có sự phân mức rất lớn. Đối với những HS khá, hầu hết các em chỉ là học lại các kiến thức cũ ở phổ thông một cách nhàm chán. Đối với HS yếu, phải học cùng lớp với HS khá nên xảy ra trường hợp các em chưa hiểu nội dung này mà phải chuyển qua nội dung khác. Để khắc phục điều này, GV cần có phương pháp dạy học phù hợp từng đối tượng.

2.1.3. Phù hợp với tâm lí của học sinh Dự bị đại học và đặc điểm chuyên biệt về đối tượng học sinh đồng bào dân tộc thiểu số

Trong những năm qua, được sự quan tâm đặc biệt của Đảng và Nhà nước, hệ thống Trường Dự bị đại học dân tộc, các Khoa trong Trường Đại học có đào tạo HS Dự bị đại học phát triển mạnh mẽ, từng bước khẳng định vị trí, vai trò trong sự nghiệp phát triển đội ngũ cán bộ là người đồng bào dân tộc thiểu số. Tuy nhiên, một thực tế là chất lượng học tập của HS Dự bị đại học chưa cao. Nguyên nhân chủ yếu là các em dựa vào các chính sách ưu đãi của Đảng và Nhà nước dành cho con em người đồng bào dân tộc thiểu số, chưa nhận thức được mục đích học tập là để nâng cao trình độ hiểu biết mà chỉ dừng lại ở việc học để đủ điều kiện vào Đại học, Cao đẳng. Một số HS do chậm về khả năng NNTN cho nên tiếp thu không tốt bài giảng, gặp nhiều khó khăn trong học tập. Năng lực tự học của HS Dự bị đại học chưa được quan tâm đúng mức, trình độ nhận thức của HS không đồng đều do nguồn tuyển khác nhau (dự bị, cử tuyển). Trong khi đó, vẫn còn một bộ phận GV lúng túng, gặp khó khăn trong việc đảm nhiệm giáo dục toàn diện cho người học. Phương pháp dạy học của GV thiên về giảng giải, truyền thụ, thậm chí nhồi nhét kiến thức, HS tiếp nhận tri thức một cách thụ động, ghi nhớ những sự kiện, giải quyết các bài tập theo mẫu của người dạy.

2.1.4. Đảm bảo tính khả thi trong điều kiện thực tế dạy học toán hiện nay ở các trường Dự bị đại học

Chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học được Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành chung cho hệ thống các trường Dự bị đại học. Chương trình không có sự phân chia theo nội dung (phần cơ bản, phần nâng cao), theo khối tuyển đầu vào (khối A, khối B), theo vùng miền (Tây Bắc, Tây Nguyên, Tây Nam Bộ, ...). Hiệu quả

đào tạo Dự bị đại học sẽ tốt hơn nếu chương trình được chia theo hai phần: phần cơ bản (áp dụng cho HS trung bình, trung bình khá gồm các kiến thức cơ bản của ba năm Trung học phổ thông); phần nâng cao (áp dụng cho HS khá, giỏi gồm các kiến thức mở rộng, các kiến thức khó). Trong thực tế dạy học, GV nên chọn một số chủ đề để nhóm HS khá làm bài tập lớn (có sự định hướng của GV) thay bài kiểm tra định kì, không biến HS khá thành thợ giải bài tập. Có như vậy mới kích thích hứng học tập, tạo động lực phấn đấu, ganh đua cho HS.

Để đạt cao nhất hiệu quả dạy học môn Toán cho HS Dự bị đại học thì các bài học phải được thiết kế theo hướng mở. Tức là, trước khi kết thúc một bài, kết thúc một chương phải gọi ra một vấn đề mở - vấn đề mới để thúc đẩy khả năng sáng tạo, tự tìm tòi, khám phá của HS.

Việc kiểm tra đánh giá HS Dự bị đại học chủ yếu bằng kiểm tra viết và thi cuối kì. Phần thi cuối mỗi học kì là dịp để HS ôn lại, tổng hợp một cách có hệ thống các kiến thức đã học. Trong giáo trình môn Toán, bên cạnh hệ thống phân lí thuyết và các bài tập, các bài đọc thêm cũng được hệ thống hóa đầy đủ. Việc hệ thống sẽ giúp các em củng cố và hiểu sâu hơn nội dung lí thuyết từ đó giải nhanh hơn các bài tập, tạo cho HS niềm đam mê học Toán.

2.2. Một số định hướng trong việc xây dựng và thực hiện biện pháp

Dựa trên một số cơ sở lí luận và cơ sở thực tiễn về ngôn ngữ, NNTH, tư duy, tư duy toán học, đặc điểm NNTH và thực trạng phát triển NNTH của HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên, chúng tôi xác định một số định hướng trong việc xây dựng và thực hiện biện pháp phát triển NNTH.

2.2.1. Tổ chức các hoạt động học tập để tạo điều kiện cho học sinh nhận thức vai trò của môn Toán trong chương trình Dự bị đại học

Nội dung lí thuyết trong chương trình môn Toán nhiều, các dạng toán tương đối đa dạng, HS Dự bị đại học phải học đồng thời nhiều môn (ví dụ khối A gồm Toán, Lí, Hóa, Tiếng việt, Tin học, Tiếng anh, Kỹ năng). Vì vậy, trong học tập GV cần chú ý tổ chức các hoạt động để HS có điều kiện củng cố kiến thức cơ bản, rèn luyện và phát triển các năng lực. Dựa vào đặc điểm HS, đặc điểm chương trình, GV tổ chức các hoạt động gắn với thực tiễn cuộc sống. Tạo điều kiện để HS củng cố khái niệm qua các ví dụ trực quan, ví dụ gần gũi với cuộc sống hàng ngày. Thực hiện điều này chính là tạo điều kiện để HS nhận thức theo quá trình: từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng. Việc nhận thức tuân theo quá trình này sẽ làm giảm yếu tố trừu tượng, khó hiểu, tạo hứng thú, đam mê học tập môn Toán.

2.2.2. Khai thác triệt để vốn kiến thức, sự trải nghiệm, kinh nghiệm của học sinh để làm cơ sở cho việc kiến tạo tri thức mới

Lí thuyết kiến tạo nghiên cứu về cách thức học tập của con người và khẳng định con người xây dựng những hiểu biết và kiến thức của mình thông qua việc trải nghiệm và phản ánh những kinh nghiệm này. Vì vậy, trong dạy học trên cơ sở vận dụng lí thuyết kiến tạo, việc GV tạo môi trường cho HS khai thác triệt để vốn kiến thức, sự trải nghiệm, kinh nghiệm là điều cần thiết. Định hướng này được chú trọng trong cả bốn nhóm biện pháp, đặc biệt là nhóm Biện pháp 4.

2.2.3. Xây dựng môi trường học tập hợp tác tích cực, luôn khuyến khích học sinh trao đổi, thảo luận, tìm tòi, phát hiện và giải quyết vấn đề

Học tập theo hướng hợp tác cho phép HS phát triển các ý tưởng thông qua chia sẻ và trao đổi các ý kiến trong lớp. Phương pháp này cho phép HS giải quyết vấn đề thông qua sự hợp tác với các bạn cùng lớp. Thông qua học hỏi lẫn nhau, trình độ HS ngày càng được nâng cao. Vì vậy, việc xây dựng môi trường học tập hợp tác tích cực là điều cần thiết trong học tập trên cơ sở vận dụng lí thuyết kiến tạo. Định hướng này được chú trọng trong cả bốn nhóm biện pháp được trình bày ở mục 2.3.

2.2.4. Chú trọng giúp học sinh tạo mối liên hệ giữa các nội dung lí thuyết, liên hệ vận dụng lí thuyết với thực tiễn

Việc dạy học nội dung lí thuyết không chỉ nhằm mục đích giúp HS củng cố lại kiến thức đã học trước đó mà quan trọng hơn là hiểu được bản chất và vận dụng vào giải toán. Đối với HS Dự bị đại học, bên cạnh việc giúp HS tạo mối liên hệ, vận dụng các kiến thức lí thuyết, GV chú trọng phát triển ý tưởng có thể được hình thành trong quá trình kiến tạo lí thuyết nhằm giúp cho việc vận dụng khái niệm của HS đạt một mức độ cao hơn.

2.3. Một số biện pháp phát triển ngôn ngữ toán học cho học sinh Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên

Các biện pháp được chúng tôi đề xuất nhằm mục đích phát triển NNTH cho HS theo thang đánh giá cấp độ được nêu trong Chương 1. Mỗi biện pháp đều có ba bước thực hiện, qua mỗi bước, NNTH của HS được phát triển lên cấp độ cao hơn. Từ việc HS ghi nhớ, đọc đúng tên, nhận ra kí hiệu, thuật ngữ toán học và sử dụng chính xác kí hiệu, thuật ngữ toán học ở dạng đơn lẻ (cấp độ 1). Đến

việc HS sử dụng đúng, chính xác, liên kết đúng các kí hiệu toán học ở dạng đơn giản; bước đầu đọc, hiểu nội dung toán học qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan (cấp độ 2). Cuối cùng HS biết đọc và hiểu đúng nội dung toán học trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ; sử dụng NNTH để trình bày vấn đề toán học bằng ngôn ngữ viết một cách chặt chẽ, logic, chính xác. Sử dụng NNTH để nghe, hiểu những gì người khác nói và trình bày được vấn đề toán học (cấp độ 3, cấp độ 4).

2.3.1. Nhóm biện pháp 1: củng cố vốn tri thức ngôn ngữ toán học và bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ cho học sinh

2.3.1.1. Biện pháp 1.1: Củng cố vốn từ vựng và ngữ nghĩa của ngôn ngữ toán học cho học sinh

Nội dung môn Toán trong chương trình Dự bị đại học được trình bày trên cơ sở giới thiệu, tổng hợp lại các kiến thức đã học của ba năm học trong chương trình Trung học phổ thông, nhằm củng cố kiến thức môn Toán để HS có nền tảng lên học chương trình Đại học. Từ vựng và ngữ nghĩa của NNTH là một trong những nội dung quan trọng cần củng cố, vì khi đó HS có vốn kiến thức để nắm được nội dung toán học. Trong dạy học, GV cần chú trọng củng cố cho HS vốn từ vựng của NNTH và có sự hiểu biết về ngữ nghĩa.

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS Dự bị đại học củng cố, hiểu, nắm chắc và sử dụng có hiệu quả từ vựng và ngữ nghĩa NNTH trong học tập.
- Góp phần làm phong phú thêm vốn ngôn ngữ nói chung và NNTH nói riêng cho HS Dự bị đại học.

b. Nội dung

HS Dự bị đại học chủ yếu là con em các dân tộc thiểu số nên tiếng Việt không phải là tiếng mẹ đẻ. Để tăng khả năng ngôn ngữ, năng lực tư duy thì GV cần có phương pháp giảng dạy thích hợp. Nội dung chính của biện pháp là củng cố vốn từ vựng, ngữ nghĩa của NNTH cho HS Dự bị đại học.

c. Các bước tiến hành

Để nâng cao chất lượng môn Toán cho HS Dự bị đại học, trong giảng dạy GV cần chú ý phát triển NNTH. Khi nắm được từ vựng và ngữ nghĩa, tức là khi có vốn kiến thức về NNTH, HS sẽ hiểu khái quát nội dung toán học dễ dàng hơn. GV củng cố cho HS từ vựng và ngữ nghĩa của NNTH theo 3 bước sau:

Bước 1: Nhắc lại kí hiệu, thuật ngữ toán học.

GV giới thiệu kí hiệu, thuật ngữ toán học trong ngữ cảnh thích hợp. Do đặc thù môn Toán có tính trừu tượng cao, HS sẽ hiểu vấn đề toán học hơn nếu được GV giới thiệu một cách trực quan, cụ thể. Muốn vậy, GV nên tạo dựng ngữ cảnh có sử dụng các hình ảnh, hình vẽ, mô hình phù hợp. Ngữ cảnh mà GV tạo ra cần gắn với cuộc sống sinh hoạt hàng ngày của HS. Các hình ảnh, hình vẽ, mô hình phải đảm bảo tính trực quan và gần gũi với HS.

Ví dụ 2.1: Khi dạy học nội dung hai đường thẳng chéo nhau, GV lấy ví dụ thực tế (chẳng hạn như cái bàn học) để minh họa, dùng tay chỉ đường thứ nhất là chân bàn, đường thứ hai là cạnh của mặt bàn (cạnh không có điểm chung với chân bàn kia).

Mặt khác, khi tạo ngữ cảnh giới thiệu kí hiệu - thuật ngữ toán học cho HS Dự bị đại học, GV nên đưa những hình ảnh gần gũi với cuộc sống hàng ngày, phù hợp với phong tục tập quán cũng như văn hóa đặc trưng Tây Nguyên. Bằng trực quan sinh động HS sẽ ghi nhớ

tri thức toán học và NNTH nhanh hơn, hiệu quả hơn.

Bước 2: Giải thích ngữ nghĩa của NNTH.

Chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học là khái quát, tổng hợp có hệ thống các kiến thức của 3 năm học ở cấp Trung học phổ thông, không có nội dung, bài giảng cụ thể nhằm giải thích nghĩa của kí hiệu, thuật ngữ của NNTH. Để giúp HS hiểu nghĩa của các kí hiệu, các thuật ngữ, GV phải thường xuyên giải thích thông qua hình ảnh trực quan và các hoạt động toán học. GV lồng ghép việc giải thích ngữ nghĩa vào hoạt động giảng nội dung lí thuyết, ví dụ cũng như lời giải bài toán cụ thể trên lớp. Với những từ xuất hiện cả trong NNTN và NNTH nhưng có nghĩa khác nhau thì GV cần chính xác hóa nghĩa của từ trong NNTH trên cơ sở nhận thức ban đầu của HS.

Bước 3: Thực hành sử dụng kí hiệu, thuật ngữ

Sau khi HS được củng cố và hiểu sâu hơn các kí hiệu, thuật ngữ toán học có trong bài giảng, GV cần hướng dẫn cách sử dụng kí hiệu, thuật ngữ toán học trong các tình huống khác nhau. GV tạo ra các tình huống gắn liền với cuộc sống để HS có cơ hội sử dụng và hiểu được ý nghĩa thực tiễn.

GV phải ý thức được sự cần thiết của việc phát triển NNTH, cần tạo các tình huống sư phạm, tình huống có vấn đề để HS thảo luận, giải quyết vấn đề toán học. Hình thức học tập này giúp HS có sự tranh luận, phản biện cũng như giúp đỡ nhau từ đó có nhiều cơ hội học hỏi nhiều hơn.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.2: Tổ chức cho HS củng cố thuật ngữ “giao tuyến của

*hai mặt phẳng*¹.

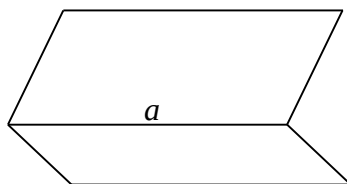
Bước 1: GV giới thiệu thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng.

Thuật ngữ *giao tuyến của hai mặt phẳng* được giới thiệu như sau: “*Giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng chứa tất cả điểm chung của hai mặt phẳng đó*”. Qua định nghĩa này, HS hiểu giao tuyến của hai mặt phẳng là một đường thẳng. Đường thẳng này là tập hợp các điểm chung của hai mặt phẳng cắt nhau. Như vậy có thể hiểu thuật ngữ *giao tuyến của hai mặt phẳng* dùng để thay thế cụm từ “*đường thẳng chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng*”.

* Qua bước này HS ghi nhớ được thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng, bước đầu sử dụng đúng, chính xác cũng như biết đọc, hiểu nội dung bài toán có thuật ngữ này qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Giải thích thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng.

Để HS hiểu và tiếp nhận được ngữ nghĩa, GV phải phân tích, giải thích cụ thể các ý trong định nghĩa. Cần có ví dụ minh họa, cho HS quan sát mô hình, hình ảnh qua phần mềm hỗ trợ.



Hình 2.1

Cần nhấn mạnh các ý mang tính đặc trưng của khái niệm như:

¹ Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), *Bài giảng Hình học sơ cấp dùng cho học sinh Dự bị đại học*, Trường Đại học Tây Nguyên.

giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng, không phải là đoạn thẳng, tam giác hay cái gì khác; giao tuyến không phải là đường thẳng bất kì mà là tập hợp các điểm chung của hai mặt phẳng.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác kí hiệu toán học, bước đầu biết thể hiện nội dung toán học qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Thực hành sử dụng thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng.

Thông qua dạy học các định lí, hệ quả liên quan, HS có cơ hội thực hành sử dụng thuật ngữ. Chẳng hạn: Trong định lí về ba mặt phẳng cắt nhau: “*Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song*”. Như vậy, nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến này là đồng quy hoặc đôi một song song (có hai trường hợp thay vì có 4 trường hợp như ba đường thẳng bất kì).

HS thực hành sử dụng thông qua các định lí và hệ quả sau:

+ Hệ quả: “*Nếu hai mặt cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó song song với hai đường thẳng hoặc trùng với một trong hai đường thẳng*”;

+ Định lí: “*Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a mà cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với a* ”.

+ Hệ quả: “*Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với mặt phẳng đó,...*”.

Bên cạnh đó, qua việc giải các bài tập liên quan, HS có cơ hội

sử dụng thuật ngữ, chẳng hạn xét bài toán: “Cho điểm S không thuộc mặt phẳng chứa hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$ và $AB > CD$). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)”.

* Qua bước này, HS biết đọc và hiểu đúng kí hiệu thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng, hiểu nội dung toán học có chứa thuật ngữ này được trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ; Biết sử dụng NNTH để trình bày vấn đề toán học có chứa thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng bằng ngôn ngữ viết một cách chặt chẽ, logic, chính xác: Sử dụng NNTH để nghe, hiểu những gì người khác nói và trình bày các vấn đề liên quan đến thuật ngữ giao tuyến của hai mặt phẳng. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

GV giới thiệu kí hiệu, thuật ngữ toán học cần giải thích ngữ nghĩa cũng như các lưu ý khi sử dụng.

Khi đặt câu hỏi giúp HS hiểu, nắm vững kí hiệu, thuật ngữ của NNTH, GV cần lưu ý đặt câu hỏi theo mức độ từ dễ đến khó. Nếu HS có vốn từ vựng của NNTH chưa nhiều thì câu hỏi nên đặt dưới dạng “có - không” hoặc câu hỏi đơn giản sử dụng các từ vựng đã biết. Hệ thống câu hỏi còn là phương tiện hữu hiệu để GV giúp HS tự khám phá tri thức toán học và hiểu nghĩa của kí hiệu, thuật ngữ toán học.

Khuyến khích HS tự tạo ra các tình huống có sử dụng kí hiệu, thuật ngữ của NNTH và giải quyết các tình huống đó.

Khi thực hiện biện pháp này cần lồng ghép các trò chơi về ngôn ngữ để HS phát huy tối đa việc lĩnh hội kí hiệu, thuật ngữ toán học mới và có sự liên hệ với kí hiệu, thuật ngữ đã học.

2.3.1.2. Biện pháp 1.2. Củng cố cú pháp của ngôn ngữ toán học cho học sinh

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS củng cố các kí hiệu toán học; biết liên kết các kí hiệu toán học một cách chính xác.

- Giúp HS hạn chế lỗi sai về cú pháp khi giải quyết các vấn đề toán học. Hiểu nội dung toán học thông qua việc sử dụng hiệu quả NNTH, góp phần phát triển tư duy, nâng cao chất lượng học tập môn Toán cho HS Dự bị đại học.

b. Nội dung

Trong dạy học môn Toán, hiểu ngữ nghĩa của kí hiệu, thuật ngữ là chưa đủ, HS phải lĩnh hội được cú pháp của NNTH, phải hiểu sâu sắc mối quan hệ giữa nội dung và hình thức trong toán học. Nếu chỉ nắm được mặt ngữ nghĩa thì HS không học được cách sử dụng các công cụ hình thức của toán học, khả năng tư duy trừu tượng bị hạn chế. Nếu chỉ nắm được mặt cú pháp thì kiến thức toán học của HS chỉ mang tính hình thức, không vận dụng được vào thực tế cuộc sống. Nội dung chính của biện pháp là cách thức tổ chức cho HS củng cố cú pháp của NNTH.

c. Các bước tiến hành

Để thực hiện biện pháp giúp HS củng cố cú pháp của NNTH thì GV tiến hành theo 3 bước:

Bước 1: Nhắc lại kí hiệu, thuật ngữ toán học.

Một số kí hiệu trong hệ thống NNTH ở chương trình môn Toán được diễn đạt bằng một từ hoặc cụm từ nhất định. HS được hình thành, củng cố kí hiệu toán học thông qua giải quyết vấn đề toán học. Để củng cố kí hiệu toán học cho HS, GV nhắc lại và giải thích chi tiết thông qua việc nhắc lại các vấn đề toán học. Sau khi HS tiếp nhận lại kí hiệu toán học, GV cho HS thực hành sử dụng

bằng cách nêu ví dụ, các bài tập mà ở đó HS phải sử dụng chính xác kí hiệu để giải quyết vấn đề. GV tổ chức cho HS làm việc theo nhóm, trong đó các thành viên thảo luận công việc liên quan đến các vấn đề toán học có sử dụng kí hiệu vừa được nhắc lại và các kí hiệu đã biết trước đó. HS thấy được mối liên hệ giữa các kí hiệu, biết cách sử dụng kí hiệu trong học tập.

Bước 2: Liên kết kí hiệu, thuật ngữ toán học.

Trong bất kì nội dung toán học, các kí hiệu toán học đơn lẻ được liên kết theo những quy tắc nhất định, các quy tắc về cách liên kết này không được phát biểu thành lời. GV cần giúp HS biết liên kết các kí hiệu toán học theo đúng cú pháp của NNTH.

Ví dụ 2.3: Khi trình bày lời giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ (*).

Ta viết: $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ “(*)”. Vậy tập nghiệm $S = \{1; 2\}$ ”. Thay cho cách viết “*Phương trình đã cho tương đương x bằng 1 hoặc x bằng 2. Vậy phương trình có nghiệm là 1 và 2*”.

Bước 3: Thực hành sử dụng cú pháp của NNTH.

NNTH giúp những người làm việc với toán hiểu được nội dung toán học, những nội dung này chỉ có nghĩa khi các kí hiệu được liên kết theo đúng cú pháp. Để giúp HS sử dụng chính xác liên kết các kí hiệu, GV cần tạo môi trường cho các em thực hành sử dụng cú pháp. GV có thể tổ chức cho HS hoạt động nhóm để hoàn thành phiếu học tập. Qua đó, giúp HS hiểu, nắm chắc cách viết kí hiệu, sử dụng linh hoạt kí hiệu vào giải quyết vấn đề toán học.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.4: Tổ chức cho HS củng cố cú pháp của kí hiệu mệnh đề

phủ định ($\overline{P}$).

Nội dung kiến thức về chủ đề Mệnh đề và Tập hợp trong chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học chủ yếu cung cấp những hiểu biết sơ lược về mệnh đề, qua đó giới thiệu các kí hiệu logic mệnh đề,... Để biết cách sử dụng đúng lúc, đúng chỗ, đúng cách các kí hiệu logic cũng như hiểu đúng các ý được diễn đạt trong các tình huống cụ thể, HS cần được củng cố cú pháp. GV tổ chức cho HS củng cố cú pháp theo ba bước:

Bước 1: Nhắc lại kí hiệu toán học.

Để nhắc lại kí hiệu " $\overline{P}$ " cho HS, GV viết lên bảng kí hiệu và giải thích kí hiệu này thay cho cụm từ "*không phải P*" (dùng khi muốn diễn đạt phủ định của một mệnh đề P cho trước) thông qua các ví dụ cụ thể. Ví dụ nếu mệnh đề P: "*Nguyễn Văn Hà là HS lớp Dự bị K18A*" thì mệnh đề $\overline{P}$: "*Nguyễn Văn Hà không phải là HS lớp Dự bị K18A*".

Cần lưu ý có một số kí hiệu giống với kí hiệu $\overline{P}$. Chẳng hạn: Kí hiệu " $\overline{a}$ " thay cho cụm từ "*số đúng*" của số gần đúng a , kí hiệu " $\overline{x}$ " thay cho cụm từ "*số trung bình*", kí hiệu " $\overline{AB}$ " thay cho cụm từ "*độ dài đại số của vector AB*".

* Qua bước này HS ghi nhớ hình thức của kí hiệu $\overline{P}$, bước đầu viết đúng, chính xác kí hiệu cũng như biết đọc, hiểu nội dung toán học có chứa kí hiệu. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Liên kết kí hiệu toán học.

GV hướng dẫn HS liên kết kí hiệu bằng các yêu cầu cụ thể. Chẳng hạn: Yêu cầu HS "*diễn dịch*" một mệnh đề toán học từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ kí hiệu toán học và ngược lại. Tức

là yêu cầu HS phải biết liên kết các kí hiệu đúng trình tự. Khi liên kết kí hiệu, HS phải sử dụng đồng thời nhiều kí hiệu, do đó nội dung cần diễn dịch chỉ bao gồm các kí hiệu đã biết và kí hiệu vừa nhắc lại. Nếu HS không biết liên kết hoặc liên kết sai các kí hiệu thì GV phải là người hướng dẫn và điều chỉnh để có kết luận chính xác sau cùng. Cụ thể, GV lấy ví dụ: Cho hai tập hợp A, B và $A \subset B$. Khi đó, phần bù của A trong B gồm các phần tử x thuộc A và x không thuộc B . Kí hiệu: $C_A B = \{x: x \in A, x \notin B\} = \{x: x \in A, x \in \overline{B}\}$.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác kí hiệu $\overline{P}$, bước đầu biết thể hiện nội dung toán học khi có kí hiệu $\overline{P}$. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Thực hành sử dụng kí hiệu.

Sau khi được ôn lại kí hiệu, được rèn luyện cách liên kết kí hiệu, HS phải thực hành sử dụng kí hiệu. Luyện tập thường xuyên giúp HS tránh sử dụng sai kí hiệu, trình bày bài giải ngắn gọn và logic. Nhiều kí hiệu toán học được dùng để thay cho nhiều cụm từ khác nhau. Nếu không thường xuyên được rèn luyện và phát triển năng lực sử dụng, HS sẽ gặp khó khăn trong củng cố kí hiệu, dẫn đến giảm chất lượng học tập môn Toán.

Để thực hành sử dụng kí hiệu, GV đưa ra các dạng ví dụ khác nhau mà ở đó có sử dụng kí hiệu. Chẳng hạn: GV yêu cầu viết mệnh đề $\overline{P}$ khi đã có mệnh đề P , yêu cầu viết mệnh đề P khi đã có mệnh đề $\overline{P}$, yêu cầu tự đặt mệnh đề P sau đó viết mệnh đề $\overline{P}$,...

* Qua bước này HS biết đọc và hiểu đúng nội dung toán học có chứa kí hiệu $\overline{P}$; Biết sử dụng kí hiệu này để trình bày vấn đề toán học có liên quan. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Do khả năng ngôn ngữ của mỗi HS là không giống nhau, cách hiểu, cách nghĩ cũng như sai lầm mà HS thường mắc phải là khác nhau, do đó, GV cần quan tâm đến từng cá nhân HS. Cần kịp thời sửa chữa, uốn nắn những HS viết sai kí hiệu, cú pháp của NNTH.

Học tập thông qua sai lầm giúp HS phát hiện ra được cách viết sai, biết cách sửa lại cho bạn, cho bản thân mình, giúp khắc sâu hơn kiến thức, góp phần phát triển ngôn ngữ và tư duy. Bởi vậy, GV cần tạo môi trường, tình huống cho HS nhận biết cách viết đúng, cách viết sai và yêu cầu HS sửa lại cho đúng.

Khi dạy HS cách liên kết các kí hiệu, cần chú ý viết đầy đủ, không viết thiếu kí hiệu như cách nhập công thức trong tính toán trên máy tính bỏ túi.

2.3.1.3. Biện pháp 1.3: Phát triển ngôn ngữ toán học qua bồi dưỡng năng lực chuyển đổi trong nội bộ một ngôn ngữ

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Phát triển NNTH qua việc tiếp cận bài toán theo nhiều khía cạnh.
- Có cái nhìn toàn diện hơn về bài toán cũng như sự đa dạng, phong phú trong lời giải.
- Biết sử dụng NNTH để giải bài toán theo nhiều cách khác nhau.

b. Nội dung

Chuyển đổi ngôn ngữ có hai dạng: chuyển đổi trong nội bộ

một ngôn ngữ (ngôn ngữ hình học tổng hợp, ngôn ngữ vectơ,...); chuyển đổi giữa ngôn ngữ này sang ngôn ngữ khác (ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ vectơ, ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ tọa độ,...). Biện pháp đề cập đến vấn đề phát triển NNTH qua việc khai thác bài toán theo nhiều khía cạnh, góc độ trong nội bộ một ngôn ngữ.

c. Các bước tiến hành

Bước 1: Sử dụng NNTH phân tích tìm các cách tiếp cận bài toán.

Trong dạy học rất cần phải phát triển năng lực toán học cho HS, cần phải giúp HS nắm bắt và làm chủ các phương pháp và kỹ thuật giải toán đa dạng. Có như vậy mới làm cho HS tích cực hơn trong việc học, gợi động cơ yêu thích môn học và đáp ứng các mức độ yêu cầu khác nhau của các kì thi. HS muốn có phương pháp và kỹ thuật giải toán đa dạng, nhất thiết phải bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ.

Để phát triển NNTH cho HS thông qua việc bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ, GV cần tiến hành các hoạt động:

- Trước hết, GV đặt câu hỏi để HS hiểu kĩ đề bài toán, các câu hỏi có thể là:

+ Giả thiết của bài toán là gì?

+ Kết luận của bài toán là gì?

+ Có công thức nào áp dụng vào giải bài toán được không?

- Tiếp theo, GV nhấn mạnh đề bài bằng cách gạch chân, ghi lại những ý chính của giả thiết và kết luận.

- Nếu bài toán cần phải vẽ hình minh họa, GV cho HS vẽ hình vào giấy nháp. Trong thời gian HS vẽ hình, GV quan sát, hỗ trợ cho

những HS không vẽ được hoặc vẽ chưa đúng.

- GV gợi ý, hướng dẫn để HS giải được bài toán theo một cách nào đó (không nhất thiết phải cách ngắn gọn nhất, đơn giản nhất) trước khi nghĩ đến có những cách tiếp cận khác.

- Để có nhiều cách giải, có nhiều cách tiếp cận bài toán, trước hết HS phải giải được một cách. Sau khi đã giải được một cách, GV đặt các câu hỏi gợi động cơ giúp HS có nhiều cách tiếp cận bài toán.

Bước 2: Sử dụng NNTH trình bày cách giải bài toán theo các cách tiếp cận.

- GV tiến hành các hoạt động giúp HS phát triển năng lực nhận dạng và thể hiện khái niệm, định lí, tính chất của đối tượng có trong bài toán.

- GV phải giúp HS phát triển kĩ năng trình bày, diễn đạt đúng, ngắn gọn và logic. Trong mỗi cách tiếp cận, HS phải sử dụng đúng và chính xác kí hiệu, thuật ngữ để trình bày.

- Nếu HS trình bày lời giải theo các cách tiếp cận khác nhau nhưng đáp số khác nhau thì GV phải kiểm tra để tìm nguyên nhân. Còn trong trường hợp cho ra đáp số giống nhau thì GV cũng chưa thể khẳng định các cách giải đã đúng.

Bước 3: Đối chiếu kết quả và thảo luận.

Đối chiếu kết quả là việc rất quan trọng khi bài toán có nhiều cách tiếp cận. Sự giống nhau ở kết quả góp phần khẳng định tính đúng đắn, hợp lí của các cách tiếp cận khác nhau. Tuy nhiên không thể khẳng định các cách tiếp cận là đúng khi chúng có kết quả giống nhau. Ngược lại, cũng không thể khẳng định có cách tiếp cận sai khi kết quả nhìn qua thấy không giống nhau. *Ví dụ:* Cách thứ nhất cho kết quả “*đường thẳng d có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3)$* ”, cách thứ

hai cho kết quả “đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u} = (-3; 2)$ ”.

GV cho HS thảo luận các cách tiếp cận bài toán. Ở đây không đặt nặng vấn đề cách tiếp cận nào ngắn hơn, dễ hơn, ... mà tập trung vào thảo luận cơ sở để có cách tiếp cận, khi tiếp cận theo cách đó thì chú ý gì,...

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.5: Tổ chức hoạt động dạy học nhằm phát triển NNTH cho HS qua khai thác nhiều khía cạnh bài toán:

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'D$.

Bước 1: Sử dụng NNTH phân tích tìm các cách tiếp cận bài toán. GV thực hiện các hoạt động:

- Cho cả lớp hiểu kĩ đề bài toán bằng cách gọi HS đứng dậy trả lời câu hỏi:

+ Giả thiết của bài toán là gì?

+ Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tính chất gì?

+ Kết luận của bài toán là gì?

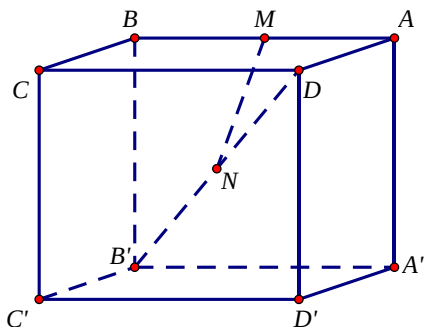
+ Cạnh $AB, B'D$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- Nhấn mạnh đề bài toán bằng cách gạch chân những ý chính của giả thiết và kết luận.

- Cho HS vẽ hình vào giấy nháp. Trong thời gian HS vẽ hình, GV quan sát, hỗ trợ những HS không vẽ được hoặc vẽ chưa đúng.

Để có nhiều cách giải, cách tiếp cận bài toán, trước hết HS phải giải được một cách. Sau khi đã giải được một cách, GV đặt các câu hỏi gợi động cơ để giúp HS có nhiều cách tiếp cận bài toán.

Ở đây có thể chuyển bài toán từ tính khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau sang tính độ dài đoạn vuông góc chung. Hoặc chuyển bài toán sang tính khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng. Hoặc chuyển bài toán sang tính đường cao của hình lăng trụ.



* Qua bước này HS ghi nhớ được các kí hiệu - thuật ngữ có trong bài toán, bước đầu biết cách sử dụng đúng, chính xác những kí hiệu - thuật ngữ này. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Trình bày cách giải bài toán theo các cách tiếp cận.

Trước hết, GV cần giúp HS tìm được một cách giải bài toán. Cách giải đầu tiên thường là cách đơn giản, ngắn gọn và dễ hiểu nhất. Khi trong lớp đã có HS tìm được một cách giải (có thể không phải là cách đơn giản nhất), GV vẫn cho HS đó lên bảng trình bày, các HS còn lại theo dõi và suy nghĩ tìm cách tiếp cận bài toán theo hướng khác. Cụ thể:

Cách 1: Đưa bài toán về tính độ dài đoạn vuông góc chung. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và $B'D'$, dễ dàng thấy $MN \perp AB$. Mặt khác MN là đường trung tuyến của tam giác cân $MB'N$ nên MN

$\perp B'D.$

Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AB và $B'D$ và khoảng cách giữa AB và $B'D$ là độ dài đoạn MN .

Cách 2: Đưa bài toán về tính khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng. Cụ thể: Mặt phẳng $A'B'CD$ chứa $B'D$ và song song AB nên $d(AB, B'D) = d(AB, (A'B'CD)) = AI$, với I là trung điểm của $A'D$.

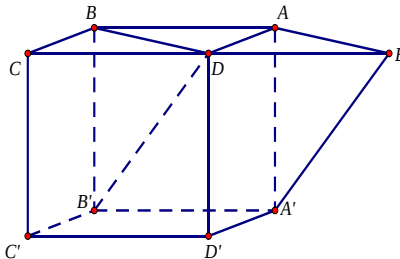
Cách 3: Đưa bài toán về tính đường cao của hình lăng trụ.

Dựng hình lăng trụ $AA'E.BB'D$, ta có

$$V_{AA'E.BB'D} = \frac{1}{2} \cdot S_{A'B'DE} \cdot h,$$

với $h = d(AB, A'B'DE) = d(AB, B'D)$. Mặt khác $V_{AA'E.BB'D} = S_{BB'D}.h'$, với $h' = d(AA'E, BB'D)$. Suy ra

$$d(AB, B'D) = h = \frac{2V_{AA'E.BB'D}}{S_{A'B'DE}}.$$



Hình 2.3

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu

- thuật ngữ toán học khác nhau để trình bày lời giải của cùng một bài toán. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Đối chiếu kết quả và thảo luận.

Các cách giải khác nhau nhưng đáp số phải giống nhau. Nếu có cách nào đó đáp số chưa đúng, GV cần cho HS trao đổi, thảo luận để tìm nguyên nhân. Điều này giúp phát triển kỹ năng nói toán, diễn đạt ý tưởng, suy nghĩ của mình bằng ngôn ngữ cũng như NNTH.

Quá trình thảo luận không thiên về đánh giá yếu tố ngắn gọn, dễ hiểu, mà chủ yếu thảo luận tìm cơ sở của cách giải, bổ sung hoàn chỉnh cách giải.

* Qua bước này, HS biết đọc và hiểu đúng nội dung toán học được trình bày theo nhiều cách tiếp cận khác nhau. Biết sử dụng NNTH để thảo luận và trao đổi, để nghe, hiểu những gì người khác nói. Biết trình bày, diễn đạt ý kiến của mình theo hướng sử dụng NNTH để người khác hiểu. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

Ví dụ 2.6: Tổ chức hoạt động dạy học nhằm phát triển NNTH cho HS qua khai thác nhiều khía cạnh của bài toán:

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

$$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}; \quad \Delta': \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{-2}.$$

Bước 1: Sử dụng NNTH phân tích tìm các cách tiếp cận bài toán.

GV thực hiện các hoạt động:

- Cho cả lớp tìm hiểu đề, ngoài việc nhấn mạnh giả thiết và

kết luận của đề bài, GV cần phân tích các đặc trưng của hai đường thẳng. Cụ thể, GV yêu cầu HS trả lời các câu hỏi:

+ Đường thẳng Δ , Δ' được cho ở dạng nào?

+ Hãy tìm cách biểu diễn tọa độ của điểm $M \in \Delta$, $M' \in \Delta'$?

+ Hãy tìm vec tơ chỉ phương của Δ và Δ' ?

- Cho HS nhớ lại công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau (lưu ý nếu đề chưa khẳng định hai đường thẳng đã cho chéo nhau thì GV nhắc HS cần có bước kiểm tra).

Nếu HS không nhớ được công thức, GV nhắc lại bằng cách viết dưới dạng tổng quát lên bảng.

Nếu hầu hết HS trong lớp nhớ được công thức, GV cần phân tích để HS hiểu bản chất, cơ sở xây dựng cũng như các trường hợp đặc biệt.

Để giúp HS có nhiều cách giải, cách tiếp cận bài toán, GV phải đặt các câu hỏi gợi động cơ.

Ở đây việc tính toán, chứng minh hoàn toàn dựa trên ngôn ngữ tọa độ. Chỉ có sự chuyển đổi cách tiếp cận để có được những cách giải khác nhau.

Bước 2: Trình bày cách giải bài toán theo các cách tiếp cận.

Cách 1: Chuyển bài toán về tính khoảng cách giữa điểm và mặt phẳng. Tức là lập phương trình mặt (P) chứa Δ , song song Δ' . Lấy $N \in \Delta'$ khi đó $d(\Delta, \Delta') = d(N, (P))$.

Cách 2: Chuyển bài toán về tính độ dài đoạn MN theo định nghĩa: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn thẳng ngắn nhất của hai điểm bất kì trên hai đường đó. Lấy $M(-1$

$+ 2t; 1 + 2t; 2 + t) \in \Delta, N(2 + 2k; -3 - k; -2k) \in \Delta'$ khi đó

$$\overrightarrow{MN} = (3 + 2k - 2t; -4 - k - 2t; -2 - 2k - t)$$

$$\Rightarrow MN^2 = 9k^2 + 9t^2 + 29 + 14k + 4t$$

$$= \left(3k + \frac{14}{3}\right)^2 + \left(3t + \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{49}{9} \geq \frac{49}{9}.$$

$$\text{Khi đó } d(\Delta, \Delta') = \min MN = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}.$$

Cách 4: Gọi MN là đoạn vuông góc chung của Δ và Δ' , với

$$M(-1 + 2t; 1 + 2t; 2 + t) \in \Delta, N(2 + 2k; -3 - k; -2k) \in \Delta'.$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{MN} = (3 + 2k - 2t; -4 - k - 2t; -2 - 2k - t).$$

Vì MN là đoạn vuông góc chung nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{a} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{b} = 0 \end{cases},$$

với $\vec{a} = (2; -2; 1)$, $\vec{b} = (2; -1; -2)$ lần lượt là các vector chỉ phương của Δ và Δ' . Giải hệ phương trình trên suy ra t, k và tính được $d(\Delta, \Delta') = MN$.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Khi chuyển ngôn ngữ trong giải toán sẽ mang đến khả năng cao hơn để tìm được lời giải, những ý tưởng phong phú để giải quyết bài toán đã cho, tuy nhiên HS Dự bị đại học lại không phải là đối tượng HS khá giỏi nên cần chọn ví dụ phù hợp với trình độ của các em.

Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ nhằm kích thích, tạo hứng thú và khơi nguồn sáng tạo cho HS nên nếu HS không giải

được ví dụ, có quá ít cách tiếp cận bài toán thì GV phải kiên trì, phải có nhiều hoạt động gợi ý.

2.3.1.4. Biện pháp 1.4: Phát triển ngôn ngữ toán học qua bồi dưỡng năng lực chuyển đổi từ ngôn ngữ toán học này sang ngôn ngữ toán học khác

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Biết sử dụng NNTH làm phương tiện tiếp cận bài toán theo nhiều khía cạnh.

- Củng cố, hiểu sâu NNTH qua việc nhìn bài toán dưới nhiều khía cạnh, góc độ.

b. Nội dung

Mỗi ngôn ngữ đều có ưu và nhược điểm riêng, do đó cần vận dụng linh hoạt, lựa chọn ngôn ngữ phù hợp trong quá trình giải bài toán cụ thể. Không có ngôn ngữ nào là tuyệt đối để giải được tất cả các bài toán, điều quan trọng là HS hiểu được sức mạnh và vẻ đẹp của từng ngôn ngữ để áp dụng vào giải quyết vấn đề toán học hiệu quả nhất. Chuyển đổi giữa ngôn ngữ này sang ngôn ngữ khác trong chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học thường là:

Chuyển từ ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ hình học vectơ và ngược lại.

Chuyển từ ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ hình học tọa độ và ngược lại.

Chuyển từ ngôn ngữ tọa độ sang ngôn ngữ vectơ và ngược lại.

Biện pháp đề cập đến vấn đề phát triển NNTH qua việc bồi dưỡng năng lực chuyển đổi từ ngôn ngữ này sang ngôn ngữ khác.

c. Các bước tiến hành

Bước 1: Sử dụng NNTH phân tích để tìm các cách giải bài toán theo các ngôn ngữ khác nhau.

Trước hết, GV tiến hành các hoạt động để HS hiểu kĩ đề bài toán, quá trình này rèn luyện cho HS các năng lực liên quan đến ngôn ngữ như: năng lực sử dụng, năng lực giao tiếp và năng lực biểu diễn. Các hoạt động của GV thường là đưa ra hệ thống câu hỏi, chẳng hạn:

- Giả thiết của bài toán là gì?
- Kết luận của bài toán là gì?
- Có công thức nào áp dụng vào giải bài toán không?

Tiếp theo, GV nhấn mạnh các ý chính, vẽ hình minh họa (nếu là bài toán hình học) để HS nắm được giả thiết và kết luận của bài toán.

GV gợi ý, hướng dẫn để HS giải được bài toán theo một cách nào đó (không nhất thiết phải cách ngắn gọn nhất, đơn giản nhất) trước khi nghĩ đến có những cách tiếp cận khác.

Để có nhiều cách giải, cách tiếp cận bài toán, GV phải không ngừng:

Cho HS hoạt động trí tuệ, chẳng hạn: lật ngược vấn đề; xét tính giải được; phân chia trường hợp; xét đoán các khả năng xảy ra;...

Phát triển cho HS năng lực hoạt động trí tuệ chung như: phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, tương tự hóa, đặc biệt hóa,...

Phát triển năng lực hoạt động ngôn ngữ như: phát biểu, giải

thích bằng lời; biến đổi hình thức bài toán,...

Phát triển năng lực tri giác thẩm mỹ: thấy được vẻ đẹp nội tại của toán học, nâng cao tình yêu với môn học.

Bên cạnh đó, GV cần đưa ra quy trình tổng quát, nên có ví dụ để minh họa các bước trong quy trình. Quy trình này được thực hiện theo như sau:

Đầu tiên chuyển giả thiết và kết luận của bài toán từ ngôn ngữ A sang ngôn ngữ B . Sử dụng các tính chất, công thức trong ngôn ngữ B để tìm cách giải.

Tiếp theo giải bài toán bằng cách thực hiện các phép biến đổi trong ngôn ngữ B .

Cuối cùng dịch kết luận của bài toán từ ngôn ngữ B sang ngôn ngữ A .

Chẳng hạn: Quy trình chung để chuyển đổi từ ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ vector: Bước thứ nhất là lựa chọn hệ vector cơ sở; phiên dịch các giả thiết, kết luận của bài toán đã cho sang ngôn ngữ vector. Bước hai là giải bài toán theo ngôn ngữ vector. Bước ba (bước cuối cùng) là chuyển các kết luận của ngôn ngữ vector sang các kết luận hình học tổng hợp tương ứng.

Bước 2: Sử dụng NNTH trình bày cách giải bài toán theo các ngôn ngữ khác nhau.

Khi nắm vững các cách thức chuyển đổi ngôn ngữ nghĩa là HS đã nắm vững cấu trúc tổng thể, toàn diện của các phương pháp giải bài toán.

GV cần tạo cơ hội cho HS phát triển kỹ năng giao tiếp bằng NNTH trong quá trình trình bày lời giải. Cụ thể:

GV cho HS cùng nhau thảo luận trong từng bước giải bài toán.

Gọi HS lên bảng trình bày cách giải của mình.

Bước 3: Đối chiếu kết quả và thảo luận.

Mục đích của việc đối chiếu kết quả là kịp thời phát hiện các bước giải không hợp lí, các phép toán, phép biến đổi chưa đúng. GV cho HS thảo luận các cách tiếp cận để hiểu sâu hơn bài toán trong từng ngôn ngữ.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.7: Tổ chức hoạt động dạy học nhằm phát triển NNTH cho HS qua khai thác nhiều khía cạnh bài toán:

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng đường chéo $A'C$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'D')$.

Bước 1: GV tổ chức hoạt động để HS hiểu đề bài toán qua hệ thống câu hỏi, chẳng hạn:

- + Giả thiết của bài toán là gì?
- + Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có những tính chất cơ bản gì?
- + Cách vẽ hình lập phương như thế nào?
- + Các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là hình gì?
- + Kết luận của bài toán là gì?
- + Có cách nào áp dụng trực tiếp để chứng minh $A'C \perp (AB'D')$?

Tiếp theo, GV nhấn mạnh các ý chính, vẽ hình theo nhiều cách tiếp cận để minh họa, giúp HS suy động kiến thức tìm phương án giải bài toán.

GV gợi ý, hướng dẫn để HS giải được bài toán theo phương pháp hình học tổng hợp, tức là chỉ ra đường thẳng $A'C$ vuông góc với hai đường thẳng trong mặt phẳng $(AB'D')$.

Để chuyển ngôn ngữ từ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ tọa độ, GV cần chuyển giả thiết $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương sang tọa độ các đỉnh của hình lập phương (sau khi đã chọn hệ trục tọa độ). Kết luận $A'C$ vuông góc với $(AB'D')$ chuyển thành tích

$$\begin{cases} \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AB'} = 0 \\ \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AD'} = 0 \end{cases}$$

* Qua bước này HS ghi nhớ được các kí hiệu - thuật ngữ trong các ngôn ngữ khác nhau, chẳng hạn như: $A'C$ vuông góc với

$(AB'D')$ tương đương điều kiện $\begin{cases} \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AB'} = 0 \\ \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AD'} = 0 \end{cases}$, kí hiệu $A'C \perp$

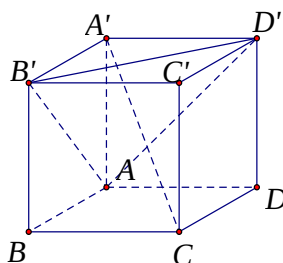
$(AB'D')$. Bước đầu biết cách sử dụng đúng, chính xác những kí hiệu - thuật ngữ này. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Sử dụng NNTH trình bày cách giải bài toán theo các ngôn ngữ khác nhau.

Sau khi HS chuyển đổi giả thiết từ ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ tọa độ, HS sử dụng ngôn ngữ tọa độ trình bày bài giải một cách ngắn gọn, chặt chẽ và logic.

Cách 1:

Chọn hệ trục tọa độ Descartes vuông góc sao cho $O \equiv A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$, $B'(1; 0; 1)$, $C'(1; 1; 1)$, $D'(0; 1; 1)$. Ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB'} = (1; 0; 1) \\ \overrightarrow{AD'} = (0; 1; 1) \end{cases}$$


Hình
2.4

$$\text{Do đó: } \begin{cases} \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AB'} = 1^2 + 0 - 1^2 = 0 \\ \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AD'} = 0 + 1^2 - 1^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'C \perp AB' \\ A'C \perp AD' \end{cases} \cdot \text{Vậy}$$

$A'C \perp (AB'D')$.

Cách 2: Mặt phẳng $(AB'D')$ có 2 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB'} = (1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AD'} = (0; 1; 1)$. Do đó $(AB'D')$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (-1; -1; 1)$. Suy ra $\overrightarrow{A'C} = (1; 1; -1)$ cũng là vectơ pháp tuyến của $(AB'D')$. Vậy $A'C \perp (AB'D')$.

GV cần lưu ý phân tích, diễn giải khi bài giải có một số bước gộp lại hoặc tách ra được.

GV nên chia bài giải thành từng bước để HS dễ hiểu và ghi nhớ nội dung. Không quên yêu cầu HS nhận xét, tìm bước dễ nhất, bước khó nhất, bước quen thuộc và bước mấu chốt của bài toán.

GV cần tạo cơ hội cho HS phát triển kĩ năng giao tiếp bằng NNTH trong quá trình trình bày lời giải. Cụ thể:

GV cho HS cùng nhau thảo luận trong từng bước giải bài toán.

Gọi HS lên bảng trình bày cách giải của mình.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ toán học khác nhau để trình bày lời giải của cùng một bài toán. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ trong các ngôn ngữ khác nhau để trình bày lời giải của cùng một bài toán. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Đối chiếu kết quả và thảo luận.

Vì kết luận của bài toán là chứng minh nên việc đối chiếu đáp

số không có nhiều ý nghĩa. GV cần cho HS thảo luận cách chuyển một nội dung toán học từ ngôn ngữ này sang ngôn ngữ khác.

Quá trình thảo luận giúp phát triển NNTH cho HS khi GV chỉ ra được sai lầm thường gặp của HS. Chẳng hạn thay vì viết
$$\begin{cases} \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AB'} = 0 \\ \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AD'} = 0 \end{cases},$$
 HS lại viết
$$\begin{cases} \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AB'} = \vec{0} \\ \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{AD'} = \vec{0} \end{cases}.$$

* Qua bước này, HS biết đọc và hiểu đúng nội dung toán học được trình bày theo nhiều ngôn ngữ khác nhau. Biết sử dụng NNTH để thảo luận, trao đổi, nghe và hiểu những gì người khác nói. Biết trình bày, diễn đạt ý kiến của mình theo hướng sử dụng NNTH khác nhau để người khác hiểu. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Để phát triển NNTH, GV phải chú ý củng cố cho HS vốn từ vựng đủ để làm nền tảng cho việc chuyển đổi trong nội bộ ngôn ngữ và dịch từ ngôn ngữ này sang ngôn ngữ khác.

GV chú ý phân phối thời gian hợp lý khi hướng dẫn HS cách chuyển đổi ngôn ngữ trong mỗi ví dụ.

Vì mỗi ví dụ phải trình bày ít nhất hai cách giải nên thường tốn nhiều thời gian. Do đó, GV không thể giới thiệu cho HS nhiều ví dụ, cần chọn những ví dụ hay, đặc trưng để giới thiệu.

Cần tính đến mặt bằng kiến thức chung HS Dự bị đại học. Nếu ví dụ mà cả lớp gặp khó khăn để hiểu cách giải đơn giản nhất thì không thể tiến hành hoạt động giúp HS tiếp nhận các cách giải khác.

2.3.2. Nhóm biện pháp 2: Phát triển ngôn ngữ toán học qua luyện tập sử dụng trong các tình huống dạy học điển hình

Sau khi củng cố vốn tri thức về NNTH thì việc tổ chức cho HS luyện tập sử dụng NNTH là cần thiết. Quá trình sử dụng NNTH sẽ giúp HS hiểu sâu, nắm chắc kiến thức, chuyển kiến thức đã được củng cố thành kiến thức của bản thân, nắm vững kiến thức toán học và phát triển tư duy.

2.3.2.1. Biện pháp 2.1: Phát triển ngôn ngữ toán học qua luyện tập sử dụng trong dạy học khái niệm, định lý

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS luyện tập cách sử dụng chính xác NNTH trong dạy học khái niệm, định lý.
- Giúp HS hiểu và nắm chắc khái niệm, định lý thông qua việc sử dụng hiệu quả NNTH trong học tập môn Toán;
- Sử dụng NNTH linh hoạt trong lập luận giải quyết vấn đề, khắc phục khó khăn về ngôn ngữ cũng như tránh mắc các sai lầm trong tính toán.

b. Nội dung

Nội dung của biện pháp là phát triển NNTH cho HS thông qua việc sử dụng NNTH để tiếp nhận khái niệm, định lý; các hoạt động với NNTH để hình thành khái niệm; cách liên kết các kí hiệu, thuật ngữ trong quá trình củng cố khái niệm, định lý.

c. Các bước tiến hành

GV cho HS luyện tập sử dụng hiệu quả NNTH trong dạy học

khái niệm, định lí theo 3 bước sau:

Bước 1: Sử dụng NNTH tiếp nhận khái niệm, định lí.

GV giới thiệu khái niệm, định lí cho HS theo nhiều cách khác nhau. Áp dụng cách nào là tùy thuộc vào nhiều yếu tố như nội dung khái niệm - định lí, đối tượng HS, khả năng - năng lực của GV,... Tuy nhiên, nếu sử dụng NNTH theo nhiều cách khác nhau để tiếp nhận khái niệm - định lí thì HS sẽ lĩnh hội, ghi nhớ và vận dụng khái niệm - định lí tốt hơn. GV cần phát huy tối đa vốn sống, kinh nghiệm, văn hóa và phong tục địa phương của HS để tạo ra các hoạt động học tập giúp HS kiến tạo tri thức. Qua các hình thức tổ chức dạy học, GV tạo điều kiện cho HS sử dụng NNTH trong quá trình hình thành khái niệm. HS sử dụng tri thức đã có với công cụ là NNTH để kiến tạo, khám phá và lĩnh hội tri thức mới.

Bước 2: Sử dụng NNTH để vận dụng khái niệm, định lí.

Mức độ hiệu quả hoạt động toán học của HS thể hiện trong việc áp dụng khái niệm, định lí vào giải quyết các vấn đề toán học. Ngoài việc tiếp nhận, HS phải biết sử dụng NNTH để vận dụng khái niệm, định lí. Muốn vậy, GV cần đưa ra các tình huống cụ thể, tạo môi trường tương tác giữa thầy và trò, giữa trò và trò nhằm mục đích giúp HS được luyện tập cách sử dụng NNTH.

Bước 3: Sử dụng NNTH để liên kết các khái niệm - định lí.

Việc tổ chức cho HS liên kết các khái niệm, định lí sẽ góp phần hình thành vốn NNTH mới cho HS. Qua đó, HS không chỉ thấy được mối liên hệ giữa các khái niệm, định lí mà còn nhận thấy mối liên hệ giữa các thuật ngữ, kí hiệu trong NNTH. Điều này góp phần giúp HS ghi nhớ, vận dụng khái niệm, định lí đúng lúc, đúng chỗ. Để thuận lợi trong liên kết, GV chuẩn bị hệ thống câu hỏi phù

hợp, các ví dụ gần gũi thực tế, đưa ra tình huống có vấn đề buộc HS phải sử dụng kí hiệu, thuật ngữ để giải quyết. Năng lực sử dụng NNTH của HS sẽ được nâng cao khi các em có sự tương tác. GV nên chia lớp theo các nhóm nhỏ (2 - 4 HS) để HS tự đưa ra và giải quyết các tình huống trong thực tiễn liên quan đến khái niệm, định lí trong toán học.

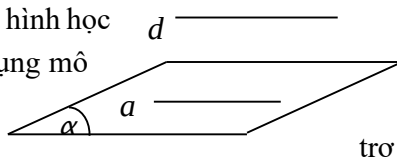
d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.8: Luyện tập cho HS sử dụng NNTH trong dạy học định lí: “*Nếu một đường thẳng d không nằm trên mặt phẳng (α) và song song với một đường thẳng a nào đó nằm trên mặt phẳng (α) thì đường thẳng d song song với mặt phẳng (α)* ”.

GV cần có biện pháp giúp HS: Sử dụng chính xác NNTH trong dạy học định lí này; Hiểu và nắm chắc định lí thông qua việc sử dụng hiệu quả NNTH; Sử dụng NNTH diễn đạt lại định lí theo nhiều hình thức. Có như vậy HS mới hiểu sâu định lí, biết vận dụng định lí vào giải các bài tập liên quan. GV tiến hành theo ba bước sau:

Bước 1: Sử dụng NNTH tiếp nhận định lí.

GV viết nội dung định lí lên bảng, vẽ hình minh họa, yêu cầu vẽ đúng quy ước của hình học không gian. GV có thể sử dụng mô hình, bảng phụ cũng như máy chiếu, phần mềm hỗ trợ minh họa nhằm giúp HS có cái nhìn trực quan. Khi vẽ hình GV có thể dùng phấn có nhiều màu.



Hình 2.5

Do nội dung toán học mang tính trừu tượng cao nên GV phải tóm tắt định lí ngắn gọn, viết lại dưới dạng kí hiệu toán học. Định lí

trên có thể được viết lại như sau:
$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ a \subset (\alpha) \Rightarrow d // (\alpha). \\ d // a \end{cases}$$

Tuy nhiên, thực tế nhiều HS do chưa nắm chắc cú pháp kí hiệu toán học, chưa biết liên kết hợp lí các kí hiệu nên diễn đạt lại không đúng định lí. Chẳng hạn HS viết lại định lí như sau: $d \not\subset (\alpha)$, $d // a \subset (\alpha)$, $d // (\alpha)$. Nguyên nhân là do HS mã hóa không đúng cấu trúc logic vì định lí này được phát biểu dạng “Nếu... thì...”. Đường như ở đây, HS đã áp dụng hình thức mã hóa máy móc theo kiểu “phiên dịch” thô từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ kí hiệu toán học. Việc tóm tắt định lí dưới dạng ngắn gọn bằng kí hiệu toán học sẽ giúp HS hiểu sâu hơn. Cụ thể, qua việc trình bày tóm tắt

định lí trên:
$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ a \subset (\alpha) \Rightarrow d // (\alpha), \text{ HS phát hiện cách để chứng minh} \\ d // a \end{cases}$$

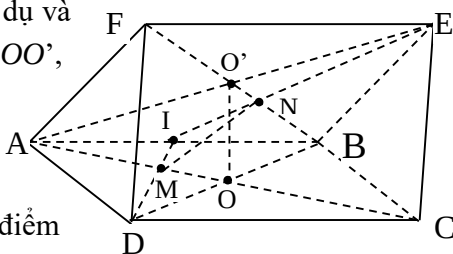
đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) bằng cách tìm đường thẳng a thỏa mãn ba điều kiện.

* Qua bước này HS ghi nhớ được các kí hiệu - thuật ngữ như đường thẳng nằm trong mặt phẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng, ... Bước đầu sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu – thuật ngữ này qua việc tóm tắt định lí. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Sử dụng NNTH để vận dụng định lí.

Sau khi đã có các hoạt động giúp HS tiếp nhận định lí, GV sử dụng NNTH giúp HS áp dụng định lí vào giải quyết các bài toán cụ thể. Việc đưa ví dụ thời điểm này gián tiếp chỉ cho HS cần áp dụng định lí để giải quyết bài toán. Chẳng hạn: “Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh đường thẳng OO' song song với mặt phẳng (ADF) ”.

Có sự tương ứng giữa ví dụ và định lí, cụ thể: đường thẳng d là OO' , mặt phẳng (α) là (ADF) . Vấn đề sẽ được giải quyết nếu chỉ ra được đường thẳng a . Vì O là trung điểm của BD , O' là trung điểm của BF (Hình 2.6).



Hình 2.6

Do đó, theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta có $OO' \parallel DF$.

Đến đây HS hình dung đường thẳng d là DF , coi như bài toán đã được giải quyết.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác kí hiệu toán học. Biết sử dụng NNTH để vận dụng định lí bằng cách chỉ ra sự tương ứng giữa d và OO' , mặt phẳng (α) và (ADF) , ... Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Sử dụng NNTH để liên kết định lí.

Nội dung lí thuyết của phần “Đường thẳng song song với mặt phẳng” có định nghĩa và 4 định lí¹.

+ GV giới thiệu định nghĩa đường thẳng song song với mặt phẳng: “Đường thẳng d và mặt phẳng (α) gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung”. Tuy nhiên, để HS thuận lợi trong việc



Hình 2.7

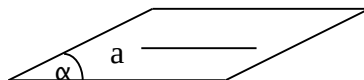
¹ Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), *Bài giảng Hình học sơ cấp dùng cho học sinh Dự bị đại học*, Trường Đại học Tây Nguyên.

lĩnh hội, tiếp nhận thì GV phải trình bày dưới dạng vắn tắt: $d // (\alpha) \Leftrightarrow d \cap (\alpha) = \emptyset$.

Từ kí hiệu “ $\Leftrightarrow$ ” HS hiểu rằng đây là điều cần và đủ.

GV giới thiệu Định lí: “Nếu một đường thẳng d không nằm trên mặt phẳng (α) và song song với một đường thẳng a nào đó nằm trên mặt phẳng (α) thì đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Định lí viết gọn là

$$\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ a \subset (\alpha) \Rightarrow d // (\alpha). \\ d // a \end{cases}$$



Hình 2.8

Bằng việc quan sát cách diễn đạt ngắn gọn định lí, HS phát hiện đây là điều kiện cần để đường thẳng song song với mặt phẳng. Đồng thời, GV cũng nhấn mạnh cho HS thấy rằng để đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì phải thỏa mãn 3 điều kiện. Chỉ ra điều kiện nào thường khó tìm nhất, điều kiện nào là hiển nhiên. Bên cạnh đó, HS tự đặt thêm câu hỏi cho mình là có điều kiện cần khác không? điều kiện đủ là gì?,...

* Qua bước này, HS hiểu đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ trong việc liên kết định lí. Biết diễn đạt nội dung định lí bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Trong học tập môn Toán, dạy học khái niệm, định lí thường gây nhầm chán cho HS. Để tăng hiệu quả dạy học, GV cần sử dụng yếu tố trực quan nhằm giảm tính trừu tượng của lí thuyết. Hình ảnh trực quan tạo hứng thú, khả năng tập trung hơn cho HS, qua đó HS tích cực tư duy để hiểu và ghi nhớ.

Khi diễn đạt nội dung khái niệm, định lý, GV nên diễn đạt một cách logic, chặt chẽ. Phải phân tích ý chính, so sánh sự giống và khác nhau giữa kiến thức đã có và kiến thức mới.

Để đảm bảo tất cả HS đều được sử dụng NNTH thì GV có thể áp dụng dạy học phân hóa theo trình độ nhận thức để thiết kế các tình huống hoạt động phù hợp với đối tượng HS.

2.3.2.2. Biện pháp 2.2: Phát triển ngôn ngữ toán học qua luyện tập sử dụng trong dạy học quy tắc, phương pháp

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Sử dụng chính xác NNTH trong dạy học quy tắc, phương pháp.

- Sử dụng hiệu quả NNTH trong lĩnh hội và vận dụng quy tắc, phương pháp.

- Biết diễn đạt đúng nội dung quy tắc, phương pháp cũng như biết diễn đạt theo nhiều cách khác nhau trong học tập môn Toán.

- Khắc phục những khó khăn về NNTH trong thực hành, luyện tập.

b. Nội dung

Trong chương trình môn Toán dùng cho HS Dự bị đại học, GV thường giới thiệu kiến thức theo trình tự từ “*khái niệm, định nghĩa*” đến “*chú ý, định lý, mệnh đề, hệ quả, tính chất*” tiếp đến “*quy tắc, phương pháp, các bước giải*” cuối cùng là “*ví dụ, bài tập áp dụng*”. Các quy tắc, phương pháp hình thành cho HS bằng cách GV giới thiệu, phát biểu dưới dạng tổng quát. HS phải sử dụng tri thức đã có và NNTH đã biết để tiếp nhận những quy tắc, phương pháp.

Nội dung chính của biện pháp là phát triển NNTH trong việc hình thành, hiểu và vận dụng quy tắc, phương pháp.

c. Các bước tiến hành

Phát triển NNTH trong dạy học quy tắc, phương pháp được tiến hành theo 3 bước:

Bước 1: Sử dụng NNTH củng cố quy tắc, phương pháp.

Trong phương pháp dạy học truyền thống, các quy tắc, phương pháp giải toán được cung cấp cho HS chủ yếu qua các hoạt động từ GV. GV giới thiệu quy tắc, phương pháp giải sau khi đã nêu khái niệm, các dạng toán thường gặp. Tuy nhiên, với chủ trương đổi mới phương pháp giảng dạy, GV thường đặt câu hỏi mang tính gợi động cơ, buộc HS suy nghĩ, tìm tòi, huy động kiến thức cũ để xây dựng quy tắc, phương pháp giải. Hai hình thức trên đều nhằm mục đích giúp HS lĩnh hội, củng cố quy tắc, phương pháp giải. Buộc HS phải quan sát, phải tập trung huy động kiến thức đã có để hiểu cách thực hiện của GV; phải sử dụng NNTH để trả lời câu hỏi hoặc giải quyết các ví dụ tương tự mà GV yêu cầu. Ở bước này, GV cần sử dụng những kí hiệu, thuật ngữ toán học đơn giản, chính xác giúp HS dễ nhớ và vận dụng quy tắc, phương pháp giải vào giải quyết vấn đề toán học.

GV có thể tổ chức cho HS hoạt động nhóm để hình thành quy tắc, phương pháp giải. Chia nhóm theo hướng sao cho trong mỗi nhóm đều có HS khá, trung bình, HS không cùng dân tộc. Điều này sẽ giúp các em khi thảo luận nhóm hiểu sâu, nắm chắc quy tắc, khái niệm đồng thời tập luyện sử dụng hiệu quả NNTH.

Bước 2: Sử dụng NNTH để vận dụng quy tắc, phương pháp.

Để vận dụng quy tắc, phương pháp giải vào giải quyết vấn đề toán học thông qua phương tiện là NNTH, GV cần thiết kế phiếu

học tập và chia nhóm thực hiện trên cơ sở dạy học phân hóa. Chia nhóm theo năng lực ngôn ngữ, theo trình độ nhận thức (chú ý đến vùng miền và tiếng mẹ đẻ) sao cho tất cả đều được hoạt động, đều sử dụng được vốn kiến thức về NNTH trong giải quyết vấn đề.

Bước 3: Dùng NNTH để củng cố quy tắc, phương pháp.

Củng cố quy tắc, phương pháp giải góp phần phát triển vốn NNTH cho HS. Thông qua việc củng cố, HS hiểu hơn về NNTH mới xuất hiện trong quy tắc, phương pháp giải. Để củng cố quy tắc, phương pháp giải các dạng toán thường gặp, HS phải liên kết các thuật ngữ, kí hiệu trong NNTH để phát biểu, tổng hợp lại quy tắc, phương pháp giải đã tiếp nhận.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.9: Luyện tập cho HS sử dụng NNTH khi dạy học nội dung phương pháp “*xác định phương trình đường tròn*”, GV tiến hành theo 3 bước:

Bước 1: Sử dụng NNTH củng cố quy tắc, phương pháp.

+ Trước hết GV gọi HS đứng tại chỗ nhắc lại định nghĩa đường tròn.

+ GV đặt câu hỏi cho cả lớp: “*Phương trình đường tròn có mấy dạng?*”. Quá trình tìm và trình bày câu trả lời buộc HS phải sắp xếp kí hiệu hợp lí, logic, diễn đạt ngắn gọn dễ hiểu (gián tiếp bồi dưỡng năng lực sử dụng NNTH) (HS trả lời: Phương trình đường tròn có hai dạng là dạng chính tắc:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

và dạng tổng quát:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0)$$

+ GV cần giải thích, nhấn mạnh đến các tham số cũng như

điều kiện của tham số trong phương trình. Cụ thể, đối với phương trình chính tắc: a, b lần lượt là hoành độ, tung độ của tâm đường tròn; R là số thực dương và gọi là bán kính đường tròn. Đối với phương trình chính tắc: a, b, c là ba tham số thỏa mãn $c < a^2 + b^2$. Điều kiện này là do từ phương trình chính tắc, khai phương, rút gọn bằng cách đặt $c = a^2 + b^2 - R^2$ hay $R^2 = a^2 + b^2 - c > 0$.

+ GV yêu cầu HS chỉ ra các trường hợp đặc biệt của phương trình đường tròn (vị trí đặc biệt của tâm đường tròn). Chẳng hạn xét phương trình chính tắc $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Khi $a = 0$: đường tròn có tâm nằm trên trục tung.

Khi $b = 0$: đường tròn có tâm nằm trên trục hoành.

Khi $a = b = 0$: đường tròn có tâm là gốc tọa độ O .

Khi $a = b = 0, R = 1$: gọi là đường tròn đơn vị.

Khi $a = b$: đường tròn có tâm nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

Khi $a = -b$: đường tròn có tâm nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

Tương tự, GV ra bài tập yêu cầu HS suy nghĩ tìm các trường hợp đặc biệt của phương trình đường tròn dạng tổng quát: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

+ GV sử dụng NNTH để phân tích cho HS hiểu mối quan hệ giữa hai dạng phương trình. Từ phương trình chính tắc

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

khai phương, rút gọn và đặt $c = a^2 + b^2 - R^2$ ta có phương trình tổng quát

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0, (c = a^2 + b^2 - R^2 > 0).$$

Ngược lại từ phương trình tổng quát

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0,$$

bằng cách thêm bớt ta có

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = a^2 + b^2 - c.$$

Đặt $R^2 = a^2 + b^2 - c$ ta có phương trình dạng chính tắc

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

Tóm lại, GV đưa ra kết luận phương pháp viết phương trình đường tròn là hoặc tìm tọa độ của tâm và bán kính để suy ra phương trình dạng chính tắc; hoặc tìm ba tham số a, b, c trong phương trình tổng quát.

* Qua bước này HS ghi nhớ được các dạng phương trình đường tròn. Bước đầu biết sử dụng đúng, chính xác các thuật ngữ như đường tròn, hình tròn, phương trình đường tròn, ... qua việc củng cố phương pháp. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Dùng NNTH áp dụng quy tắc, phương pháp.

GV sử dụng NNTH để giúp HS vận dụng phương pháp vào giải bài toán. Phương pháp tổng quát là tìm tọa độ của tâm và bán kính để viết phương trình dạng chính tắc; hoặc tìm ba tham số a, b, c để viết phương trình tổng quát. Tuy nhiên, để HS thuận lợi trong giải toán, GV cần chia ra các trường hợp, mỗi trường hợp sẽ có kĩ thuật, phương pháp giải khác nhau. GV có thể chia ra thành 5 dạng cơ bản sau:

Dạng 1: Xác định đường tròn biết tọa độ tâm và bán kính.

GV nêu ví dụ: Tìm phương trình của đường tròn tâm $I(4; -1)$ và có bán kính $R = 5$. Yêu cầu một HS lên bảng viết phương trình đường tròn (HS viết được $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 25$), yêu cầu HS khác chuyển về dạng tổng quát (HS viết được $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 8 = 0$).

Dạng 2: Viết phương trình đường tròn có tâm I cho trước và tiếp xúc với trục Ox hoặc trục Oy.

Phương pháp chung là tìm tâm và bán kính hoặc tìm ba tham số a, b, c trong phương trình tổng quát. Để HS định hình cách giải, GV cần sử dụng NNTH diễn giải phương pháp cụ thể hơn. Bằng các câu hỏi: Khi đường tròn tiếp xúc với trục Ox thì ta rút ra được kết luận gì? (HS trả lời: $R = |b|$ và phương trình đường tròn là $(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$). Khi đường tròn tiếp xúc với trục Oy thì ta rút ra được kết luận gì? (HS trả lời: $R = |a|$ và phương trình đường tròn là $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$).

Dạng 3: Lập phương trình đường tròn biết đường kính.

Để luyện tập HS sử dụng NNTH áp dụng phương pháp để lập phương trình đường tròn trong trường hợp này GV tiến hành các hoạt động sau:

- Yêu cầu HS nêu định nghĩa đường kính của đường tròn.
- GV vẽ đường tròn, vẽ đường kính AB , xác định tâm O đường tròn là trung điểm AB , bán kính R là đoạn OA hoặc OB .
- Yêu cầu HS lên bảng viết công thức tính tọa độ trung điểm O của đoạn thẳng AB , tính khoảng cách AB hoặc khoảng cách OA .
(Giả sử $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ khi đó tâm $O\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$, bán kính

$$R = \frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}{2}$$

- Từ phương trình đường tròn có dạng chính tắc, rút gọn ta được phương trình đường tròn (hay $(x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) = 0$).

$$\left(x - \frac{x_A + x_B}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{y_A + y_B}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}{2}\right)^2$$

Để minh họa, GV giới thiệu bài toán: Viết phương trình đường tròn đường kính AB với A(2; 3) và B(4; 7).

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu, thuật ngữ liên quan đến đường tròn. Biết sử dụng NNTH để vận dụng phương pháp bằng cách chỉ ra các bước giải trong trường hợp cụ thể. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Sử dụng NNTH củng cố quy tắc, phương pháp.

Để củng cố phương pháp, GV cần nhấn mạnh yếu tố trọng tâm, cụ thể ở đây là phải xác định được tâm và bán kính hoặc xác định được ba tham số a, b, c . Vì có ba tham số cần xác định nên GV phải hướng dẫn HS dựa vào giả thiết của đề bài lập hệ ba phương trình ba ẩn. Nếu bài toán cho tâm thì tập trung xác định bán kính và ngược lại bài toán cho bán kính thì tập trung xác định tâm. Thông thường một trong hai yếu tố tâm và bán kính sẽ có một yếu tố dễ xác định. Chẳng hạn: Bài toán yêu cầu viết phương trình đường tròn qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C. Ta sẽ viết phương trình đường tròn dạng tổng quát. Tức là tìm ba tham số a, b, c trong phương trình: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1) với $a^2 + b^2 - c > 0$. Thay lần lượt toạ độ các điểm A, B và C vào

(1) ta được ba phương trình theo ba ẩn a, b, c . Giải hệ ba phương trình này để tìm a, b, c .

Một ví dụ khác, bài toán yêu cầu viết phương trình đường tròn qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng cho d trước. Bằng hoạt động ngôn ngữ, GV phân tích để HS thấy rằng đề ra có ba giả thiết là đường tròn qua A , qua B và tiếp xúc với d . Ứng với ba giả thiết này ta lập được hệ ba phương trình ((C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$), hệ ba phương trình ba ẩn có được từ ba điều kiện: $A \in (C), B \in (C), d(I; \Delta) = R$. Giải hệ này tìm được các hệ số a, b và c).

Tất nhiên không thể thiếu ví dụ cụ thể, chẳng hạn như: Tìm phương trình đường tròn có tâm $I(4; 2)$ và tiếp xúc với trục Ox .

* Qua bước này, HS hiểu đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ liên quan đến đường tròn trong việc củng cố phương pháp. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Trong dạy học quy tắc, phương pháp giải, GV cần yêu cầu HS xác định ý chính, vấn đề mấu chốt từ đó HS tư duy, tìm tòi và dùng NNTH để lĩnh hội, áp dụng và củng cố quy tắc, phương pháp.

2.3.2.3. Biện pháp 2.3: Phát triển ngôn ngữ toán học qua luyện tập sử dụng trong dạy học giải toán

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Rèn luyện cho HS sử dụng hiệu quả NNTH trong dạy học giải toán.

- Giúp HS biết chuyển đổi qua lại giữa NNTN và NNTH, biết

liên kết chính xác, sắp xếp đúng trình tự các kí hiệu toán học trong giải toán.

- Biết dùng NNTH trình bày ý tưởng, suy nghĩ của mình để người khác hiểu được vấn đề toán học.

b. Nội dung

Giải toán là thước đo quan trọng nhất trong việc đánh giá mức độ hiệu quả của hoạt động dạy học, đây được coi là một trong những biểu hiện năng động nhất của hoạt động trí tuệ. Giải toán không chỉ giúp HS phát triển tư duy mà còn giúp củng cố kiến thức, rèn luyện và phát triển NNTH. Trong giải toán HS phải huy động kiến thức đã có để tìm ra cách giải, sử dụng NNTH để trình bày bài giải sao cho chính xác, ngắn gọn, logic và chặt chẽ. Biện pháp đề cập vấn đề phát triển NNTH cho HS trong dạy học giải toán.

c. Các bước tiến hành

Có 3 bước tiến hành rèn luyện HS sử dụng hiệu quả NNTH trong giải toán.

Bước 1: Sử dụng NNTH tìm hiểu và tóm tắt bài toán.

Do đặc thù môn Toán có tính trừu tượng cao, các đề toán thường được phát biểu theo NNTN. Thêm nữa, một số đề toán dài, chứa nhiều yếu tố mang tính hỗ trợ. Vì vậy GV cần đặt câu hỏi giúp HS xác định được những yếu tố then chốt, những thông tin trọng tâm. Tùy từng bài toán, từng đối tượng HS mà GV lựa chọn cách đặt câu hỏi thích hợp. Để hiểu nội dung bài toán, GV nên yêu cầu HS trả lời câu hỏi, chẳng hạn như: Bài toán cho biết những gì? Bài toán yêu cầu gì? Từ giả thiết bài toán cần suy nghĩ theo hướng nào, áp dụng định lí là hay quy tắc nào? Để có kết luận của bài toán cần thực hiện các bước gì?... Bên cạnh đặt câu hỏi gợi vấn đề giúp HS

tìm hiểu đề bài, GV có thể gạch chân những từ, những ý chứa đựng thông tin chính. GV nên yêu cầu HS phát biểu lại bài toán bằng cách khác, dưới các dạng ngôn ngữ khác nhau. Quá trình GV hỏi và HS trả lời đã tạo môi trường, cơ hội cho HS rèn luyện và phát triển NNTH.

Tóm tắt bài toán là dựa vào đề ra, HS diễn đạt ngắn gọn nội dung bài toán bằng ngôn ngữ kí hiệu, sơ đồ,... Để tóm tắt bài toán đầy đủ và dễ hiểu, HS phải thường xuyên luyện tập cách sử dụng NNTH sao cho ngắn gọn, chính xác. Nhiều bài toán có thể tóm tắt bằng ý chính, tuy nhiên phần lớn là dùng ngôn ngữ hoặc các kí hiệu vắn tắt, ngắn gọn. Thực chất đây là một cách viết tắt các ý chính của đề toán.

Nếu bài toán gồm các nhóm đối tượng có chung đặc tính hoặc các đại lượng có giá trị tương ứng thì dùng “*bảng kẻ ô*” để xếp đặt các đối tượng ấy vào cùng một hàng (hoặc cùng một cột). Khi các số liệu được đưa lên “*bảng kẻ ô*”, HS dễ nhìn thấy những quan hệ chính trong bài toán, nhờ đó mà giải bài toán dễ dàng hơn.

Cách tóm tắt đề toán bằng lời (NNTN) có nhược điểm là dài và chưa thật chính xác về mặt toán học. Có thể thay các “*từ, chữ*” ở cách tóm tắt ấy bằng các chữ cái $a, b, c, \dots x, y$ để các công thức ngắn gọn và dễ biến đổi.

Bước 2: Hình thành phương pháp và trình bày bài giải.

Sau khi tóm tắt, HS phải phân tích bài toán để tìm cách giải. Phân tích bài toán là quá trình tách một bài toán phức tạp thành nhiều bài toán nhỏ, đơn giản dễ giải hơn. Do vậy, GV cần sử dụng phương pháp phân tích và tổng hợp, thiết lập cách tìm hiểu, phân tích bài toán theo sơ đồ dưới dạng các câu hỏi. Hệ thống câu hỏi phải giúp HS suy nghĩ, huy động kiến thức cũ, vận dụng kiến thức vừa củng cố để giải quyết bài toán. GV gọi HS lần lượt trả lời các câu hỏi, cả lớp lắng nghe,

góp ý, bổ sung hoặc trả lời câu hỏi theo cách khác. GV có thể đặt câu hỏi như sau:

- Bài toán cho biết gì? Bài toán hỏi gì?
- Muốn tìm đáp án bài toán ta cần biết gì?
- Vấn đề này biết chưa?
- Còn cái này thì sao?
- Muốn tìm cái chưa biết ta cần dựa vào đâu? Làm như thế nào?

Phản trả lời của HS quyết định mức độ hiểu bài, mức độ thành công của GV. Cần hướng dẫn HS phân tích xuôi rồi tổng hợp ngược, từ đó các em hiểu bài kỹ hơn, tự các em giải được bài toán. Đây là quá trình suy nghĩ để thiết lập trình tự giải bài toán.

Bước 3: Nhận xét và kiểm tra kết quả.

GV phải tạo thói quen cho HS nêu nhận xét và kiểm tra lại kết quả. Qua việc nhận xét, kiểm tra kết quả, HS hiểu sâu hơn, ghi nhớ tốt hơn nội dung bài toán. Yêu cầu HS suy nghĩ tìm cách giải khác, có như vậy mới từng bước xóa bỏ lối suy nghĩ của HS rằng bài toán chỉ có một cách giải, giải như vậy là xong rồi, đã đầy đủ các cách giải rồi. Đồng thời, qua các câu hỏi gợi vấn đề, GV nhắc HS không được chấp nhận lời giải hiện có, phải có những suy nghĩ linh hoạt để tìm lời giải hay hơn, ngắn gọn hơn. Ngoài ra, GV có thể hướng dẫn HS giỏi dựa vào các dữ kiện của bài toán để lập đề toán mới tương tự với bài toán đã cho.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.10: Phát triển NNTH qua luyện tập sử dụng trong dạy học giải bài toán: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.¹

¹ Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), *Bài giảng Đại số sơ cấp dùng*

Bước 1: Tìm hiểu, tóm tắt bài toán.

Để giúp HS hiểu bài toán, GV có thể thực hiện các hoạt động sau:

Sử dụng NNTH để đưa ra hệ thống câu hỏi yêu cầu HS trả lời. Chẳng hạn: Bài toán yêu cầu gì? (Khảo sát hàm số) Hàm số đề bài cho có dạng gì? (Hàm đa thức bậc ba có hệ số a dương); Có bao nhiêu dạng đồ thị hàm số bậc ba? (6 dạng).

Chia lớp thành các nhóm nhỏ, phát phiếu học tập, yêu cầu các thành viên trong nhóm thảo luận điền thông tin còn thiếu. Các nhóm thảo luận để tóm tắt bài toán. (Giả thiết: Cho $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (hàm bậc ba có hệ số a dương); Kết luận: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số).

* Qua bước này HS ghi nhớ được các kí hiệu - thuật ngữ liên quan đến hàm số, đồ thị, ... Bước đầu sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ này. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Hình thành phương pháp và trình bày lời giải.

Để HS biết sử dụng NNTH vào quá trình tư duy, tìm tòi hình thành phương pháp và trình bày lời giải bài toán, GV tiến hành các hoạt động sau:

- Yêu cầu HS nhắc lại các bước khảo sát hàm số.

- Yêu cầu cả lớp thực hiện giải theo các bước đã có, sau khoảng 5 phút gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác chú ý

cho học sinh Dự bị đại học, Trường Đại học Tây Nguyên.

theo dõi, góp ý, bổ sung.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu – thuật ngữ trong việc trình bày lời giải bài toán. Bước đầu biết vẽ đồ thị, lập bảng biến thiên, ... Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Nhận xét và kiểm tra kết quả.

Cần yêu cầu HS nghiên cứu và kiểm tra lại lời giải, điều chỉnh các sai sót nếu có, kiểm tra tính hợp lí giữa đồ thị và bảng biến thiên,...

GV cần nhấn mạnh các bước mà HS thường mắc sai sót như: xét dấu y' , thiếu các kí hiệu trong bảng biến thiên, thiếu các kí hiệu mũi tên, kí hiệu x, y, O trên hệ trục tọa độ, khoảng cách giữa đồ thị quá gần hoặc quá xa đường tiệm cận, cách lấy các điểm đặc biệt,...

Bên cạnh đó, GV nên nhắc lại các dạng đồ thị của hàm bậc ba, vẽ thêm đường thẳng d của hàm số $y = m$ với m là tham số, cho m thay đổi (đường thẳng d di động) dựa vào đồ thị, yêu cầu HS tìm m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = m$ có 1, 2, 3 nghiệm,...

* Qua bước này, HS biết đọc và hiểu đúng các kí hiệu - thuật ngữ như đồ thị, hàm số, bảng biến thiên, ... Biết sử dụng NNTH để nhận xét lời giải và kiểm tra kết quả bài toán. Sử dụng NNTH để nghe, hiểu người khác nói và trình bày các vấn đề liên quan đến khảo sát hàm số. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

Ví dụ 2.11: Phát triển NNTH qua luyện tập sử dụng trong dạy học giải bài toán: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bước 1. Tìm hiểu, tóm tắt bài toán.

Để giúp HS tìm hiểu, tóm tắt bài toán, GV tiến hành các hoạt động:

- Nêu hệ thống câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ để tìm câu trả lời. Các câu hỏi có thể là: Nêu yêu cầu của bài toán? (Tính thể tích khối chóp), Hình chóp có yếu tố đặc biệt gì? Vẽ hình như thế nào? (Có đáy là hình vuông nên đáy $ABCD$ được vẽ thành hình bình hành, SA vuông với đáy nên ra vẽ SA là đường thẳng đứng),...

- Yêu cầu HS vẽ hình vào giấy nháp, GV tiến hành vẽ hình chóp lên bảng.

- Tiếp tục đặt câu hỏi: Công thức tính thể tích khối chóp là gì? ($V = \frac{1}{3}Sh$ với S là diện tích đáy $ABCD$, h là chiều cao).

Để tính được thể tích khối chóp ta cần tính các yếu tố nào? (Diện tích đáy S và chiều cao h).

Đáy là hình gì? Có thể tính được diện tích không? (Đáy là hình vuông; diện tích bằng cạnh nhân cạnh nên $S_{ABCD} = a^2$).

Cách xác định đường cao và chiều cao của hình chóp? (Do SA vuông góc với đáy nên đường thẳng SA là đường cao và độ dài đoạn SA là chiều cao).

Cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng? Suy ra góc giữa cạnh SC và đáy là góc giữa cạnh SC với đường thẳng nào? (Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng d và hình chiếu của d trên mặt phẳng (P)). Do A là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Hay góc giữa SC và đáy là góc giữa SC và AC . Trong tam giác SAC có góc A vuông nên góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.

Nêu cách tính SA ? (Chọn tam giác SAC chứa SA có góc A

vuông, góc C là 60° , $AC = a\sqrt{2}$ suy ra ta tính được cạnh SA).

Sử dụng NNTH, GV hướng dẫn HS tóm tắt bài toán, cụ thể:

Giả thiết: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy một góc 60° .

Kết luận: Tính thể tích $S.ABCD$ theo a .

Bước 2: Hình thành phương pháp giải và trình bày lời giải.

HS sẽ biết cách lựa chọn phương pháp, thực hiện các bước giải nếu GV biết sử dụng NNTH làm phương tiện trong hoạt động gợi động cơ.

Để giải bài toán ở Ví dụ 2.11, GV có thể sử dụng phiếu học tập. GV chia lớp thành nhóm nhỏ (khoảng 4 - 6 HS), phát phiếu học tập (trong phiếu chia hai cột, yêu cầu mỗi nhóm điền thông tin còn thiếu) yêu cầu các thành viên trong nhóm thảo luận tìm câu trả lời.

Bảng 2.1: Phiếu học tập

Yêu cầu mỗi nhóm trả lời thông tin trong cột 2

Cột 1	Cột 2
Nêu công thức tính thể tích	
Tính diện tích đáy $ABCD$	
Nêu SA là đường cao	
Chứng minh AC là hình chiếu của SC	
Chứng minh góc giữa SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$	

Tính AC	
Tính SA	
Tính V	
Kết luận	

Sau khi các nhóm hoàn thành phiếu học tập, GV thu lại, nhận xét, góp ý và cuối cùng gọi HS lên trình bày lời giải.

Bước 3: Nhận xét và kiểm tra kết quả.

Khi HS đã trình bày lời giải lên bảng, GV yêu cầu cả lớp nghiên cứu và kiểm tra, điều chỉnh sai sót nếu có; kiểm tra tính phù hợp cũng như có rút gọn hay bổ sung thêm phép tính gì không? Chú ý nhấn mạnh cho HS thấy các bước hay sai sót như: vẽ hình sai (các đoạn thẳng nhìn thấy và không nhìn thấy), không xác định được hoặc xác định không đúng đường cao, xác định sai góc giữa SC và đáy, sử dụng hệ thức lượng trong tam giác sai,...

Đối với các HS khá và giỏi, GV cần đổi giả thiết và yêu cầu trả lời ngắn gọn cách giải (chẳng hạn đổi giả thiết “*góc giữa cạnh bên SC với đáy là 60^0* ” bằng “*góc giữa mặt bên SCD và đáy là 60^0* ”)

e. Những lưu ý khi thực hiện

GV cần chú ý rèn HS cách đọc kĩ đề bài toán, quá trình đọc phải gạch chân những ý chính, những dữ kiện then chốt.

Tóm tắt đề bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng, hình vẽ, ngôn ngữ kí hiệu ngắn gọn. Cố gắng sử dụng các kí hiệu, thuật ngữ toán học để tìm mối quan hệ giữa những cái đã cho và cái phải tìm.

Đặt câu hỏi nhằm phân tích bài toán để tìm cách giải phải từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp.

GV phải không ngừng định hướng HS sử dụng NNTH chính xác, ngắn gọn trong quá trình giải bài toán, thử lại kết quả.

2.3.3. Nhóm biện pháp 3: Phát triển ngôn ngữ toán học qua rèn luyện các kỹ năng giao tiếp toán học (nghe, nói, đọc và viết)

Kỹ năng giao tiếp được xem là yếu tố then chốt đối với sự phát triển toàn diện của HS, dù là trong sinh hoạt hằng ngày hay trong hoạt động toán học. Vì vậy, kỹ năng giao tiếp, hiểu bài giảng và làm cho GV hiểu mình khi nêu câu hỏi, nêu ý kiến cá nhân hay khi trình bày lời giải bài toán là một trong những vấn đề quan trọng cần phải rèn luyện và phát triển cho HS. Giao tiếp hiệu quả trong hoạt động toán không phải là nói nhiều, nói dài, viết lan man mà là kỹ năng sử dụng, sắp xếp NNTH hợp lý, logic để lời nói và câu văn cô đọng, dễ hiểu, người nghe, người đọc nắm được thông tin nhanh chóng.

Trên thực tế, có nhiều HS rất thông minh, biết cách trả lời được hầu hết câu hỏi của GV nhưng lại gặp khó khăn trong diễn đạt. Những HS này thường không thể diễn đạt hay giải thích rõ ràng nội dung với người khác. Do đó, cần thiết phải rèn luyện kỹ năng giao tiếp tối thiểu để HS biết đặt câu hỏi hợp lý, trả lời câu hỏi, diễn đạt nội dung ngắn gọn dễ hiểu.

Kỹ năng giao tiếp bằng NNTH sẽ giúp HS thu hẹp khoảng cách giữa những kiến thức đã có và những kiến thức mới cần lĩnh hội. Giao tiếp bằng NNTH giúp HS rèn luyện kỹ năng diễn đạt, biết lắng nghe và hiểu những gì người khác trình bày. Nếu giao tiếp không hiệu quả, HS sẽ bỏ qua nhiều cơ hội học tập từ GV, HS khác cũng như từ sách, tài liệu học tập.

Như vậy, giao tiếp có vai trò rất lớn trong hoạt động học tập của HS Dự bị đại học. Phát triển kỹ năng giao tiếp bằng NNTH cho HS Dự bị đại học là cần thiết.

2.3.3.1. Biện pháp 3.1: Phát triển ngôn ngữ toán học qua rèn luyện kỹ năng nghe trong học tập môn Toán

Lắng nghe là một kỹ năng quan trọng trong giao tiếp, học tập hay công việc. Người có kỹ năng nghe tốt dễ thành công bởi họ biết tiếp thu ý kiến và học hỏi từ người khác. Tuy nhiên, đây không phải là điều dễ thực hiện nếu như không có sự định hướng và rèn luyện, nhất là với đối tượng HS chuyên biệt.

Trong năm học Dự bị đại học, HS được ôn tập, củng cố và nâng cao kiến thức của 3 năm Trung học phổ thông, do đó, các em có suy nghĩ độc lập, có phần chủ quan và lơ là trong nghe giảng. Điều này dẫn đến HS không tập trung, chú ý tiếp thu bài giảng. Bên cạnh đó, do nhiều HS Dự bị đại học là con em các đồng bào dân tộc thiểu số, kỹ năng giao tiếp, trong đó có khả năng lắng nghe, chưa thật sự tốt. Điều này là trở ngại không nhỏ trong việc học tập. Vì vậy, phát triển kỹ năng nghe cho HS là một việc làm cần thiết để nâng cao chất lượng dạy học môn Toán, qua đó, góp phần nâng cao chất lượng đào tạo Dự bị đại học.

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS biết lắng nghe, tiếp nhận thông tin và xử lý thông tin để hiểu vấn đề được nghe.

- Làm cho HS không chỉ lắng nghe một cách đơn thuần; nghe nội dung được nói ra mà còn giúp HS lắng nghe theo cách nào và nghe những thông điệp không lời được gửi gắm trong đó.

- Giúp HS tương tác với GV, với HS khác qua ngôn ngữ nói.

- Góp phần nâng cao năng lực sử dụng chính xác NNTH trong diễn đạt ý tưởng hoặc trình bày vấn đề cho người nghe hiểu; mạnh

dạn thể hiện suy nghĩ, ý tưởng của mình.

b. Nội dung

NNTH có vai trò quan trọng trong giảng dạy và học tập Toán. Trong học tập, HS phải biết lắng nghe GV giảng bài, nghe bạn trình bày ý tưởng. Kỹ năng nghe được HS dùng trong giải quyết vấn đề, suy đoán đưa ra quyết định. Biện pháp đề cập đến vấn đề phát triển NNTH cho HS trong việc rèn luyện kỹ năng nghe trong học tập môn Toán.

c. Các bước tiến hành

Để giúp HS Dự bị đại học phát triển kỹ năng nghe trong học tập môn Toán, GV cần kết hợp các hình thức tổ chức dạy học và thực hiện theo ba bước sau:

Bước 1: Hình thành thái độ lắng nghe cho HS.

Nội dung của bài học trong chương trình Dự bị đại học hầu hết được trình bày theo tuần tự: Nêu định nghĩa, khái niệm, các công thức, định lý, các mệnh đề, hệ quả, các ví dụ và bài tập củng cố. Do vậy, GV phải giới thiệu những nội dung này qua lời nói và chữ viết để HS lĩnh hội, củng cố kiến thức. Khi GV giảng bài có nghĩa HS là người lắng nghe, vì thế GV cần yêu cầu HS có sự chủ động và tập trung cao vào bài giảng. Giúp HS xác định nhiệm vụ lúc này là lắng nghe thông tin từ GV, nghe GV đang nói vấn đề gì, đang có ý định truyền đạt nội dung toán học nào?,... Tuy nhiên, để giờ học đạt hiệu quả cao, GV cần dẫn dắt từ nội dung đơn giản, dễ hiểu đến nội dung chính, nội dung mang tính trừu tượng cao hơn. Trong quá trình giảng dạy, GV nên kết hợp giữa nói và viết để HS tập trung, ghi nhớ tri thức. Trong quá trình nghe, HS phải lắng để tiếp nhận thông tin, xử lý thông tin để hiểu vấn đề. Vì vậy, GV cần quan tâm đến yếu tố phù hợp với trình độ nhận thức, tư

duy và sự phát triển ngôn ngữ của HS.

Bước 2: Tập cho HS có thói quen phản hồi, đặt câu hỏi.

Tuy là người lắng nghe nhưng HS cần phải có những phản hồi như đặt câu hỏi phản biện với GV để thể hiện sự tập trung, xác nhận lại thông tin một cách chính. Việc đặt câu hỏi giúp HS giải quyết vướng mắc về thông tin GV đã truyền đạt. Sau khi được nghe vấn đề toán học, ghi nhớ những vấn đề chính, trọng tâm, GV cần đặt câu hỏi hoặc yêu cầu HS trình bày lại vấn đề. Để đảm bảo HS nghe và hiểu đúng, GV cần đặt những câu hỏi kiểm tra xung quanh vấn đề vừa trình bày. Qua cách trả lời, GV nắm được năng lực nghe hiểu của HS từ đó điều chỉnh nâng dần mức độ phức tạp của nội dung toán học. Đồng thời, trong khi trình bày lại vấn đề vừa nghe, HS phải nhớ lại, suy nghĩ, tư duy để liên kết các vấn đề, lựa chọn từ ngữ để diễn đạt theo cách hiểu của bản thân. Điều này giúp HS không chỉ phát triển ngôn ngữ mà còn góp phần phát triển tư duy.

Bước 3: Diễn giải lại, nhận xét, góp ý.

Đứng trước mỗi vấn đề toán học, HS có những cách tiếp cận khác nhau, có những phương án giải quyết vấn đề mà GV chưa nghĩ tới. Các ý kiến có thể chưa đầy đủ, do đó, GV phải tổng hợp lại và yêu cầu HS nhận xét, bổ sung để tìm ra phương án tối ưu cho bài toán. Việc GV yêu cầu nhận xét, góp ý buộc HS phải suy nghĩ, phân tích, huy động kiến thức để có được những nhận xét chính xác, nhờ đó mà phát triển tư duy và ngôn ngữ.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.12: Phát triển kỹ năng nghe khi hướng dẫn HS giải bài toán: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(1; 6; 2)$, $B(4; 0; 6)$,

$C(5; 0; 4)$, $D(5; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và song song CD ¹.

Bước 1: Hình thành thái độ lắng nghe cho HS.

GV tiến hành các hoạt động và gợi ý nhằm giúp HS hiểu đề bài toán qua đó suy nghĩ tìm lời giải cho bài toán.

GV có thể viết đề lên bảng, tiến hành đồng thời hai hoạt động là đọc và gạch chân các ý chính. Chú ý nhấn mạnh yêu cầu bài toán bằng cách nêu câu hỏi: Bài toán yêu cầu gì? (viết phương trình mặt phẳng); Dạng tổng quát của phương trình mặt phẳng là gì? (dạng $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ hoặc $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó A, B, C, D là các số thực và A, B, C không đồng thời bằng 0); Để tìm phương trình mặt phẳng ta cần tìm các yếu tố nào? (tìm tọa độ của một điểm thuộc mặt phẳng và tọa độ của vector pháp tuyến hoặc dùng phương pháp đại số tìm A, B, C, D). Giả thiết của bài toán đã cho mặt phẳng (P) đi qua điểm nào? (chọn qua A hoặc qua B).

Các hoạt động gợi ý, hệ thống câu hỏi gợi động cơ sẽ hướng HS chủ động và tập trung lắng nghe GV đang nói là gì, hỏi gì, có ý định truyền đạt nội dung toán học nào?,... Tức là rèn luyện HS có thái độ lắng nghe có suy ngẫm.

* Qua bước này HS ghi nhớ được một số thuật ngữ như: mặt phẳng, mặt phẳng chứa đường thẳng, mặt phẳng song song với đường thẳng, ... thông qua việc lắng nghe. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Sự phản hồi, đặt câu hỏi.

¹ Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), Sdd.

Quá trình phân tích bài toán, yêu cầu HS chú ý lắng nghe một cách nghiêm túc các câu hỏi của GV. Bên cạnh đó, HS phải phản hồi bằng cách trả lời câu hỏi cũng như trao đổi, đề xuất, hỏi lại nếu thấy có thắc mắc. Chẳng hạn, khi nghe GV hỏi: Bài toán yêu cầu gì? (HS trả lời: Viết phương trình mặt phẳng). Dạng tổng quát của phương trình mặt phẳng là gì? (HS trả lời: Dạng $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ hoặc $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó A, B, C, D là các số thực và A, B, C không đồng thời bằng 0). Tuy nhiên, nếu thường xuyên được rèn luyện năng lực phản biện, HS sẽ tự đặt cho mình câu hỏi trong trường hợp này, chẳng hạn: Có thể viết phương trình mặt phẳng dạng khác được không? Nếu được thì dạng đó là gì?,...

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác kí hiệu toán học chẳng hạn như đường thẳng song song với mặt phẳng, đường thẳng nằm trong mặt phẳng, ... để phản hồi và đặt câu hỏi liên quan đến lời giải bài toán. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Diễn giải lại, nhận xét, góp ý.

Yêu cầu HS diễn giải lại, nhận xét và góp ý lời giải, điều chỉnh các sai sót nếu có; kiểm tra lại xem có phù hợp với dạng phương trình của mặt phẳng không? Yêu cầu HS xem xét lại bài giải có phù hợp với yêu cầu của bài toán không? Yêu cầu này buộc HS tập trung lắng nghe, ghi nhớ, suy nghĩ, tính toán và sử dụng NNTH để trả lời.

GV yêu cầu HS trên cơ sở bài toán đề xuất bài toán mới bằng cách thêm hoặc bớt giả thiết phù hợp. Muốn vậy HS phải hiểu một cách thấu đáo, căn kẽ nội dung bài toán cũng như có vốn kiến thức về NNTH nhất định để có thể đề xuất bài toán mới. Chẳng hạn đối với bài toán này HS có thể đề xuất bài toán tương tự.

* Qua bước này, HS hiểu được nội dung liên quan đến bài toán mà người khác diễn đạt theo các kí hiệu và thuật ngữ có trong ví dụ. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Biện pháp gắn liền với việc đổi mới phương pháp dạy học theo hướng tích cực, lấy HS làm trung tâm. Khi thực hiện biện pháp, GV nên tổ chức cho HS thảo luận nhóm hoặc tham gia phát biểu xây dựng bài. Tuy nhiên, thực hành biện pháp sẽ mất nhiều thời gian, do đó, GV cần phân phối bài giảng hợp lí.

Khi thảo luận, đặt câu hỏi, GV phải kích thích, động viên HS tham gia nhằm tạo không khí sôi nổi. Do đối tượng HS chuyên biệt - có tâm lí rụt rè, e ngại nên GV phải chỉ đích danh HS trả lời, phát biểu trong trường hợp không có ai xung phong.

Chia nhóm để thảo luận, GV cần chú ý sao cho trong nhóm vừa có HS khá vừa có HS yếu để đảm bảo tính cân bằng.

2.3.3.2. Biện pháp 3.2: Phát triển ngôn ngữ toán học qua rèn luyện kĩ năng nói trong học tập môn Toán

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Nâng cao khả năng biểu đạt nội dung toán học bằng lời nói.
- Sử dụng khẩu ngữ để truyền đạt thông tin, biểu đạt ý tưởng chính xác, chặt chẽ, logic, có sức thuyết phục.
- Biết cách liên kết các ý tưởng của mình với các kí hiệu toán học để từ đó diễn đạt nội dung toán học.
- Khắc phục các khuyết điểm liên quan tới cách phát âm và

sự bất cần trong khi nói cũng như điểm mạnh và yếu của tiếng địa phương.

- Góp phần phát triển NNTH trong diễn đạt ý tưởng hoặc trình bày vấn đề cho người nghe hiểu; mạnh dạn thể hiện suy nghĩ, ý tưởng của mình trước nhóm học tập hoặc trước toàn lớp.

b. Nội dung

Trong học tập môn Toán, sử dụng ngôn từ tốt, HS sẽ truyền đạt thông tin và giải quyết vấn đề toán học nhanh chóng, hiệu quả. Kỹ năng nói trong học tập môn Toán ảnh hưởng đến mối quan hệ trong giao tiếp giữa GV với HS cũng như giữa HS với nhau. Khi có kỹ năng nói tốt, HS sẽ nâng cao uy tín bản thân, tự khẳng định và có thêm công cụ tạo ảnh hưởng đối với thầy cô và bạn bè. Biện pháp đề cập đến việc nâng cao kỹ năng dùng NNTH để nói trong học tập môn Toán của HS Dự bị đại học.

c. Các bước tiến hành

Để giúp HS Dự bị đại học phát triển kỹ năng nói trong học tập môn Toán, GV cần kết hợp các hình thức tổ chức dạy học và thực hiện theo ba bước sau:

Bước 1: Rèn luyện cho HS khả năng diễn đạt nội dung toán học.

Sau khi HS được nghe vấn đề toán học, ghi nhớ những vấn đề chính, trọng tâm, GV cần đặt câu hỏi hoặc yêu cầu diễn đạt lại vấn đề để đảm bảo HS nghe và hiểu đúng. Yêu cầu HS diễn đạt ngắn gọn, đầy đủ và chính xác nhất. Muốn vậy trước hết GV tập cho HS thói quen viết ra giấy ý chính qua đó ghi nhớ để diễn đạt lại. Trường hợp có hình ảnh, đồ thị hay biểu đồ, lược đồ thì cần chú ý nói đúng các ký hiệu, số liệu, trình tự xuất hiện. Cần đặt những câu hỏi kiểm tra xung quanh vấn đề vừa trình bày. Qua cách trả lời, GV nắm được năng lực nghe hiểu

của HS để từ đó điều chỉnh nâng dần mức độ phức tạp của nội dung toán học. Đồng thời, trong khi trình bày lại vấn đề vừa nghe HS phải nhớ lại, suy nghĩ, tư duy để liên kết các vấn đề, lựa chọn từ ngữ để diễn đạt theo cách hiểu mình. Từ đó giúp HS không chỉ phát triển ngôn ngữ mà còn góp phần phát triển tư duy.

Bước 2: Thảo luận phương án để tìm lời giải cho vấn đề toán học.

GV tạo cơ hội, khuyến khích HS nêu ý kiến của mình về cách làm cũng như nhận xét cách làm của bạn. Đặt các câu hỏi yêu cầu HS trả lời, qua đó giúp các em phát triển khả năng lập luận, tư duy logic, hiểu kiến thức nhanh hơn và liên kết được tri thức toán học. Các câu hỏi GV đưa ra phải đúng thời điểm, phù hợp với trình độ nhận thức của HS Dự bị đại học. Có thể, đối với nhận thức của GV, vấn đề này tương đối dễ dàng nhưng đối với HS thì lại là vấn đề khó. Vì vậy, GV phải đặt vị trí của mình vào HS để có câu hỏi phù hợp. Nếu cả lớp đều không có cách giải thì giảm độ khó của bài toán bằng cách tách bài toán ra nhiều bài toán nhỏ, thêm giả thiết hay bớt kết luận. Có như vậy, HS mới có hứng thú, chịu khó suy nghĩ để tìm ý tưởng. Trường hợp có nhiều ý kiến trái chiều thì GV là người trọng tài phân giải, đưa ra kết luận cuối cùng.

Bước 3: Nhận xét, đánh giá các ý tưởng.

Thảo luận, nhận xét, đánh giá các ý tưởng giúp HS hoàn thiện kỹ năng nói. Các ý tưởng được đưa ra có thể chưa đầy đủ, chính xác, do đó, GV phải tổng hợp lại và yêu cầu cả lớp nhận xét, bổ sung để tìm ra phương án tối ưu, qua đó HS tăng năng lực tư duy và phát triển NNTH.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.13: Phát triển kỹ năng nói cho HS trong dạy học “Định

nghĩa tích vô hướng của hai vector”¹.

Bước 1: Rèn luyện cho HS khả năng diễn đạt lại định nghĩa.

Trước hết GV giới thiệu định nghĩa tích vô hướng của hai vector, sau đó yêu cầu HS đứng tại chỗ diễn đạt lại bằng lời. Để HS dễ dàng trong việc diễn đạt lại định nghĩa, GV phải chú ý nhấn mạnh các ý chính. Chẳng hạn: Tích vô hướng là một số (khác với tổng, hiệu của hai vector, tích của vector với một số thực). Khi HS diễn đạt lại định nghĩa (chưa hoàn chỉnh, trôi chảy), GV yêu cầu HS khác nhận xét, góp ý. Ở đây, GV đặc biệt nhấn mạnh cho HS thấy rằng mặc dù tổng của hai vector là một vector, hiệu của hai vector là một vector, tích của một vector với một số là một vector, nhưng tích vô hướng của hai vector là một số, không phải là một vector. Có lẽ vì thế mà ta gọi tích này là tích vô hướng.

* Qua bước này HS ghi nhớ được thuật ngữ tích vô hướng của hai vector, hiểu được tích vô hướng của hai vector không giống với tổng, hiệu hay tích một số với một vector (tích vô hướng của hai vector là một số thực, không phải là một vector). Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Thảo luận để phân tích định nghĩa.

Để phát triển kỹ năng nói, GV đặt các câu hỏi yêu cầu HS trả lời, qua đó giúp HS phát triển khả năng lập luận, tư duy logic, hiểu nội dung định nghĩa và biết áp dụng định nghĩa vào giải quyết các vấn đề liên quan. Câu hỏi phải phù hợp với nội dung, trình độ nhận thức của HS. Chẳng hạn: GV chia lớp thành các nhóm nhỏ từ 3 đến 5 HS và yêu cầu mỗi nhóm thảo luận trả lời câu hỏi: Để tính tích vô hướng của hai vector ta cần tính gì? Tích vô hướng của hai vector

¹ Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), Sđd.

bằng không khi nào, âm khi nào?...

* Qua bước này HS hiểu đúng đắn, chính xác thuật ngữ tích vô hướng của hai vectơ. Bước đầu biết viết dạng kí hiệu ngắn gọn các nội dung liên quan đến tích vô hướng của hai vectơ. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Nhận xét, đánh giá các ý tưởng.

Bất kì vấn đề toán học nào cũng có nhiều cách tiếp cận. Trong ví dụ, GV có thể gợi ý một số vấn đề cho HS thảo luận các vấn đề liên quan đến định nghĩa. Chẳng hạn, GV đưa ra câu hỏi: Ứng dụng của tích vô hướng là gì? (HS: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc, tính góc tạo bởi hai vectơ,...). GV cần cho HS nhận xét đánh giá tính đúng đắn, tính khả thi của các ý tưởng trong quá trình thảo luận. Đối với HS có cách giải hay, GV cần tuyên dương, khen thưởng nhằm khích lệ, động viên. Đối với các ý kiến chưa đầy đủ, GV tập trung phân tích, mổ xẻ để bổ sung, hoàn thiện. Quá trình nhận xét, góp ý bài giải của bạn buộc HS phải suy nghĩ, phân tích, huy động kiến thức kết hợp sử dụng NNTH để diễn đạt được suy nghĩ của mình.

* Qua bước này, HS diễn đạt các vấn đề liên quan đến thuật ngữ tích vô hướng của hai vectơ. HS biết trình bày các ý tưởng của mình liên quan đến tích vô hướng bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ để người nghe hiểu. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Biện pháp gắn với hoạt động nói của HS, nên GV phải làm chủ tình huống, làm chủ thời gian.

Nếu HS diễn đạt vấn đề chưa tốt, GV cần động viên khích lệ.

Nên dành thời gian để HS diễn đạt, thảo luận vấn đề trong nhóm trước khi trình bày trước lớp.

2.3.3.3. Biện pháp 3.3: Phát triển ngôn ngữ toán học qua rèn luyện kỹ năng đọc trong học tập môn Toán

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Biết đọc hiểu kí hiệu, thuật ngữ toán học. Đọc hiểu nội dung bài giảng của GV trình bày trên bảng, tự đọc và hiểu nội dung toán học được trình bày trong SGK, giáo trình, tài liệu tham khảo,...

- Biết đọc đúng, chính xác kí hiệu toán học; biết thu thập số liệu, thông tin từ đồ thị, lược đồ khi giải quyết vấn đề toán học

- Nâng cao năng lực đọc hiểu và ghi nhớ định nghĩa, khái niệm, nắm được nội dung giả thiết và kết luận của bài toán để từ đó huy động kiến thức, tìm ra lời giải.

- Phát triển kỹ năng đọc nội dung toán học, qua đó, góp phần phát triển tư duy, NNTH, nâng cao chất lượng học tập môn Toán.

b. Nội dung

Hoạt động học tập của HS là chuỗi liên tục việc tiếp nhận ngày càng nhiều khối lượng kiến thức. Muốn kiến thức tăng lên hàng ngày, HS phải không ngừng học tập. Một trong số hình thức đó là HS phải đọc nội dung lí thuyết trong SGK, đọc thêm tài liệu tham khảo để từ đó tích lũy và ghi nhớ thông tin. Trong quá trình giảng, GV thường thực hiện đồng thời cả nói và ghi nội dung cần truyền đạt lên bảng. HS phải có kỹ năng nghe và đặc biệt là kỹ năng đọc để ghi nhận kí hiệu toán học, hiểu nghĩa của chúng và kết nối ngôn ngữ này vào suy nghĩ. Nội dung chính của biện pháp là cách

thức phát triển NNTH qua việc luyện tập kỹ năng đọc cho HS trong dạy học.

c. Các bước tiến hành

Có ba bước rèn luyện kỹ năng đọc theo hướng phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học trong dạy học.

Bước 1: Đọc tìm ý và xác định ý chính.

Khi đọc nội dung toán học, HS thu thập thông tin tốt nhất nếu hiểu được thông tin, ghi nhớ được trình tự thông tin xuất hiện. Nội dung toán học thường mang tính trừu tượng, HS Dự bị đại học lại có thói quen tư duy theo hướng trực quan, do đó, trong một số trường hợp, thông tin HS ghi nhớ được lại là phần kết luận hoặc phần đơn giản nhất. Đọc tìm ý là quá trình HS giải mã nghĩa của các từ, các câu, các ký hiệu trong nội dung toán học. Khi nắm được ý chính, HS sẽ hiểu rõ mục đích, từ đó, củng cố thêm nhận thức về những ý chính đã tìm ra. Bản chất của việc đọc hiểu là tìm ý chính và xác định mối quan hệ giữa ý chính với các ý hỗ trợ giúp làm rõ ý chính. Tìm ý chính và xác định điều gì là quan trọng là việc phải làm khi HS muốn tóm tắt nội dung toán học. Tóm tắt nội dung toán học đòi hỏi HS phải xác định những chi tiết quan trọng và loại bỏ những chi tiết không quan trọng để diễn tả lại bằng NNTH ngắn gọn. Để làm tốt việc này, HS phải biết xác định các ý chính, muốn vậy GV cần có hệ thống câu hỏi giúp các em hiểu nội dung toán học vừa đọc.

Bước 2: Nắm được nguồn gốc, cơ sở tiền đề của nội dung toán học.

Để HS nắm được nguồn gốc, cơ sở tiền đề của nội dung toán học, GV có thể vận dụng kỹ thuật đặt câu hỏi “5W-1H” (W - What?

(gì, cái gì), W - Why? (tại sao), W - Where? (ở đâu), W - When? (khi nào), W - Who? (với ai) và H -How (như thế nào, làm thế nào)) trong việc đặt câu hỏi định hướng cho HS. Khi đọc nội dung toán học, GV phải tập cho HS thói quen trả lời các câu hỏi có thể bắt đầu bằng các từ để hỏi: gì, cái gì, tại sao, như thế nào, làm thế nào,... Với mỗi từ để hỏi như vậy, HS sẽ được hướng dẫn triển khai mở rộng câu hỏi theo các chiều hướng và mức độ khác nhau xoay quanh vấn đề, chẳng hạn: Với “*gì, cái gì?*” các câu hỏi đặt ra có thể bao gồm: Vấn đề đó là gì? Nó đề cập đến vấn đề gì? Nó có ý nghĩa gì? Sau khi có nó, thì cái gì khác xảy ra? Bài toán này trình bày vấn đề gì? Có những gì khác có liên quan?...

Bằng cách trả lời các câu hỏi dạng này, HS khám phá được nội dung toán học mà mình vừa đọc. HS biết được cách liên hệ tới các chi tiết trong nội dung toán học để chứng minh ý tưởng của mình, trích dẫn được bằng chứng trong hoạt động phân tích, lập luận lời giải bài toán.

Bước 3: Hiểu và rút được kết luận nội dung toán học.

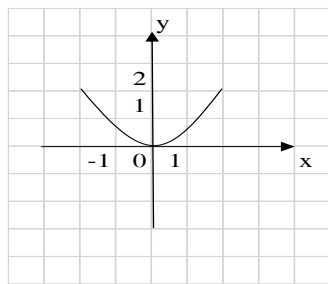
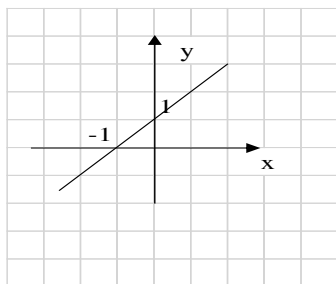
Tùy vào nội dung toán học được yêu cầu đọc, HS sẽ vận dụng kĩ thuật đặt câu hỏi “*5W-1H*” linh hoạt vào các mục đích khác nhau. HS cần được khuyến khích đưa ra những suy nghĩ độc lập, đặt các loại câu hỏi khác nhau trước một vấn đề, hỏi đúng trọng tâm, đúng chỗ, đúng lúc; được khuyến khích đưa ra nhận xét cá nhân, xét đoán hoặc đánh giá vấn đề; chủ động giải thích lí do, lập luận, chứng minh cho quan điểm của mình; nhìn nhận vấn đề đa chiều và có khả năng đưa ra những dẫn chứng thuyết phục về vấn đề. Những câu hỏi chỉ dẫn này sẽ giúp HS nhận thức sâu sắc hơn, có một cái nhìn đa chiều hơn về vấn đề toán học bởi đối với mỗi câu hỏi được đưa ra, HS sẽ phải trải qua quá trình phân tích, tìm kiếm thông tin, liên hệ

và tư duy, xâu chuỗi những chi tiết liên quan để đưa ra lời giải và chứng minh. Quá trình này lặp đi lặp lại sẽ giúp HS phát triển tối đa tư duy phản biện, kỹ năng phân tích và xử lý vấn đề.

Xét bài toán trong chủ đề hàm số, năng lực đọc của HS thể hiện khi các em biết xác định các yếu tố, tính chất, đặc điểm,... của hàm số dựa vào bảng biến thiên hoặc dựa vào đồ thị của hàm số.

Cụ thể, khi cho bảng biến thiên hoặc cho đồ thị của một hàm số, HS biết xác định các yếu tố tính chất, đặc điểm của hàm số như đơn điệu, cực trị, giới hạn, tiệm cận, max, min, ...

Xét ví dụ: Cho các đồ thị của các hàm số sau:



Hình a: Đồ thị hàm số $y = x + 1$
số $y = \frac{1}{2}x^2$

Hình b: Đồ thị hàm

Dựa vào đồ thị của hai hàm số đã cho trong hình trên, $y = f(x) = x + 1$ và $y = g(x) = \frac{1}{2}x^2$ hãy tính $f(-1)$; $f(0)$; $f(1)$; $g(-1)$; $g(0)$; $g(1)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = x + 1$, để biết được tại $x = -1$, giá trị y tương ứng bao nhiêu trên đồ thị, ta “gióng” giao điểm của đường thẳng $x = -1$ với đồ thị vào trục Oy và được kết quả $y = 0$. Như vậy, điểm được tạo thành trên đồ thị có tọa độ $(-1; 0)$. Tương

tự, một số điểm thuộc đồ thị hàm số $y = x + 1$ đã xác định là $(0; 1)$, $(1; 2)$, ...

Ngược lại, từ đồ thị ta cũng đọc được giá trị $x = 1$ khi $y = f(x) = 2$, và $g(x) = 2$ khi và chỉ khi $x = 2$ hoặc $x = -2$.

GV tổ chức cho HS nhận xét, đánh giá lời giải của bài toán. Qua việc nhận xét này giúp HS thể hiện được quan điểm của bản thân, đồng thời góp phần phát triển ngôn ngữ. Ngoài ra, với những bài toán có nhiều cách giải, GV có thể sử dụng câu hỏi như: Em có cách làm khác không? Em có thể trình bày bài giải theo cách khác không? ... để giúp phát triển ngôn ngữ và tư duy cho HS.

d. Ví dụ minh họa

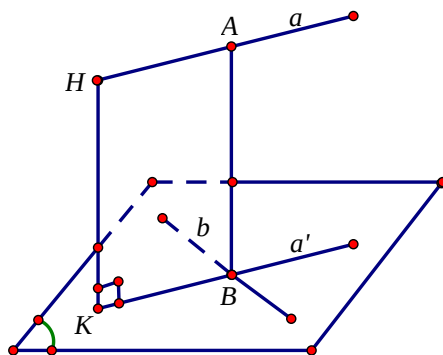
Ví dụ 2.14: Phát triển kỹ năng đọc cho HS trong dạy học nội dung: Phương pháp tìm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.

Bước 1: Đọc tìm ý và xác định ý chính của phương pháp.

GV giới thiệu nội dung phương pháp tìm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau lên bảng:

+ Dụng mặt phẳng (α) chứa b và song song với a (Hình 2.9).

+ Chọn điểm H trên đường thẳng a sao cho dễ tìm được hình chiếu vuông góc K của H lên (α) . Từ K kẻ đường thẳng a' song song với a (a' là hình chiếu vuông góc của a lên (α)).



Hình 2.9

+ Tìm giao điểm B của a' và b , dựng hình chữ nhật $AHKB$. Khi đó ta có AB là đoạn vuông góc chung.

Để kiểm tra HS thu thập được thông tin sau khi đọc nội dung phương pháp, GV nêu một số câu hỏi, chẳng hạn: Phương pháp có mấy bước? Có phải luôn tồn tại mặt phẳng (α) không?... Những câu hỏi này giúp HS có thói quen đọc phải ghi nhớ trình tự thông tin xuất hiện, phải tìm được ý chính.

Bước 2: Nắm được nguồn gốc, cơ sở phương pháp.

Để HS nắm được cơ sở, hiểu được nguồn gốc khi đọc nội dung phương pháp, GV phải tập cho các em thói quen tự đặt câu hỏi. Chẳng hạn: Tại sao phương pháp lại có 3 bước? Điểm đặc biệt H thường là điểm nào? Tìm K dễ hay khó?...

Bằng cách trả lời các câu hỏi dạng này, HS khám phá được nguồn gốc, cơ sở của phương pháp. Biết cách liên hệ, xâu chuỗi các bước trong nội dung phương pháp.

Bước 3: Hiểu và rút được kết luận nội dung phương pháp.

Để hiểu và rút được kết luận, GV chú ý rèn luyện cho HS thói

quen suy nghĩ độc lập, đặt các loại câu hỏi khác nhau trước vấn đề, hỏi đúng trọng tâm, đúng chỗ, đúng lúc. Bên cạnh đó, GV nên khuyến khích HS đưa ra quan điểm của mình. Để tăng hiệu quả của việc đọc, GV dành thời gian cho HS nhận xét, các bước trong phương pháp (bước nào khó nhất, giải bước đó cần lưu ý gì, có thể thay bước đó bằng bước khác được không,...). Chẳng hạn: Thay vì chọn H , tìm hình chiếu vuông góc K của H trên (α) , kẻ đường thẳng a' qua K , song song với a HS có thể chọn phương án khác. Cụ thể dựng mặt phẳng (β) chứa a và vuông góc với (α) .

Như vậy, nâng cao kĩ năng đọc không có nghĩa là HS biết đọc nhanh, trôi chảy mà phải biết phân tích, vận dụng phương pháp vào giải quyết các bài toán cụ thể.

* Qua bước này, HS hiểu nội dung phương pháp được trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ. Biết sử dụng NNTH để diễn đạt các kết luận có chứa liên quan đến nội dung phương pháp cho người nghe hiểu những gì mình muốn trình bày. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Để thực hiện biện pháp, HS phải có vốn kiến thức về NNTH nhất định.

Quá trình thực hiện biện pháp, GV chú ý phát hiện được những sai sót của HS trong học tập toán để có khắc phục, sửa chữa kịp thời.

2.3.3.4. Biện pháp 3.4: Phát triển ngôn ngữ toán học qua rèn luyện kĩ năng viết trong học tập môn Toán

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Nâng cao kỹ năng viết, trình bày lời giải ngắn gọn, đầy đủ, logic, chặt chẽ.

- Diễn đạt được ý tưởng của mình thông qua việc trình bày trên bảng hoặc trình bày trên giấy.

- Biết cách trình bày bài thi tự luận khoa học, thẩm mỹ, đúng trình tự logic.

b. Nội dung

Trong quá trình học, bên cạnh việc nghe, nói, đọc các nội dung toán học, HS phải biết viết lại các kí hiệu để chép nội dung vào vở, trình bày nội dung cho người khác xem. Muốn viết tốt, HS phải suy nghĩ, nhớ lại kí hiệu, thuật ngữ toán học để sắp xếp hợp lí, đảm bảo độ chính xác. Biện pháp đề cập đến vấn đề phát triển NNTH qua việc rèn luyện kỹ năng viết cho HS trong học tập môn Toán.

c. Các bước tiến hành

Có ba bước rèn luyện kỹ năng viết theo hướng phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học trong dạy học.

Bước 1: Viết phác họa nội dung toán học.

Nội dung toán học thường nhiều đoạn, mỗi đoạn lại có nhiều ý. Muốn viết, trình bày ngắn gọn, dễ hiểu, logic, chặt chẽ thì HS phải biết chia nội dung thành các đoạn với độ dài từ 2 - 4 ý. Ban đầu GV cho HS trình bày nội dung dưới dạng bài viết theo từng đoạn ngắn. Khi đã thành thạo, GV yêu cầu HS trình bày nội dung dưới dạng bài viết đầy đủ. Nội dung toán học được viết ra phải đảm bảo độ chính xác, ngắn gọn và dễ hiểu. Quá trình viết lại nội dung toán học giúp HS rèn luyện tư duy logic, khả năng lập luận, trình bày vấn đề khoa học, chính xác.

Bước 2: Viết đúng, đầy đủ nội dung toán học.

Để trình bày nội dung toán học chính xác, chặt chẽ, GV cần tập luyện cho HS cách trình bày các vấn đề đơn giản trước, sau đó nâng dần mức độ. Vấn đề đơn giản ở đây được hiểu là ngắn, có ít công thức, kí hiệu toán học. Tăng mức độ của vấn đề cần viết nghĩa là khi viết đòi hỏi HS phải huy động kiến thức, suy nghĩ để trình bày vấn đề một cách mạch lạc, rõ ràng. GV nên cho HS thảo luận theo cặp, tức là hai bạn ngồi gần nhau, trao đổi bài viết để kiểm tra, nhận xét, góp ý cho nhau. Rèn luyện kĩ năng viết thường xuyên sẽ giúp HS có tính cẩn thận, tăng khả năng tư duy, phát triển ngôn ngữ.

Bước 3: Kiểm tra, nhận xét, đánh giá nội dung bài viết.

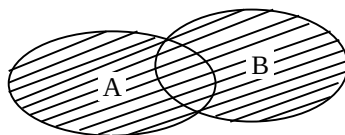
GV cần tổ chức cho HS nhận xét, đánh giá nội dung bài viết. Qua kiểm tra bài viết của mình, nhận xét - đánh giá bài viết của bạn giúp HS học hỏi ưu điểm của bạn, nhìn ra khuyết điểm của mình để khắc phục. Đồng thời, qua nhận xét đánh giá bài viết của bạn, HS thể hiện được quan điểm của bản thân.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.15: Phát triển kĩ năng viết cho HS trong dạy học nội dung: Các phép toán trên tập hợp.

Bước 1: Viết phác họa nội dung.

Xét phép toán hợp của hai tập hợp: Hợp của hai tập hợp A và B , kí hiệu là $A \cup B$, là tập hợp bao gồm tất cả các phần tử thuộc A hoặc thuộc B .



Hình 2.10

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$$

Trên biểu đồ Ven, phần gạch chéo (Hình 2.10) biểu diễn hợp của hai tập hợp A và B .

Khi dạy học phép toán này, GV thường viết nội dung phép toán lên bảng, cùng với đó, HS nghe và viết lại vào vở. Vấn đề ở đây là HS phải biết viết lại theo ba phần. Phần thứ nhất (Hợp của hai tập hợp A và B , kí hiệu là $A \cup B$, là tập hợp bao gồm tất cả các phần tử thuộc A hoặc thuộc B) là nội dung phép toán được viết theo NNTN, tương đối dài và trừu tượng. Phần thứ hai ($A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$) là nội dung của phép toán được viết dưới dạng kí hiệu. Phần này ngắn gọn, dễ hiểu vì HS được làm quen cách viết kiểu tập hợp. Phần cuối là biểu diễn phép toán theo biểu đồ Ven, qua đó HS thấy được hình ảnh trực quan.

* Qua bước này HS ghi nhớ và viết được các kí hiệu - thuật ngữ liên quan đến nội dung các phép toán trên tập hợp. Bước đầu sử dụng đúng, chính xác kí hiệu - thuật ngữ; đọc, hiểu nội dung các phép toán tập hợp được biểu diễn qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan. Tức là có sự phát triển NNTH từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Viết đúng, đầy đủ nội dung.

Yêu cầu viết đúng, đầy đủ nội dung, nghĩa là HS không được viết thiếu kí hiệu, chẳng hạn, viết đúng: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$, viết sai: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}, \dots$ Để rèn luyện kĩ năng viết, GV phải thường xuyên bồi dưỡng năng lực sử dụng NNTH cho HS.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ như: hợp của hai tập hợp, giao của hai tập hợp, ... Bước đầu biết thể hiện nội dung các phép toán tập hợp qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan. Tức là có sự phát triển từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Kiểm tra, nhận xét, đánh giá bài viết.

Trong mỗi tiết dạy, nội dung kiến thức nhiều nên GV thường không có thời gian để HS thảo luận. Do vậy, để kiểm tra, nhận xét đánh giá bài viết, GV nên cho HS kiểm tra, đánh giá chéo (hai HS ngồi gần nhau). GV chỉ kiểm tra bài viết của một vài HS điển hình để thấy tình hình chung của cả lớp.

* Qua bước này, HS hiểu đúng các kí hiệu - thuật ngữ trong lí thuyết tập hợp, hiểu nội dung toán học có chứa các thuật ngữ này được trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ. Biết sử dụng NNTH để kiểm tra, nhận xét và đánh giá bài viết có chứa kí hiệu - thuật ngữ liên quan đến các phép toán tập hợp. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Thông qua việc phát triển kĩ năng viết, GV phát hiện được những sai lầm của HS trong học tập để có biện pháp khắc phục, sửa chữa.

Bài viết là kênh thông tin giúp GV đánh giá mức độ hiểu bài của HS trong dạy học. Do đó, trong trường hợp có nhiều HS viết sai, GV nên giảng lại, phân tích kĩ nội dung để các em hiểu vấn đề hơn.

Khi viết, HS phải huy động kiến thức, suy nghĩ để trình bày vấn đề một cách ngắn gọn, mạch lạc, rõ ràng, đảm bảo hiểu những gì được viết ra và viết cho người khác hiểu. Do đó, nếu thấy chất lượng bài viết của HS chưa tốt thì GV nên chú ý giảng kĩ, giảng chậm lại.

2.3.4. Nhóm biện pháp 4: Phát triển ngôn ngữ toán học qua các phương pháp dạy học tích cực

Các phương pháp dạy học tích cực áp dụng cho HS Dự bị đại học đặc biệt hiệu quả đối với việc nâng cao và phát triển các năng lực toán học đặc thù trong đó có phát triển NNTH.

Trong chương trình Phổ thông có nhiều phương pháp dạy học nhằm mục đích giáo dục, các phương pháp này đều có những ưu điểm và hạn chế nhất định. Điểm chung của các phương pháp là đều được thực hiện thông qua những cách thức phù hợp để chuyển tải nội dung giáo dục tới người học nhằm thực hiện mục tiêu giáo dục. Các phương pháp dạy học được tiến hành thông qua nhiều hoạt động như: hoạt động trên lớp; hoạt động tập thể; hoạt động giáo dục ngoài giờ; hoạt động giáo dục hướng nghiệp; hoạt động giáo dục nghề phổ thông;...

Trong chương trình giáo dục phổ thông mới, có hai nhóm phương pháp chủ yếu là phương pháp dạy học truyền thống và phương pháp dạy học tích cực. Mục đích của các nhóm phương pháp này là chuyển hóa kiến thức, kỹ năng, thái độ thành năng lực. Phương pháp dạy học tích cực theo hướng phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học được tiến hành gắn liền với đặc thù, với văn hóa, với phương ngữ của đối tượng chuyên biệt.

2.3.4.1. Biện pháp 4.1: Phát triển ngôn ngữ toán học qua tổ chức dạy học theo phương pháp giải quyết vấn đề

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm giúp HS:

- Thông qua phương pháp giải quyết vấn đề để phát triển NNTH.

- HS được đặt trong tình huống có vấn đề, thông qua giải quyết vấn đề giúp các em có cơ hội hoạt động ngôn ngữ trong đó có NNTH.

b. Nội dung: Phương pháp giải quyết vấn đề thường được vận dụng khi HS đứng trước một hiện tượng, sự việc nảy sinh trong quá trình hoạt động, chẳng hạn: phân tích đề bài toán, giả thiết định lí,... Phương pháp này có ý nghĩa quan trọng, phát huy tính tích cực, sáng tạo, giúp HS có cách nhìn toàn diện trước các hiện tượng, sự việc nảy sinh trong hoạt động, cuộc sống hàng ngày. Dạy học theo phương pháp giải quyết vấn đề là cách thức tạo môi trường để HS quan sát, suy nghĩ, nghiên cứu, sáng tạo để tìm cách giải quyết vấn đề trên nền tảng vận dụng những kiến thức toán học đã có, đã được học. HS dùng NNTH như là phương tiện cho quá trình hoạt động, trao đổi, thảo luận, trình bày ý tưởng của bản thân. Biện pháp đề cập đến phát triển NNTH cho HS trong dạy học theo phương pháp giải quyết vấn đề.

c. Các bước thực hiện

Có 3 bước cơ bản để phát triển NNTH cho HS trong dạy học theo phương pháp giải quyết vấn đề.

Bước 1: Nhận biết vấn đề (tạo tình huống có vấn đề; phát hiện và nhận dạng vấn đề nảy sinh; phát biểu vấn đề cần giải quyết).

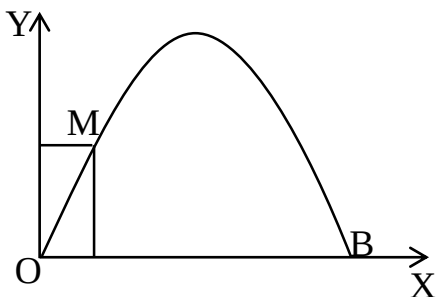
Trước hết, GV cần tạo tình huống có vấn đề. Tình huống nên gắn với thực tiễn cuộc sống, gần gũi với đời sống hằng ngày của HS. Để HS nhận biết vấn đề nhanh chóng, GV có thể phân tích tình huống đặt ra. Trong trường hợp HS yếu, GV cần trình bày rõ ràng, dễ hiểu, lấy ví dụ cụ thể để diễn giải vấn đề. Bước này có vai trò quan trọng, quyết định đến hiệu quả của hoạt động.

Bước 2: Tìm phương án giải quyết vấn đề.

Để tìm phương án giải quyết vấn đề, HS cần so sánh, liên hệ với các kiến thức đã học. Các phương án giải quyết cần sắp xếp, hệ thống hóa để xử lý ở giai đoạn tiếp theo. Trường hợp khó khăn hoặc không tìm được phương án giải quyết thì cần quay trở lại việc nhận biết vấn đề để kiểm tra và hiểu sâu hơn về vấn đề. Quá trình tìm phương án giải quyết vấn đề phải chú ý sử dụng NNTH chính xác, chặt chẽ.



Hình 2.11



Hình 2.12

Để tìm hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) cần ít nhất tọa độ của 3 điểm nằm trên đồ thị, chẳng hạn $O(0; 0)$, $M(x_M; y_M)$, $B(x_B; 0)$. Do không có điều kiện đo trực tiếp nên GV cần thiết kế mô hình thu nhỏ để HS quan sát, đo đạc. Dựa vào đo đạc, tính toán trên mô hình, ta tìm được tọa độ các đỉnh M , B . Cụ thể đo khoảng cách giữa hai chân cổng (giả sử $x_B = 162$), điểm M bất kì có $x_M = 10$, $y_M = 43$. Thế vào ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 0 = a.0 + b.0 + c \\ 0 = a.26244 + b.162 + c \\ 43 = a.100 + b.10 + c \end{cases} \text{ Giải ra: } a = \frac{-43}{1320}, b =$$

$$\frac{3483}{700}, c = 0.$$

Vậy hàm số bậc hai là $y = \frac{-43}{1320}x^2 + \frac{3483}{700}x$. Đỉnh $S(81; 185,6)$, hay cổng cao 185,6 đơn vị độ dài (trên thực tế Gateway Arch cao 186m).

Để củng cố hoạt động, GV cho HS giải quyết tình huống tương tự, chẳng hạn, yêu cầu tính độ cao của một nhịp cầu Cần Thơ.

* Qua bước này, HS biết đọc và hiểu vấn đề cần giải quyết, biết sử dụng NNTH để trình bày lời giải của vấn đề toán học một cách chặt chẽ, logic, chính xác. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Các tình huống đưa ra để HS xử lí, giải quyết phải phù với mục đích phát triển NNTH và gần gũi với cuộc sống thực của HS. Tình huống cần chứa đựng những mâu thuẫn cần giải quyết, gợi ra

cho HS nhiều hướng suy nghĩ, nhiều cách giải quyết vấn đề.

GV có thể tổ chức các nhóm HS có thể giải quyết cùng một tình huống hoặc các tình huống khác nhau, tùy theo mục đích của hoạt động.

GV cần tìm hiểu đúng cách tạo tình huống gợi vấn đề và tận dụng các cơ hội để giới thiệu tình huống, tạo điều kiện để HS tự lực giải quyết vấn đề.

2.3.4.2. Biện pháp 4.2: Phát triển ngôn ngữ toán học qua tổ chức dạy học theo phương pháp đóng vai

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS có cơ hội, môi trường sử dụng NNTH vào thực hành cách ứng xử, bày tỏ thái độ trong những tình huống giả định hoặc trên cơ sở óc tưởng tượng và ý nghĩ sáng tạo gắn với nội dung toán học.

- Giúp HS có cái nhìn tổng thể bằng cách tập trung vào cách ứng xử cụ thể bản thân quan sát được.

- Giúp HS không chỉ biết diễn theo tình huống giả định mà còn biết xử lý tình huống khi diễn và thảo luận sau phần diễn đó.

- Giúp HS có môi trường để tiến hành thảo luận, trao đổi theo phương pháp đóng vai, qua đó phát triển ngôn ngữ nói chung trong đó có NNTH.

b. Nội dung

Đóng vai là phương pháp dạy học sinh động, chủ động, tạo điều kiện cho người học bộc lộ các ưu điểm để phát huy và nhược

điểm để sửa chữa, khắc phục. Qua đóng vai, HS có điều kiện ứng dụng lí thuyết, nguyên tắc kiến thức toán học đã học vào thực tế sinh động, đa dạng mà các em sẽ tiếp xúc sau này. Biện pháp đề cập đến phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học qua dạy học theo phương pháp đóng vai.

c. Các bước tiến hành: Phương pháp đóng vai được tiến hành theo 3 bước:

Bước 1: Xác định chủ đề, mục tiêu học tập, lập kế hoạch về tình huống.

Đây là bước quan trọng nhất, chủ đề phải chứa nội dung toán học, nằm trong nội dung lí thuyết mà HS đã được học tập. Không thể thực hiện đóng vai với chủ đề mà HS chưa học, chưa có tài liệu, chưa có thời gian để tự học hoặc không liên quan đến toán học. Chủ đề phải phát huy được ưu thế của phương pháp đóng vai, phải gắn với vai trò của NNTH trong giao tiếp, cách ứng xử để giải quyết vấn đề. Tình huống phải rất cụ thể, các dữ liệu không phải tùy tiện đặt ra mà cần suy nghĩ, cân nhắc để thể hiện tốt mục tiêu học tập (phát triển NNTH), nêu lên được nhiều vấn đề, khía cạnh để học tập. Nên trọng tâm về kiến thức, năng lực giải quyết vấn đề; nên trọng tâm về kĩ năng giao tiếp, thái độ.

Bước 2: Giao nhiệm vụ cho các vai, cho người quan sát.

Yêu cầu nhóm đóng vai xây dựng kịch bản thể hiện tình huống sao cho sinh động, hấp dẫn, mang tính sân khấu nhưng không đưa ra lời giải hay cách giải quyết tình huống. Kết thúc vở diễn là một kết thúc mở để cả lớp cùng thảo luận. GV có thể chia lớp thành nhiều nhóm, mỗi nhóm sẽ có những ý tưởng khác nhau. Vai đóng phải cụ thể theo đúng mục tiêu học tập, người quan sát được phân thành nhóm nhỏ. Mỗi nhóm được giao các nhiệm vụ như: nhóm

theo dõi nhận xét vai “*chính*”; nhóm theo dõi nhận xét vai “*phụ*”; các nhóm theo dõi về kĩ năng giao tiếp, thái độ, kiến thức, năng lực giải quyết vấn đề,...

Bước 3: Thực hiện, thảo luận và nhận xét.

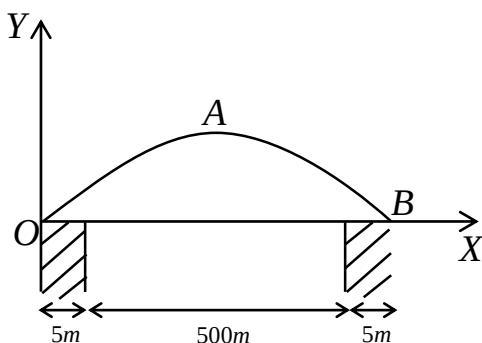
Trước khi thực hiện đóng vai, GV cần nêu rõ: chủ đề, mục tiêu học tập, giao nhiệm vụ cho các vai và người quan sát, xác định thời gian đóng vai. Khi thực hiện đóng vai, các vai hoàn toàn chủ động về nội dung và thời gian. GV không nên can thiệp, nhắc nhở làm mất tính chủ động, linh hoạt của vai diễn.

Để thực hiện đóng vai cần chú ý: không cần thực hiện các kĩ xảo biểu diễn như trong đóng kịch (dễ gây mất tập trung vào nội dung), thể hiện thái độ, phong cách trong giao tiếp nhất là với vai “*chính*”, cần bám sát mục tiêu học tập, nhiệm vụ được giao trong đóng vai, có ý thức cộng tác, hỗ trợ.

Khi vở diễn kết thúc, người dẫn chương trình đưa ra các câu hỏi có liên quan để cả lớp thảo luận. Hiệu quả mục tiêu phát triển NNTH của phương pháp đóng vai được quyết định ở bước thảo luận. Trong khi thảo luận, HS sẽ trao đổi, bày tỏ quan điểm và lắng nghe các ý kiến, qua đó phát triển ngôn ngữ trong đó có NNTH.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.17: GV nêu tình huống: Một công ty xây dựng cầu đường được giao nhiệm vụ xây cầu bắc qua sông rộng 500m để tạo điều kiện cho nhân dân hai bờ đi lại giao lưu buôn bán. Bề dày của cầu là 10cm, chiều rộng của cầu là 4m, chiều cao tối đa của cầu là 7m so với mặt sông. Yêu cầu bạn A với vai trò là giám đốc công ty hãy ước lượng thể tích vữa để xây dựng thân cây cầu.



Hình

Bước 1: Xác định chủ đề, mục tiêu học tập, lập kế hoạch về tình huống.

Tình huống là yêu cầu HS bằng kiến thức của mình tính thể tích vữa đủ để xây cầu. GV dành khoảng 5 phút cho HS suy nghĩ lập kế hoạch xử lý tình huống. Có nhiều phương án xử lý tình huống này. Tuy nhiên GV chốt lại hai phương án. *Phương án 1:* Xây cầu theo dạng hình parabol, điểm xuất phát cầu cách bờ 5m, điểm cao nhất của cầu cách chân cầu 2m (Hình 2.13); *Phương án 2:* Xây cầu theo dạng đổ bê tông bằng phẳng, có dạng hình chữ nhật, có chiều dài 510m (Hình 2.14).

* Qua bước này HS ghi nhớ được các thuật ngữ liên quan đến chủ đề như: thể tích, parabol, ... Bước đầu đọc hiểu nội dung tình huống qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan. Tức là có sự phát triển từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2:
Giao nhiệm vụ
cho các vai,
cho người quan
sát.



Hình 2.14

Yêu cầu bạn đóng vai giám đốc thể hiện phương án giải quyết sinh động, hấp dẫn. GV có thể chia lớp thành nhiều nhóm, mỗi nhóm thảo luận và cử một bạn làm giám đốc. Sau thời gian thảo luận, đại diện các nhóm lần lượt lên trình bày, các nhóm còn lại quan sát.

GV cần định hướng để các nhóm chọn phương án, cụ thể ta chọn phương án 2. Tức là xây cầu theo dạng đồ bê tông bằng phẳng có dạng hình chữ nhật.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác kí hiệu - thuật ngữ toán học trong từng phương án. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

Bước 3: Thực hiện, thảo luận và nhận xét.

Khi thực hiện đóng vai, các vai hoàn toàn chủ động diễn đạt theo nội dung cả nhóm đã thảo luận. Tập trung thể hiện được vấn đề cần giải quyết, cụ thể phải làm đổi bật được thể tích thân cầu là $V = 4 \times 0,1 \times 510 = 204m^3$.

Khi kết thúc vở diễn, GV dựa trên nội dung, phong cách vai diễn,... đưa câu hỏi để cả lớp thảo luận, đánh giá, góp ý. Hiệu quả của biện pháp được quyết định ở bước thảo luận. Trong thảo luận HS sẽ trao đổi, bày tỏ quan điểm và lắng nghe các ý kiến, qua đó phát triển ngôn ngữ trong đó có NNTH. Chẳng hạn, GV có thể đặt câu hỏi là: Cầu thường được xây theo hình dạng nào?, Cầu có độ

dài bao nhiêu (Cầu phải dài hơn chiều rộng của sông)?, Bằng cách nào để giải quyết được tình huống theo phương án 2? (Bằng cách gắn hệ trục tọa độ, viết phương trình parabol và tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường trong mặt phẳng, từ đó tính được thể tích khối bê tông cần xây cầu);... Cuối buổi thảo luận, GV phải thống nhất và chốt lại các ý kiến.

* Qua bước này, HS biết đọc và hiểu đúng nội dung toán học được trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ. Biết sử dụng NNTH để thực hiện vai diễn. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Để thảo luận thú vị, sôi nổi, GV nên định hướng người đóng vai thực hiện hành động sai hoặc hành động bỏ giờ.

Cần dự kiến thời gian thảo luận ngay sau buổi đóng vai. Thời gian thảo luận phải đủ để mọi người phát biểu, có thể nêu lên được đầy đủ các nhận xét, rút kinh nghiệm, đánh giá,...

Thời gian thực hiện vai diễn không nên quá ngắn (ít hơn 15 phút) vì khi đó chưa đủ để bộc lộ các ưu, nhược điểm. Cũng không nên quá dài vì sẽ loãng, thiếu tập trung.

GV phải xác định mục tiêu chính của phương pháp là phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học.

Bên cạnh đó, GV chú ý thông qua phương pháp đóng vai rèn luyện cho HS ngay từ khi còn ngồi trên ghế nhà trường đã được làm quen với vai của người lãnh đạo sẽ đảm nhiệm sau khi tốt nghiệp, luyện tập năng lực giải quyết vấn đề theo cương vị mà HS sẽ đảm nhiệm sau này.

2.3.4.3. Biện pháp 4.3: Phát triển ngôn ngữ toán học qua tổ chức dạy học theo phương pháp trò chơi

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS nâng cao hiểu biết về thế giới hiện thực xung quanh, kích thích trí thông minh, lòng ham hiểu biết, học cách giải quyết nhiệm vụ.

- Tạo môi trường cho HS được trải nghiệm

- Giúp HS có cơ hội được giáo dục thể lực, thẩm mỹ, hình thành các kỹ năng giao tiếp, kỹ năng xã hội.

b. Nội dung

Trò chơi là phương tiện giáo dục và phát triển toàn diện HS. Đặc thù của trò chơi là có quy định về quy mô, số lượng người chơi, điều kiện, vật chất; xác định tính chất, phương pháp hành động, tổ chức và điều khiển hành vi cũng như những mối quan hệ lẫn nhau của người chơi. Biện pháp đề cập đến vấn đề phát triển NNTH qua tổ chức dạy học theo phương pháp trò chơi.

c. Các bước tiến hành

Dạy học theo phương pháp sử dụng trò chơi nhằm phát triển NNTH được thực hiện theo 3 bước.

Bước 1: Chuẩn bị trò chơi.

GV xác định đối tượng và mục đích trò chơi. GV phải lựa chọn dạng trò chơi và tổ chức trò chơi liên quan đến các vấn đề toán học. Ưu tiên chọn trò chơi sao cho quá trình chơi chứa nhiều hoạt động NNTH. GV phải là người hướng dẫn, thông báo kế hoạch, thời

gian, nội dung trò chơi đến HS. Phân công nhiệm vụ cho cả lớp, tổ, nhóm, đội chơi để chuẩn bị điều kiện phương tiện phục vụ trò chơi. Cần công bố cách xác nhận kết quả và cách tính điểm chơi của cuộc chơi.

Bước 2: Tiến hành trò chơi.

GV bố trí đội hình, phương tiện phụ thuộc từng trò chơi, địa điểm tổ chức, số lượng người chơi. Đội hình có thể theo hàng dọc, hàng ngang, vòng tròn hay chữ U,... GV và đội ngũ trọng tài chọn vị trí sao cho người chơi nghe rõ khẩu lệnh, quan sát rõ động tác và phát hiện được đúng hay sai. GV thông báo tên trò chơi, chủ đề chơi, nêu mục đích và các yêu cầu của trò chơi, nói rõ cách chơi và luật chơi, cho HS chơi thử. Dùng khẩu lệnh bằng lời, còi, kèn, chuông, trống để điều khiển cuộc chơi. Trọng tài phải quan sát, theo dõi chính xác để đánh giá thắng thua và rút kinh nghiệm.

Bước 3: Kết thúc trò chơi.

Kết thúc trò chơi GV công bố kết quả khách quan, công bằng, chính xác giúp HS nhận thức được ưu điểm và tồn tại để cố gắng ở những trò chơi tiếp theo. Động viên, khích lệ ý thức, tinh thần cố gắng của các em, tuyên dương, khen ngợi hay khen thưởng bằng vật chất, tạo không khí vui vẻ, phấn khởi và để lại những ấn tượng tốt đẹp trong tập thể HS về cuộc chơi.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.18: Trò chơi ô vuông bàn cờ: Có một bàn cờ vua gồm 64 ô vuông, đội nào bốc thăm đi trước sẽ đặt một hạt thóc vào ô thứ nhất, đội kia sẽ đặt 2 hạt ở ô thứ hai. Cứ tiếp tục như vậy hai đội sẽ thay phiên nhau và số hạt thóc đặt ở ô sau cứ gấp đôi ô trước. Đội nào hết thóc trước khi đến ô cuối cùng thì thua cuộc.

Bước 1: Chuẩn bị trò chơi. Để chuẩn trò chơi GV chia lớp

thành nhóm nhỏ mỗi nhóm từ 4 đến 5 HS. Phân công các nhóm chuẩn bị lượng thóc như nhau (khoảng 100g thóc). Cho mỗi cặp hai nhóm tự chơi với nhau để làm quen với luật chơi. Chú ý hướng dẫn HS cách chơi để thắng cuộc.

Vấn đề đặt ra là để thắng cuộc mỗi đội phải chuẩn bị đủ số thóc để chơi. Vì đội nào hết thóc trước khi đến ô cuối cùng thì thua cuộc nên mỗi đội cần xác định lượng thóc chuẩn bị để chơi đến cùng trò chơi này.

Để thắng cuộc các đội thảo luận và xây dựng phương án. Khi thảo luận, đề xuất và tính toán phương án, các thành viên trong đội tham gia vào hoạt động mang tính sáng tạo, các thành viên có cơ hội nâng cao hiểu biết, khả năng tính toán, năng lực NNTH, qua đó kích thích trí thông minh, lòng ham hiểu biết, học cách giải quyết nhiệm vụ.

* Qua bước này HS ghi nhớ được một số thuật ngữ trong quá trình thảo luận và xây dựng phương án. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

Bước 2: Tiến hành chơi.

Trong những bước đầu, do số thóc ít nên việc chuẩn bị tương đối đơn giản. Đến các bước sau, số thóc chuẩn bị cho mỗi lần lớn nên các đội cần bố trí, phân công người khéo léo, nhịp nhàng. Muốn chắc thắng trong trò chơi, các đội sẽ phải tính đến hai phương án: Phương án 1: Chuẩn bị số thóc đủ để đặt 64 ô; Phương án 2: Chuẩn bị số thóc đủ cho trường hợp đi sau.

Phương án 1: Số hạt thóc mà luật chơi quy định đặt mỗi ô bàn cờ tuân theo cấp số nhân với công bội $q = 2$, $u_1 = 1$. Số hạt thóc cần chuẩn bị là tổng số hạt thóc dùng đặt 64 ô bàn cờ. Theo công thức

tính tổng $S_{64} = 2^{64} - 1$ (hạt).

Để đội chơi ước lượng khối lượng thóc cần mang đi, GV cho cân thử một lượng thóc nhất định và suy ra khối lượng của $2^{64} - 1$ hạt. Giả sử 100 hạt nặng 20g thì khối lượng thóc cần chuẩn bị: $m = \frac{2^{64} - 1}{100} \times 20 = 3,69.10^{18}g = 3690$ tỉ tấn. Rõ ràng phương án không khả thi vì khối lượng thóc chuẩn bị quá lớn.

Phương án 2: Chuẩn bị lượng thóc cho trường hợp đi sau.

Theo phương án này thì số thóc đội chơi phải đặt vào các ô bàn cờ lần lượt là: 2, 8, 32, ... Đây là dãy cấp số nhân, số hạng đầu $u_1 = 2$, công bội $q = 4$. Để thắng cuộc HS phải chuẩn bị số thóc là tổng 32 số hạng đầu của cấp số nhân. Ta có $S = 2 \cdot \frac{1 - 4^{32}}{1 - 4} \approx$

$12,3.10^{18}$ hạt thóc, khối lượng thóc $m = 12,3.10^{18} \cdot \frac{20}{100} \approx 2460$ tỉ tấn. Vậy đội chơi phải chuẩn bị 2460 tỉ tấn thóc để tham gia trò chơi, phương án này cũng không khả thi vì khối lượng thóc quá lớn.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác kí hiệu - thuật ngữ chẳng hạn như: cấp số nhân, công bội, ... Bước đầu biết thể hiện ý tưởng của phương án bằng NNTH một cách chặt chẽ và logic. Tức là có sự phát triển từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Kết thúc trò chơi.

Đây là trò chơi không thể chơi đến cùng để phân định đội thắng đội thua. Sau một số bước nhất định, số thóc của các đội chơi không đủ để chơi tiếp. GV có thể tìm đội thắng cuộc là đội đặt được số ô bàn cờ nhiều hơn. Trường hợp hai đội cũng đặt được số ô bàn cờ như nhau thì GV cùng tổ trọng tài căn cứ vào lượng thóc còn lại, cụ thể đội thắng là đội có số thóc còn lại nhiều hơn.

GV cho HS thảo luận, đánh giá và nhận xét các phương án, các phép tính trong các phương án,... Ý nghĩa của trò chơi chủ yếu trong bước thảo luận sau khi kết thúc trò chơi.

* Qua bước này, HS biết sử dụng NNTH để trình bày cho người khác hiểu ý kiến của mình về vấn đề toán học có trong trò chơi. HS biết sử dụng NNTH để nghe, hiểu những gì người khác nói. Tức là có sự phát triển lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

Cần phối hợp trò chơi với các phương pháp dạy học khác, thời gian tổ chức trò chơi cần phân bổ lí.

Những trò chơi được lựa chọn phải dễ tổ chức và thực hiện, phù hợp với đặc điểm và khả năng của HS với quỹ thời gian, với hoàn cảnh, điều kiện thực tế của lớp học.

Người chơi phải nắm rõ các quy tắc chơi và tôn trọng luật chơi.

Trò chơi phải luân phiên thay đổi tránh gây nhàm chán.

GV quan sát, theo dõi và bao quát lớp học để kịp thời giúp đỡ, khuyến khích, động viên người chơi khi cần thiết. Sau khi chơi cần tổ chức thảo luận để qua đó phát triển NNTH.

2.3.4.4. Biện pháp 4.4: Phát triển ngôn ngữ toán học qua tổ chức dạy học theo phương pháp làm việc nhóm

a. Mục tiêu

Biện pháp nhằm:

- Giúp HS phát huy vai trò chủ thể, tính tự giác, tích cực, sáng tạo, năng động, tinh thần trách nhiệm.

- Giúp HS có cơ hội thể hiện, khẳng định khả năng, thực hiện tốt hơn nhiệm vụ được giao.

- Giúp HS có cơ hội hoạt động ngôn ngữ, qua đó phát triển ngôn ngữ trong đó có NNTH.

b. Nội dung

Dạy học theo phương pháp làm việc nhóm là cách GV chia lớp thành nhóm nhỏ trong đó có sự tương tác trực tiếp giữa các thành viên. HS trong nhóm trao đổi, giúp đỡ và cùng nhau phối hợp làm việc để hoàn thành nhiệm vụ chung. Giao việc cho các nhóm thực hiện cần lưu ý thiết kế sao cho đòi hỏi sự phụ thuộc lẫn nhau; tạo ra những nhiệm vụ phù hợp với kinh nghiệm và khả năng; phân công nhiệm vụ công bằng giữa các nhóm và các thành viên. Bên cạnh đó, cũng cần chú ý đến đối tượng ở đây là HS Dự bị đại học. Biện pháp đề cập đến phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học qua tổ chức dạy học theo phương pháp làm việc nhóm.

c. Các bước tiến hành

Bước 1: Chuẩn bị, lập kế hoạch.

GV hướng dẫn HS trao đổi, đề xuất vấn đề, xác định mục tiêu, nhiệm vụ, cách thực hiện và lập kế hoạch; tự lựa chọn nhóm theo từng nội dung; phân công nhóm trưởng, thư kí và vai trò khác cho từng thành viên. Định hướng HS làm rõ khái niệm, liên hệ giữa các khái niệm toán học và cách thể hiện chúng trong thực tiễn cuộc sống.

Bước 2: Thực hiện hoạt động làm việc nhóm.

GV quan sát, nắm thông tin từ HS, giúp đỡ các nhóm vận hành đúng hướng và duy trì mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau một cách tích cực. Hướng dẫn cách làm việc trong nhóm theo hướng cá

nhân làm việc độc lập rồi trao đổi hoặc tổ chức thảo luận trong nhóm. Cử đại diện hoặc phân công trình bày kết quả làm việc theo nhóm.

Bước 3: Thảo luận, nhận xét, đánh giá hoạt động làm việc nhóm.

GV yêu cầu HS tham gia thảo luận, nhận xét, đánh giá về kết quả hoạt động của nhóm. Cần đánh giá mức độ tham gia của từng thành viên. Gợi mở cho HS phân tích sự phối hợp hoạt động giữa các thành viên trong nhóm, thể hiện các kỹ năng làm việc theo nhóm. Đưa ra kết luận về kết quả hoạt động và mức độ thể hiện các kỹ năng làm việc theo nhóm.

d. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.19: Tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm để củng cố công thức tính thể tích khối trụ qua việc trả lời các câu hỏi trong phiếu học tập.

Bước 1: Chuẩn bị, lập kế hoạch

GV chuẩn bị phiếu học tập, chia lớp thành các nhóm (số nhóm là chẵn), mỗi nhóm từ 4 đến 5 HS. Phân công nhiệm vụ (nửa số nhóm trả lời phiếu số 1, nửa số nhóm trả lời phiếu số 2). Các nhóm làm bài (thời gian khoảng: 3 phút), sau đó đại diện các nhóm trình bày kết quả làm việc của mình, cả lớp cùng nhận xét, bổ sung và hoàn chỉnh.

Phiếu học tập số 1: Một gia đình nọ cần làm sân hình tròn có diện tích 5m^2 . Hỏi gia đình đó cần làm sân có bán kính bằng bao nhiêu?

Bạn Hà giải như sau: Áp dụng công thức tính diện tích hình

tròn $S = 2r \times \pi$, suy ra bán kính của sân là $r = \frac{S}{2\pi} = \frac{5}{2 \times 3,14} \approx 0,8m$. Vậy gia đình ấy phải làm sân có bán kính gần bằng $0,8m$.

Xét xem lời giải trên đúng chưa? Nếu chưa đúng, hãy sửa lại.

Phiếu học tập số 2: Một gia đình nọ cần xây bể chứa nước hình trụ sao cho có thể chứa được 12 000 lít nước. Biết hình tròn đáy có bán kính $r = 1,2m$. Hỏi gia đình đó cần xây bể cao bao nhiêu?

Bạn Hằng giải như sau: Ta có 12 000 lít = $12m^3$. Áp dụng công thức tính thể tích hình trụ $V = S \times h$, $S = 2r \times \pi = 2 \times 1,2 \times \pi \approx 7,54m^2$. Suy ra $h = \frac{V}{S} = \frac{12}{7,54} \approx 1,6m$. Vậy gia đình ấy phải xây bể có chiều cao bằng $1,6m$.

Xét xem lời giải trên đã đúng chưa? Nếu chưa đúng, hãy sửa lại.

* Qua bước này HS ghi nhớ được một số kí hiệu - thuật ngữ như thể tích hình trụ, diện tích hình tròn, ... Bước đầu sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu - thuật ngữ cũng như đọc và hiểu nội dung bài toán trong phiếu học tập. Tức là có sự phát triển từ cấp độ 1 lên cấp độ 2.

Bước 2: Thực hiện hoạt động làm việc nhóm.

GV quan sát, hỗ trợ và giúp đỡ những nhóm gặp khó khăn. Giải quyết và phân xử tình huống khi các thành viên trong nhóm không thống nhất được quan điểm. Hướng HS duy trì mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau, cùng nhau để hoàn thành tốt nhất công việc của nhóm.

* Qua bước này HS biết sử dụng đúng, chính xác các kí hiệu

- thuật ngữ toán học liên quan thông qua hoạt động trao đổi trong nhóm. Tức là có sự phát triển từ cấp độ 2 lên cấp độ 3.

Bước 3: Thảo luận, nhận xét, đánh giá hoạt động làm việc nhóm.

Trong trường bước có một số nhóm không nhiệt tình tham gia hoạt động, đại diện những nhóm đó kết luận lời giải đúng rồi. Khi đó GV phải bình tĩnh, xử lý khéo léo, hướng HS vào thảo luận nghiêm túc. Việc thảo luận này ngoài việc giúp HS xây dựng ý thức làm việc nghiêm túc, còn giúp HS củng cố các kiến thức toán học trong lý thuyết, áp dụng các kiến thức này vào thực tiễn cuộc sống. Quá trình thảo luận, nhận xét và đánh giá buộc HS phải sử dụng ngôn ngữ, NNTH như là phương tiện. Đây là điều kiện thuận lợi để HS hình thành, củng cố và phát triển NNTH.

* Qua bước này, HS biết sử dụng NNTH để trình bày một cách chặt chẽ, logic, chính xác vấn đề toán học trong quá trình thảo luận: Biết sử dụng NNTH để diễn đạt cho người khác hiểu suy nghĩ của mình. Tức là có sự phát triển về mặt NNTH lên cấp độ cao hơn.

e. Những lưu ý khi thực hiện

GV lưu ý tránh trường hợp trong nhóm chỉ có một hoặc một số thành viên làm việc vì khi đó kết quả của nhóm mang tính chất chủ quan của cá nhân.

Chú ý vai trò của trưởng nhóm là rất quan trọng nên để nhóm tự bầu.

Trong quá trình làm việc nhóm, phải đảm bảo huy động được sự tham gia của tất cả các thành viên trong nhóm.

GV cần chuẩn bị thêm các phương tiện hỗ trợ như bảng; giấy A0; bút dạ và một số phương tiện hỗ trợ khác.

Cần tập trung, dành thời gian cho việc thảo luận, đánh giá, tổng kết, rút kinh nghiệm, tránh tình trạng giải quyết xong vấn đề là giải tán nhóm.

Kết luận chương 2

Trên cơ sở các nghiên cứu về lí luận và thực tiễn đã trình bày ở Chương 1, trong Chương 2, chúng tôi tập trung nghiên cứu và đề xuất các biện pháp nhằm phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên. Dựa trên các nguyên tắc và định hướng, chúng tôi đã xây dựng các nhóm biện pháp để bồi dưỡng và phát triển NNTH cho HS, gồm 15 biện pháp cụ thể thuộc 4 nhóm.

Dựa vào đặc điểm môn Toán (tính trừu tượng cao, tính khái quát rộng, tính thực tiễn rõ ràng, tính logic chặt chẽ và tính thực nghiệm), đặc điểm đối tượng HS chuyên biệt (HS Dự bị đại học có tỉ lệ người đồng bào dân tộc thiểu số cao). Để đề xuất một số biện pháp dạy học nhằm phát triển NNTH cho HS Dự bị đại học, chúng tôi nhận thấy cần đảm bảo một số nguyên tắc cơ bản. Trước hết các biện pháp phải phù hợp với đặc điểm, nguyên tắc dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học, phải phù hợp với tâm lí của HS Dự bị đại học và đặc điểm chuyên biệt về đối tượng HS đồng bào dân tộc thiểu số. Cuối cùng các biện pháp phải đảm bảo tính khả thi trong điều kiện thực tế dạy học toán hiện nay ở các trường Dự bị đại học.

Bên cạnh đó, chúng tôi cũng xác định được 4 định hướng trong việc xây dựng và thực hiện biện pháp phát triển NNTH. Cụ thể, trước hết trong dạy học cần tổ chức các hoạt động để tạo điều kiện cho HS nhận thức vai trò của môn Toán trong chương trình Dự bị đại học; tiếp đến cần khai thác triệt để vốn kiến thức, sự trải nghiệm, kinh nghiệm của HS để làm cơ sở cho việc kiến tạo tri thức mới; thêm nữa là cần xây dựng môi trường học tập hợp tác tích cực,

luôn khuyến khích HS trao đổi, thảo luận, tìm tòi, phát hiện và giải quyết vấn đề; cuối cùng là cần chú trọng giúp HS tạo mối liên hệ giữa các nội dung lí thuyết, liên hệ vận dụng lí thuyết với thực tiễn.

Các biện pháp được chúng tôi đề xuất nhằm mục đích phát triển NNTH cho HS theo thang đánh giá cấp độ được nêu trong Chương 1. Mỗi biện pháp đều có ba bước thực hiện, qua mỗi bước, NNTH của HS được phát triển lên cấp độ cao hơn. Từ việc HS ghi nhớ, đọc đúng tên, nhận ra kí hiệu, thuật ngữ toán học và sử dụng chính xác kí hiệu, thuật ngữ toán học ở dạng đơn lẻ (cấp độ 1). Đến việc HS sử dụng đúng, chính xác, liên kết đúng các kí hiệu toán học ở dạng đơn giản; bước đầu đọc, hiểu nội dung toán học qua hình vẽ, sơ đồ, hình ảnh trực quan (cấp độ 2). Cuối cùng HS biết đọc và hiểu đúng nội dung toán học trình bày bằng ngôn ngữ viết hoặc sơ đồ, hình vẽ; sử dụng NNTH để trình bày vấn đề toán học bằng ngôn ngữ viết một cách chặt chẽ, logic, chính xác. Sử dụng NNTH để nghe, hiểu những gì người khác nói và trình bày được vấn đề toán học (cấp độ 3, cấp độ 4).

1) Nhóm biện pháp 1: Phát triển NNTH qua việc củng cố vốn tri thức về NNTH (4 biện pháp). Thực hiện nhóm biện pháp này giúp HS củng cố vững chắc kiến thức về NNTH, hiểu và nắm vững kí hiệu và thuật ngữ toán học, ngữ nghĩa, cú pháp của NNTH; Biết chuyển đổi trong nội bộ một ngôn ngữ (ngôn ngữ hình học tổng hợp, ngôn ngữ vectơ,...); Biết chuyển đổi giữa ngôn ngữ toán học này sang ngôn ngữ toán học khác (ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ vector, ngôn ngữ hình học tổng hợp sang ngôn ngữ tọa độ,...);

2) Nhóm biện pháp 2: Phát triển NNTH qua luyện tập sử dụng trong các tình huống dạy học (3 biện pháp). Thực hiện nhóm biện

pháp này sẽ luyện tập cho HS sử dụng NNTH trong dạy học hình thành, củng cố khái niệm, dạy học quy tắc và phương pháp, dạy học giải toán;

3) Nhóm biện pháp 3: Phát triển NNTH qua rèn luyện các kỹ năng giao tiếp (4 biện pháp). Thực hiện nhóm biện pháp này sẽ phát triển kỹ năng giao tiếp (nghe, nói, đọc viết) bằng NNTH cho HS;

4) Nhóm biện pháp 4: Phát triển NNTH qua các phương pháp dạy học tích cực (4 biện pháp). Thực hiện nhóm biện pháp này sẽ phát triển NNTH thông qua tổ chức các hoạt động dạy học theo phương pháp không truyền thống (phương pháp giải quyết vấn đề, phương pháp đóng vai, phương pháp trò chơi, phương pháp làm việc nhóm).

Trong từng biện pháp, chúng tôi đề xuất những gợi ý và hướng dẫn GV tổ chức các hoạt động cho HS trong quá trình dạy học các nội dung môn Toán trong chương trình Dự bị đại học do Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành năm 2012.

Các biện pháp đề xuất cũng luôn cân nhắc để đảm bảo tính khoa học, tính thực tiễn, tính vùng miền và yếu tố chuyên biệt của đối tượng HS Dự bị đại học.

Các biện pháp chỉ ra sự phát triển theo thang đánh giá cấp độ được đề xuất trong Chương 1.

Để khẳng định tính khả thi, tính hiệu quả của các biện pháp đã đề xuất, chúng tôi tiến hành hoạt động thực nghiệm sư phạm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Alêxêep M., Onhisuc V., Crugliac M., Zabôtin V., Vecxle X. (1976), *Phát triển tư duy học sinh*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[2] Bộ Giáo dục và Đào tạo (2012), *Thông tư số 48/2012/TT-BGDĐT Ban hành đề cương chi tiết 11 môn học Dự bị đại học*, Hà Nội.

[3] Bộ Nội vụ (2000), *Chương trình, tài liệu, đào tạo, bồi dưỡng cán bộ công chức chuyên đề 11*, moha.gov.vn/uploads/resources/admin/chuyenvien/ChuyenDe11.pdf, Hà Nội.

[4] Trần Ngọc Bích (2013), *Một số biện pháp giúp học sinh các lớp đầu cấp tiểu học sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

[5] Vũ Thị Bình (2016), *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Viện khoa học Giáo dục Việt Nam.

[6] Đỗ Hữu Châu (2009), *Từ vựng ngữ nghĩa Tiếng Việt*, NXB Đại học Quốc gia, Hà Nội.

[7] Lê Thị Hoài Châu (2004), *Đổi mới nội dung và phương pháp đào tạo qua môn lý luận dạy - học môn Toán ở trường đại học Sư phạm*, Kỷ yếu hội thảo khoa học Đổi mới nội dung và phương pháp dạy học ở các trường đại học Sư phạm (Ba Vì tháng 1/2003), Hà Nội.

[8] Nguyễn Hữu Châu (1995), “Dạy học giải quyết vấn đề trong môn toán”, *Tạp chí Nghiên cứu giáo dục*, số 9, tr.23-26.

[9] Nguyễn Hữu Châu (1996), “Giải quyết vấn đề và một cách phân loại vấn đề trong môn Toán ở trường phổ thông”, *Tạp chí Thông tin Khoa học Giáo dục*, số 54, tr.32-34.

[10] Nguyễn Hữu Châu (2004), “Vai trò của giáo viên trong các phương pháp dạy học được lựa chọn”, *Tạp chí Giáo dục*, số 101, tr.41-43.

[11] Mai Ngọc Chừ, Vũ Đức Nghiệu, Hoàng Trọng Phiến (2003), *Cơ sở ngôn ngữ và Tiếng Việt*, NXB Giáo dục.

[12] Mai Ngọc Chừ (chủ biên), Nguyễn Thị Ngân Hoa, Đỗ Việt Hùng, Bùi Minh Toán (2007), *Nhập môn ngôn ngữ học*, NXB Giáo dục.

[13] Nguyễn Mạnh Chung (2001), *Nâng cao hiệu quả dạy học khái niệm Toán học bằng các biện pháp sư phạm theo hướng tích cực hóa hoạt động nhận thức của học sinh (thông qua dạy học các khái niệm “hàm số” và “giới hạn” cho học sinh trường Trung học phổ thông)*, Luận án tiến sĩ giáo dục, Viện Khoa học giáo dục, Hà Nội.

[14] Nguyễn Mạnh Chung (1998), *Về quy trình hình thành khái niệm Toán học theo hướng tích cực hoá hoạt động nhận thức của học sinh Trung học phổ thông*, Nghiên cứu giáo dục, Số 2, Hà Nội.

[15] Vũ Quốc Chung (1995), *Góp phần hoàn thiện nội dung và phương pháp dạy học các yếu tố Hình học theo hướng bồi dưỡng một số năng lực tư duy cho học sinh các lớp cuối bậc Tiểu học*, Luận án Phó tiến sĩ khoa học Sư phạm - Tâm lí, trường Đại học sư phạm - Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[16] Hoàng Chúng (1991), *Rèn luyện khả năng sáng tạo Toán học ở trường phổ thông*, NXB Thành phố Hồ Chí Minh.

[17] Hoàng Chúng (1997), *Một số vấn đề giảng dạy ngôn ngữ*

và kí hiệu toán học ở trường phổ thông cấp 2, Bộ GD&ĐT, Vụ Giáo viên, Hà Nội.

[18] Hoàng Chúng (1995), *Phương pháp dạy học toán học ở trường phổ thông trung học cơ sở*. NXB Giáo dục. Hà Nội.

[19] Hoàng Cao Cương (2007), *Bản chất tính hiệu của ngôn ngữ*, Ngonngu.net, https://ngonngu.net/banchat_tinhieu/216.

[20] Nguyễn Đức Dân (1970), *Ngôn ngữ toán học*, NXB Đại học sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

[21] Romal Del và Trường Văn Sinh (2010), “Vài nét về các ngôn ngữ Malyô - Pôlynêxia ở Việt Nam”, *Tạp chí Ngôn ngữ*, số 3/2010, tr.12-15.

[22] Nguyễn Thiện Giáp (1997), *Giáo trình ngôn ngữ học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

[23] Cruchetxki V. A. (1973), *Tâm lí năng lực Toán học của học sinh*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[24] Đỗ Tiến Đạt (2002), “Dạy học Bộ môn Toán ở trường phổ thông Vương quốc Anh”, *Tạp chí Giáo dục*, số 1, tr.33-37.

[25] Trương Đình (2000), *Phát triển ngôn ngữ cho học sinh phổ thông*, NXB Đà Nẵng.

[26] G. Polya (1975), *Sáng tạo toán học*, Tập 1, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[27] G. Polya (1975), *Sáng tạo toán học*, Tập 2, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[28] G. Polya (1975), *Toán học và những suy luận có lí*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[29] Phạm Minh Hạc (chủ biên) (1988), *Tâm lí học*, NXB Giáo dục, Hà nội.

[30] Phạm Văn Hoàn (chủ biên) (1981), Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình, *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[31] Hà Sĩ Hồ (1990), *Những vấn đề cơ sở của phương pháp dạy và học toán cấp 1*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[32] Hà Sĩ Hồ, Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan (1998), *Phương pháp dạy học Toán*, NXB Giáo dục.

[33] Nguyễn Diệu Hoa (chủ biên), Nguyễn Ánh Tuyết, Nguyễn Kế Hào, Phan Trọng Giáp, Đỗ Thị Hạnh Phúc (1997), *Giáo trình tâm lí học phát triển*, NXB Đại học Sư phạm.

[34] Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), *Bài giảng Đại số sơ cấp dùng cho học sinh Dự bị đại học*, Trường Đại học Tây Nguyên.

[35] Kiều Mạnh Hùng, Trần Quỳnh Mai (2013), *Bài giảng Hình học sơ cấp dùng cho học sinh Dự bị đại học*, Trường Đại học Tây Nguyên.

[36] Nguyễn Thanh Hưng, Kiều Mạnh Hùng (2014), “Góp phần rèn luyện các thao tác tư duy khi giải toán ở trường Trung học phổ thông”, *Tạp chí Giáo dục*, số đặc biệt 5/2014, tr.163-165.

[37] Nguyễn Thanh Hưng, Kiều Mạnh Hùng (2017), “Rèn luyện kĩ năng sử dụng ngôn ngữ toán học cho học sinh Dự bị đại học”, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số 136, 01/2017, tr.89-92.

[38] Nguyễn Bá Kim (2002), *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm, trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

[39] Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy, Phạm Văn Kiều (1997), *Phát triển lí luận dạy học môn Toán*, Tập 1, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[40] Trần Kiều (1998), “Toán học nhà trường và yêu cầu phát triển văn hóa toán học”, *Tạp chí Nghiên cứu Giáo dục*, số 10, tr.3-4.

[41] Thái Thị Hồng Lam (2014), *Bồi dưỡng tư duy thuận nghịch cho học sinh trong dạy học môn Toán ở trường Trung học phổ thông*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.

[42] Đỗ Ngọc Miên (2014), *Phát triển một số tư duy sáng tạo cho học sinh Tiểu học*, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

[43] Bùi Văn Nghị (2008), *Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB ĐHSPT Hà Nội.

[44] Phan Trọng Ngọ (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

[45] Phan Trọng Ngọ (chủ biên), Nguyễn Đức Hường (2003), *Các lí thuyết phát triển tâm lí người*, NXB Đại học Sư phạm.

[46] Đoàn Văn Phúc (2009), *Ngữ âm tiếng Ê đê*, Luận án Phó tiến sĩ, Viện Ngôn ngữ học.

[47] Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Vũ Khuê, Bùi Văn Nghị, *Hình học nâng cao lớp 10* (Sách chính lí hợp nhất năm 2000), NXB Giáo dục, Hà Nội.

[48] Đoàn Quỳnh, Nguyễn Huy Đoan, Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng, Trần Văn Vương, *Đại số nâng cao lớp 10* (Sách chính lí hợp nhất năm 2000), NXB Giáo dục, Hà Nội.

[49] Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Tạ

Mân, *Hình học nâng cao lớp 11* (Sách chỉnh lý hợp nhất năm 2000), NXB Giáo dục, Hà Nội.

[50] Đoàn Quỳnh, Nguyễn Huy Đoan, Nguyễn Xuân Liêm, Nguyễn Khắc Minh, Đặng Hùng Thắng, *Đại số nâng cao lớp 11* (Sách chỉnh lý hợp nhất năm 2000), NXB Giáo dục, Hà Nội.

[51] Đoàn Quỳnh, Nguyễn Huy Đoan, Trần Xuân Dung, Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng, *Giải tích nâng cao 12* (Sách chỉnh lý hợp nhất năm 2000), NXB Giáo dục, Hà Nội.

[52] Phan Anh Tài (2014), *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của HS trong dạy học toán lớp 11 Trung học phổ thông*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.

[53] Đào Tam, Lê Hiến Dương (2008), *Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học toán ở đại học và trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

[54] Bùi Đình Thanh (2015), *Về khái niệm phát triển*, Viện nghiên cứu truyền thông và phát triển, <http://tadri.org/vi/news/tin-tuc/ve-khai-niem-phat-trien-199>.

[55] Tiến Thành (2008), *Phương pháp tư duy logic*, NXB Văn hóa thông tin.

[56] Phan Thiệu (1998), *Rèn luyện ngôn ngữ - tập 1*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[57] Nguyễn Văn Thuận (2004), *Góp phần phát triển năng lực tư duy logic và sử dụng chính xác ngôn ngữ Toán học cho học sinh đầu cấp Trung học phổ thông trong dạy học Đại số*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Vinh.

[58] Nguyễn Quang Thuần, “Đánh giá theo định hướng năng lực”, *Tạp chí khoa học Đại học quốc gia Hà Nội*, Tập 32, số 2, tr.62-82,

[59] Nguyễn Văn Thuận, Nguyễn Hữu Hậu (2010), *Phát hiện và sửa chữa sai lầm cho học sinh trong dạy học đại số - giải tích ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

[60] Nguyễn Cảnh Toàn (1969), *Rèn luyện kỹ năng sáng tạo Toán học ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[61] Trương Thông Tuấn (2015), *Phương thức so sánh trong văn bản luật tục tiếng Ê đê*, Luận án tiến sĩ Ngôn ngữ học, Viện ngôn ngữ học.

[62] Thái Duy Tuyên (2007), *Phương pháp dạy học truyền thống và đổi mới*, NXB Giáo dục.

[63] Thái Huy Vinh (2014), *Rèn luyện kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học trong dạy học môn toán lớp 4, lớp 5 trường tiểu học*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, trường Đại học Vinh.

[64] Trần Vui (2014), *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học toán*, NXB Đại học Sư phạm, trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội.

[65] Lê Hải Yến (2008), *Dạy cách tư duy*, NXB Đại học Sư phạm, trường Đại học Sư phạm Hà nội, Hà Nội.

[66] N. Lêôchiep (1989), *Hoạt động ý thức và nhân cách*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[67] Ôganhexian, Kôliaghin Iu. M., Lucankin G. L., Xannhixki V. Ia. (1980), *Phương pháp giảng dạy Toán ở trường phổ thông*, NXB Mát-xít-cơ-va, Liên Xô (dịch).

[68] V.O. Kôn (1976), *Những cơ sở của việc dạy học nêu vấn*

đề, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[69] *Từ điển tiếng Việt* (1997), Viện Ngôn ngữ học, NXB Đà Nẵng, Trung tâm Từ điển học Hà Nội - Đà Nẵng.

[70] *Từ điển Bách khoa Việt Nam* (2011), NXB Từ điển Bách khoa, Hà Nội.

Tiếng anh

[71] Anne D. Cockburn, Graham Littler (2008), *Mathematical Misconception*, SAGE Publications Ltd.

[72] Anne Jordan, Orison Carlile, Annetta Stack (2008), *Approaches to learning*, Open University Press.

[73] Bharath Sriraman (2010), *Theories of Mathematics Education*, Springer.

[74] Bill Barton (2008), *The Language of Mathematics*, Springer.

[75] Chard Larson (2007), *The Importance of Vocabulary Instruction in Everyday Mathematics*, University of Nebraska - Lincoln.

[76] Charlene Leaderhouse (2007), *Language of Mathematics*, The Medium, 46, 2; CBCA Complete, p. 8.

[77] David Chard (2003), “Vocabulary strategies for the Mathematics classroom”, *Houghton Mifflin Math*.

[78] Diane L. Miller (1993), *Making the connection with language, The Arithmetic Teacher*, Researching Library, p. 311.

[79] Eula Ewing Monroe, Michelle P. Orme (2002), *Developing*

mathematical vocabulary, Preventing school Failure; 46, 3, Research Library, p. 139-144.

[80] Joseph Roicki (2008), *Effects of discussion and writing on student understanding of Mathematics concept*, Spring Term.

[81] Ken Winogard, Karen M. Higgins (1994), *Writing, reading and talking mathematics: One interdisciplinary*, (In) *The reading teacher*, Research Library, p. 310.

[82] Madeline Kovarik, *Building Mathematics Vocabulary*, In www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/kovarik.pdf.

[83] Mahesh C. Sharma (1998), “Levels of knowing mathematics”, In *Math notebook*, A publication of the center for teaching.

[84] Marilyn Burns (2004), *Writing in Math, Educational Leadership*, Volume 62, Number 2.

[85] Mark Freitag, *Reading and Writing in the Mathematics Educator*, Volume 8, Number 1.

[86] Nerida F. Ellerton, M.A. Clement (1991), *Mathematics in language: A review of language factor in Mathematics learning*, Deakin University.

[87] OECD. *Learning Mathematics for Life. A view perspective from PISA*. 2009.

[88] Raymond Duval et. al. (2005), “Language and Mathematics”, *CERME 4*.

[89] Robert Laurence Baleer (2011), *The language of Mathematics*, A John Wiley and Sons, Inc. publication.

[90] Shelly Frei (2008), *Teaching Mathematics Today*, Shell Education.

[91] Suzanne H. Chapin et.al. (2003), *Classroom discussions using math talk to help students learn*, Math solutions publication.

[92] Tony Brown (2002), *Mathematics Education and Language*, Kluwer Academic Publishers.

[93] Rheta N. Rubenstein (2009), *Mathematical symbolization: Challenges across levels*, In: <http://tsg.kme11.org/document/get/853>.

MỤC LỤC

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Cơ sở lý luận	5
<i>1.1.1. Tổng quan vấn đề nghiên cứu.....</i>	<i>5</i>
<i>1.1.2. Ngôn ngữ</i>	<i>12</i>
<i>1.1.3. Ngôn ngữ toán học</i>	<i>17</i>
<i>1.1.4. Tư duy và tư duy toán học</i>	<i>31</i>
<i>1.1.5. Mối quan hệ giữa ngôn ngữ và tư duy, ngôn ngữ toán học và tư duy toán học</i>	<i>34</i>
<i>1.1.6. Kỹ năng giao tiếp và kỹ năng giao tiếp toán học.....</i>	<i>36</i>
<i>1.1.7. Phát triển và phát triển ngôn ngữ toán học.....</i>	<i>39</i>
1.2. Cơ sở thực tiễn	60
<i>1.2.1. Chương trình môn Toán dùng cho học sinh Dự bị đại học</i>	<i>60</i>
<i>1.2.2. Nhận xét chương trình môn Toán hệ Dự bị đại học</i>	<i>64</i>
<i>1.2.3. Đặc điểm học sinh Dự bị đại học</i>	<i>66</i>
<i>1.2.4. Khảo sát thực trạng phát triển ngôn ngữ toán học của học sinh Dự bị đại học</i>	<i>67</i>
<i>1.2.5. Kết luận của thực trạng phát triển ngôn ngữ toán học của học sinh Dự bị đại học</i>	<i>83</i>

Chương 2
PHÁT TRIỂN NGÔN NGỮ
TOÁN HỌC CHO HỌC SINH DỰ BỊ ĐẠI HỌC
Ở VÙNG TÂY NGUYÊN

2.1. Một số nguyên tắc trong việc xây dựng và thực hiện biện pháp .86

2.1.1. Phù hợp với đặc điểm dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học86

2.1.2. Phù hợp với nguyên tắc dạy học môn Toán trong chương trình Dự bị đại học87

2.1.3. Phù hợp với tâm lí của học sinh Dự bị đại học và đặc điểm chuyên biệt về đối tượng học sinh đồng bào dân tộc thiểu số88

2.1.4. Đảm bảo tính khả thi trong điều kiện thực tế dạy học toán hiện nay ở các trường Dự bị đại học.....88

2.2. Một số định hướng trong việc xây dựng và thực hiện biện pháp 89

2.2.1. Tổ chức các hoạt động học tập để tạo điều kiện cho học sinh nhận thức vai trò của môn Toán trong chương trình Dự bị đại học .90

2.2.2. Khai thác triệt để vốn kiến thức, sự trải nghiệm, kinh nghiệm của học sinh để làm cơ sở cho việc kiến tạo tri thức mới.....90

2.2.3. Xây dựng môi trường học tập hợp tác tích cực, luôn khuyến khích học sinh trao đổi, thảo luận, tìm tòi, phát hiện và giải quyết vấn đề 91

2.2.4. Chú trọng giúp học sinh tạo mối liên hệ giữa các nội dung lí thuyết, liên hệ vận dụng lí thuyết với thực tiễn.....91

2.3. Một số biện pháp phát triển ngôn ngữ toán học cho học sinh Dự bị đại học ở vùng Tây Nguyên.....91

<i>2.3.1. Nhóm biện pháp 1: Củng cố vốn tri thức ngôn ngữ toán học và bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ cho học sinh</i>	<i>92</i>
<i>2.3.2. Nhóm biện pháp 2: Phát triển ngôn ngữ toán học qua luyện tập sử dụng trong các tình huống dạy học điển hình.....</i>	<i>118</i>
<i>2.3.3. Nhóm biện pháp 3: Phát triển ngôn ngữ toán học qua rèn luyện các kỹ năng giao tiếp toán học (nghe, nói, đọc và viết)</i>	<i>140</i>
<i>2.3.4. Nhóm biện pháp 4: Phát triển ngôn ngữ toán học qua các phương pháp dạy học tích cực.....</i>	<i>162</i>
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	184

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại: Biên tập: (024) 39714896

Quản lý xuất bản: (024) 39728806. Tổng biên tập: (024) 39715011

Fax: (024) 39729436

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập chuyên môn: ĐẶNG THỊ PHƯƠNG ANH

Biên tập xuất bản: ĐẶNG THỊ PHƯƠNG ANH

Sửa bản in: ĐẶNG THIÊN SƠN

Chế bản: ÁNH TUYẾT

Trình bày bìa: NHÂN DŨNG

**Đối tác liên kết: Công ty Cổ phần Văn hóa và Truyền thông
Quốc tế VFS**

Địa chỉ: 27 Trung Kính, Yên Hòa, Cầu Giấy, Hà Nội

SÁCH LIÊN KẾT

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NGÔN NGỮ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH DỰ BỊ ĐẠI HỌC

In 1000 bản khổ 14.5x20.5 cm tại Công ty TNHH in Thanh Bình. Địa chỉ: 432 Đường K2, Cầu Diễn – Nam Từ Liêm – Hà Nội. Số xác nhận ĐKXB 1494-2020/CXBIPH/47-185/ĐHQGHN, ngày 17/10/2020. Quyết định xuất bản số 606 LK-TN/QĐ – NXB ĐHQGHN, ngày 25/11/2020. Mã ISBN: 978-604-315-875-5. In xong và nộp lưu chiểu năm 2020.